

Math. P.
228^s

Flug

(2)

2te

Mathematik der Volksschule.

Ein methodisches Handbuch

von

Anton von Meier, der Volksschule in Gießen und alle
ihre Stufen umfassende Lehrkraft

J. E. Meier

Zweiter Theil: Geometrie.

Gießen.

Verlag von J. E. Meier, Buchhändler.

1834.

Die
Mathematik der Volksschule.

Ein methodisches Handbuch

für

einen dem Wesen der Volksschule entsprechenden und alle
ihre Stufen umfassenden Unterricht

von

J. C. Hug.

Zweiter Theil: Geometrie.

Zürich,

Druck und Verlag von Friedrich Schultheß.

1856.

415 B

Mathematik der Hochschule.



Erster Teil: Geometrie.

Verlag von Friedrich Schönbach

1850

Zweiter Theil.

Die Geometrie der Volksschule.

Zugleich als Anleitung

zum

richtigen Gebrauche der „methodisch gegliederten Aufgabensammlung für
den geometrischen Unterricht in der Volksschule“, als obligatorisches
Lehrmittel in den zürch. Volksschulen eingeführt.

Zweiter Theil.

Die Vermittlung der Goldschmiede.

ausgegeben von

von

richtigen Verfahren der „mündlichen Verhandlung“ der
den Gemeindefürsorge unterstellt in der „Vermittlung“ als obligatorische
Bestimmung zu den durch die Bestimmung nicht.

V o r w o r t.

Bei Abfassung des vorliegenden Handbuches war unser Hauptbestreben darauf gerichtet, den zu behandelnden Gegenstand als Glied des Unterrichtsorganismus der Volksschule, ihren einzelnen Stufen gemäß zu entwickeln und zu gestalten, damit derselbe als Mittel zur allgemeinen Bildung einerseits den Anforderungen der fortgeschrittenen Pädagogik, anderseits aber insbesondere den Anforderungen des fortgeschrittenen Lebens genüge. Daß ein zweckmäßig ertheilter geometrischer Unterricht von geistig bildendem Einfluß auf den Schüler ist, wird wohl nur von sehr Wenigen in Zweifel gezogen; dessenungeachtet können Viele nicht die Nothwendigkeit und den praktischen Nutzen dieses Unterrichtszweiges der Volksschule einsehen. Von gar Manchen ist dieß ohne weiters begreiflich, weil sie eben entweder das Fach, oder die Volksschule, oder beides zugleich nicht kennen, sich aber natürlich doch ein Urtheil über beides zutrauen, da gewöhnlich Jeder eben so gut ein geborner Erzieher ist, als er auch wissen muß, was in die Volksschule gehört und wie es da zu behandeln ist. Für diese wäre es also überflüssig gewesen, ein Wort über den vorliegenden Unterrichtsgegenstand zu schreiben. Allein vielen Andern, denen, wie dem Verfasser, nicht Alles so leicht oder zum Voraus schon abgemacht vorkommt, was die Volksschule betrifft, wird es nicht unlieb sein, den geometrischen Unterricht der Volksschule nach seiner ganzen Gliederung entwickelt zu sehen. — Mit besonderer Sorgfalt suchten wir auch auf das hinzuweisen, was diesen Unterricht fast für alle Richtungen des Berufslebens wichtig macht. Man sagt von der gegenwärtigen Zeit, daß sie sich besonders durch ihre materielle Richtung charakterisire, und bricht in Folge davon oft in Lamentationen aus über die Vernachlässigung der idealen Richtung in Wissenschaft und Leben. Es kann zwar nicht geleugnet werden, daß auf der einen Seite die großartigen industriellen Anstrengungen, auf der andern Seite die vermehrten Sorgen für eine wenn auch nur kümmerliche Existenz in der That in einem gewissen Maße vom rein Idealen ab- und zum Materiellen hinleiten, daß z. B. in Hinsicht auf das Gebiet, von dem wir hier besonders sprechen, die nothwendige Begeisterung und das entschiedene Bestreben, durch die Volksbildung, als erstes und natürlichstes Mittel, das geistige und körperliche Wohl des Volks begründen zu helfen, allerdings etwas erschlaft zu sein scheinen. Allein trotz alledem könnten wir hierüber kein Klagelied anstimmen, indem der Grundzug unserer Zeit seine nur zu tiefe Berechtigung hat, und wir möchten umgekehrt von der Volksschule verlangen, daß sie mehr, als sie bisher konnte, die Bedürfnisse des Lebens unserer Zeit ins Auge fasse. Es verdient große Anerkennung, daß man sich in der Gegenwart

viel und ernstlich mit jenen Fragen beschäftigt, die sich auf die ökonomische Hebung des Mittelstandes, auf möglichste Verhinderung der Armennoth, auf Förderung eines arbeitsamen sittlichen Lebens 2c. beziehen, aber es will uns scheinen, daß bei den betreffenden Rathschlägen oft mit einer gewissen Scheu ein sehr wirksamer Hebel bei Seite gelassen werde. Oder liegt denn nicht in der Volksbildung ein sehr natürliches und vor allen nachhaltig wirkendes Mittel zur Erreichung jener Zwecke, ein Mittel, gegen welches so manches andere als bloß vorübergehendes Palliativ erscheint? — Man vollende die Organisation der Volksschule in der Art, daß es ihr möglich wird, neben ihren mehr idealen Zwecken, auch wirklich, wie man sagt, fürs Leben zu arbeiten, so, daß sie zwar keine Berufsarten zu lehren, wohl aber den Schüler in der Weise heranzubilden hat, daß er, er mag einen Beruf ergreifen, welchen er wolle, zuvörderst mit gutem Willen, dann aber auch mit dem Bedürfniß arbeite, bei dem, was er thut, zu denken, und daß er vermöge seiner gebildeten Denkkraft, seines gebildeten Auges, seiner gebildeten Hand und seines, wenn nicht gebildeten, doch einigermaßen geläuterten Geschmacks sich immer mehr vervollkomme und so zu einem tüchtigen und arbeitslustigen Mitgliede der Gesellschaft werde. Und hier ist es nun vorzugsweise die Mathematik, die dem Schüler ein geübteres Anschauungs- und Abstraktionsvermögen, einen leichtern und freieren Blick, eine schnellere Einsicht in die Verhältnisse und das Vermögen, sich leicht und sicher zu orientiren, verschafft. Die einfachsten Hülfsmittel der Mathematik geben (namentlich in Verbindung mit der Naturkunde) dem Schüler in tausend Fällen Winke und bestimmte Anleitung zum vernünftigen und vortheilhaften Betrieb der bürgerlichen Berufsarten, wie der Landwirthschaft, der Handwerke, der Gewerbe, des Handels 2c., so daß derjenige, der auch nur in dienender Stellung künftig thätig, doch als tüchtigerer und geschickterer Arbeiter eher gesucht und besser gehalten sein wird. Von diesen Gesichtspunkten aus haben wir den sogenannten praktischen Theil unsers Schulfachs entworfen und ausgeführt. Ueber die mehr ideale Seite des Unterrichts gibt theils die hier gebotene Durchführung des Lehrstoffs, theils der vor zwei Jahren erschienene erste Theil unseres Handbuches, den der Beurtheiler neben dem vorliegenden zweiten nicht unberücksichtigt lassen wolle, hinreichenden Aufschluß. Zur Vollendung des Ganzen erscheint sofort ein kleines „Übungsbuch zum Rechnen, Messen und Maßzeichnen für die III^{te} (Ergänzungs-) Stufe der schweizerischen Volksschulen“, dessen Druck bereits begonnen hat. Es werden darin auch diejenigen praktischen Aufgaben noch nachgeholt, die in dem vorliegenden Band aus Mangel an Raum nicht mehr aufgenommen werden konnten. Einzelne Unebenheiten, die sich bei der Ausarbeitung fast unvermeidlich ergaben, möge die Wohlwollenheit des Lesers entschuldigen.

Neujahr 1856.

Der Verfasser.

Die Geometrie

der

Volksschule.

Motto: Die Geometrie hat ihren Ausgangspunkt in der empirischen Beobachtung und Anschauung, ihren Schwerpunkt und Stützpunkt in der geistigen Umbildung und Verarbeitung und ihren Ziel- und Endpunkt in der praktischen Anwendung.

Erste Abtheilung.

Die Geometrie der Volksschule im Allgemeinen.

§ 1.

Einleitung.

Wir haben im ersten Theil dieses Handbuches bereits einige Blicke auf die Geometrie der Volksschule im Allgemeinen geworfen; es folgt nun zuerst die Aufgabe, den geometrischen Unterricht noch einläßlicher und im Zusammenhange ins Auge zu fassen, und hierauf ist dann der spezielle Unterricht in diesem Fache nach allen seinen Hauptrichtungen auf den einzelnen Schulstufen durchzuführen.

§ 2.

Ueber die Nothwendigkeit des geometrischen Unterrichts in der Volksschule.

Vornämlich in praktischer Richtung.

Im ersten Theile dieses Handbuches wurde darauf hingewiesen, daß schon der Idee der Volksschule gemäß die Ausbildung des mathematischen Sinnes in der allgemeinen Aufgabe des Volksschulunterrichts mit Nothwendigkeit inbegriffen sein müsse, und es wurde sodann besonders noch

die Wichtigkeit des mathematischen Bildungsfaches in Hinsicht auf intellektuelle, moralisch ästhetische und praktisch reale Bildung hervorgehoben. Was dort vom mathematischen Unterrichte überhaupt gesagt ist, soll hier insbesondere auch vom geometrischen gelten.

Es stehen aber dem letztern an manchen Orten noch so viele Hindernisse entgegen, daß wir vor Allem aus noch eindringlicher auf die Nothwendigkeit, ja Unerläßlichkeit desselben hinweisen müssen und zwar hauptsächlich um der vielen aus ihm sich ergebenden praktischen Vortheile willen, auf die wir im ersten Theile weniger ausführlich eingetreten wollten, da dort vornämlich der Rechnungsunterricht in Betrachtung fallen sollte, dessen praktischer Nutzen bereits allgemein ebenso bekannt als anerkannt ist, und weßwegen uns dort überflüssig schien, denselben bis ins Einzelne zu verfolgen.

Von der Geometrie läßt sich aber das Gleiche bis heute noch nicht behaupten; deßwegen wollen wir uns hierüber an diesem Orte etwas ausführlicher aussprechen.

Unsere Zeit charakterisirt sich besonders dadurch, daß in ihr das Volksleben im allgemeinsten Sinne zu einer weit größern Bedeutung gelangt ist, als in allen frühern Epochen, daß namentlich die Gesamtgesellschaft die volkswirthschaftlichen Interessen mit größerer Selbstständigkeit, in größerer Ausdehnung und mit größerem Erfolge pflegt und benutzt, und dieß Alles hauptsächlich in Folge davon, daß der Grundsatz der Freiheit jeder menschlichen Thätigkeit (ohne Anderer Rechte zu verletzen) und der Gleichberechtigung aller Einzelnen zu immer größerer, wahrhafterer Geltung gelangt.

Es hat sich hiedurch ein volkswirthschaftlich=industrielles Leben entwickelt, das bereits zu großartigen Umgestaltungen geführt hat und noch zu bedeutsameren führen wird. Ein Stillstand für ein einzelnes Volk ist hier nur möglich, wenn es sich selbst den empfindlichsten Schlag versetzen, wenn es sich selbst aufgeben will.

Eine glückliche Fortbildung des volkswirthschaftlich=industriellen Lebens verlangt aber vor allen noch so nothwendigen materiellen Bedingungen zunächst geistige Hülfsmittel. Neben denjenigen der allgemein menschlichen Bildung sind es vorzüglich die praktischen Wissenschaften, welche die menschliche Gesellschaft jetzt in ihren Dienst zieht. Es sind dieß die Hauptwissenschaften der Neuzeit, diejenigen, die durch ihre

Hinwendung auf das wirkliche Leben dazu berufen sind, mittelbar oder unmittelbar die Zwecke der Gesellschaft und ihren Fortschritt zu fördern.

Diese praktischen Wissenschaften bilden eine Lebensbedingung der neuern bürgerlichen Gesellschaft. Und hier ist es hauptsächlich die Volksschule, d. h. die vollständig ausgebaute und organisirte, bis zum Eintritt der Jugend ins bürgerliche Leben in angemessener Weise fortwirkende Volksschule*, welche die große Mission hat, die allgemeine Verbreitung der Grundlagen jener Wissenschaften hauptsächlich und wesentlich zu begründen**.

Nicht nur einer Klasse von Bürgern (wie ehemals einer Kaste von Gelehrten) sollen die Segnungen einer allgemein menschlichen und insbesondere auch praktischen Bildung zu Theil werden, sondern allen.

Es ist weiter nichts als ein gelehrtes Vorurtheil, daß die Wissenschaften sich absondern müssen, und daß die Resultate derselben nicht einem größern Ganzen zu gut kommen sollen. Im Gegentheil ist es die Aufgabe der Gegenwart, Alles wodurch die Wissenschaften dem Leben nützlich und heilsam sein können, möglichst Vielen und nach und nach der ganzen Gesellschaft zum Vortheil gereichen zu lassen, so wie es überhaupt im Geiste der Fortentwicklung des gesellschaftlichen Lebens liegt, daß Alles, wovon das wahre Glück und Heil des Gemeinwesens abhängt, von Allen je länger je mehr erkannt und gewürdigt werde***.

* Also nicht die bloße Kinderschule, wie solche z. B. in der Schweiz unter dem Namen der Elementar- und Realstufe, oder der Primarschule, besteht. Wir müssen hier diejenigen Leser, die mit der Organisation unsers Volksschulwesens nicht ganz vertraut sind, auf den ersten Theil unsers Handbuchs, insbesondere auf § 2, § 10 und die Paragraphen, welche über die Realergänzungsschule und Zivilschule handeln, verweisen.

** Hierdurch ist, was zur Unterstützung derselben Aufgabe von Seite der Literatur, von Seite der höhern Unterrichtsanstalten u., neben den speziellen Fachzwecken angestrebt werden kann, nicht ausgeschlossen.

*** Wie schon in Hinsicht auf das Alterthum Cicero so schön sagt: Sokrates habe die Philosophie vom Himmel gerufen und in die Wohnungen der Menschen eingeführt, so sagt Adam Smith im Hinblick auf die Neuzeit wohl noch mit größerem Rechte: die Industrie habe die Wissenschaften mitten in den Markt des Lebens hineinversetzt. Sehr energisch wies schon vor den dreißiger Jahren Lord Brougham darauf hin, daß die Resultate der praktischen Wissenschaften eine immer allgemeinere Verbreitung unter dem ganzen Volke finden

Man thut in der Gegenwart vieles auch für das bessere ökonomische Fortkommen der arbeitenden Klassen; man unterstützt die Heimgesuchten, man lindert die Armuth, man bietet passende Arbeit; allein in unserer vorzugsweise industriellen Gesellschaft ist ein gutes ökonomisches Fortkommen nur mit einem bestimmten Grad geistiger Bildung und praktischer Tüchtigkeit möglich und ohne dieselben helfen vorübergehende Unterstützungen meist wenig.

Man gebe aber jenen Volksklassen eine nachhaltigere, tiefer ins bürgerlich industrielle Leben eingreifende Bildung, durch welche sie befähigt werden, die Verrichtungen der verschiedenen Berufsarten mit mehr Einsicht, mit mehr praktischem Geschick und Erfolg zu vollziehen — und diese Unterstützung wird eine nachdrucksvolle und gesegnete sein!

Unter jenen Wissenschaften, die von so großer praktischer Bedeutung fast für alle Berufsthätigkeiten der bürgerlichen Gesellschaft sind, nimmt die Mathematik mit ihren Anwendungen eine Hauptstelle ein. Und hier ist es insbesondere die Geometrie, die fürs bürgerliche Leben von weit größerer Wichtigkeit ist, als es gewöhnlich von Vielen eingesehen wird, und die für dasselbe auch einen weit größern Gewinn bringen kann und wird, wenn ihre Grundlagen und deren Anwendungen einmal durch die Volksschule mehr zum Gemeingut Aller gemacht werden.

Die Geometrie ist es eben vorzugsweise, die, in der Volksschule gehörig betrieben, deren Schüler für die praktische Berufsthätigkeit in dieser oder jener Richtung besonders geschickt macht, indem sie zunächst den sichern Blick und richtigen Angriff fast für jede Handirung unterstützt. Sie gibt indessen nicht nur die Mittel an die Hand, die Gegenstände in den meisten produzierenden Berufsarten leichter zu be-

müssen: „die arbeitenden Klassen“, sagt er, „fangen an, die ihnen gebührende Stellung in der Gesellschaft einzunehmen. Es war eine ebenso unwahre als gehässige Bezeichnung, wenn man sie die „untern“ Klassen nannte. Die Nationalerziehung ist ein Gegenstand, dem die Regierungen die ernsteste Sorge widmen sollten. Es war stets mein Wunsch und meine Hoffnung, daß die arbeitenden Klassen tüchtige Züge aus dem Becher der Wissenschaften thun möchten. Die Zeit ist vorbei, wo man die Verbreitung wissenschaftlicher Kenntnisse hemmen konnte. Jetzt hat sich die Zeit geändert; ein glücklicheres Loos soll den arbeitenden Klassen beschieden sein; der Strom des Wissens fließt unter ihren Augen; sie mögen trinken nach Herzenslust.“

wältigen und besser der Bearbeitung, der Umformung zc. zu unterwerfen oder zur Konstruktion zc. in irgend welcher Bestimmung zu benutzen; sondern sie lehrt überdieß auch, schon zum Voraus einen richtigen Ueberschlag und Plan von der Arbeit selbst, von ihren Erfordernissen, von der Größe des bei der Arbeit ins Auge zu fassenden Ganzen so wie seiner einzelnen Theile und deren gegenseitigen Verhältnisse zc. zu machen; sie weist also auf diejenigen vielfachen Bedingungen hin, von denen hauptsächlich das rechte Gelingen der Arbeit abhängt. *

Man frage die Handwerker, besonders die konstruirenden, ob diejenigen Lehrlinge, die auch nur einige ordentliche geometrischen Kenntnisse und Fertigkeiten besitzen, sich nicht viel besser und baldere, ja oft fast ohne Mühe, in die Berufsarbeiten hineinsinden, während andere, denen die geometrischen Grundbegriffe und Grundoperationen fremd sind, sich gewöhnlich sehr schwerfällig und ungeschickt zur Arbeit anlassen. Dasselbe findet bei sehr vielen Arbeiten des Landbauers, des Gewerbsmanns u. s. w. statt. Natürlich, wer erst beim Meister, überhaupt erst in der praktischen Berufsthätigkeit sich die für die Anwendung nothwendigsten geometrischen Kenntnisse erwerben muß, begreift und erlernt sie viel schwerer, ja manchmal gar nicht recht, weil sie ihm hier nicht im rechten Zusammenhange und in der nöthigen Reinheit und Deutlichkeit, sondern höchstens nach zufälliger Veranlassung mitgetheilt werden können. Darin liegt aber für die Erlernung des Berufs sowohl als für dessen spätern einsichtigen und gedeihlichen Betrieb so viel Hemmendes, daß Manche die Entbehrung der nöthigen Bildung in diesem Fache nur zu sehr zu bedauern haben.

Es ist eine unbestreitbare Thatsache, daß unsere, wie man sagt, nur praktisch gebildeten Professionisten, deren Berufsthätigkeit sich auf irgend welche geometrischen Formen und Größen oder irgend welche geometrischen Beziehungen zu stützen hat, bei jedem Spezialfall, den sie bei ihrem Meister nicht gefunden, sich sehr unbeholfen und unpraktisch benehmen. **

* Wir reden hier nur von dem, was man in der Praxis zunächst der Geometrie verdankt; natürlich haben andere Fachgebiete wieder ihre besondere praktische Bedeutung und es wirken auch Momente aus verschiedenen Gebieten gewöhnlich zusammen.

** Es zirkuliren eine Menge der artigsten Erzählungen, die sich auf diese Thatsache beziehen und die, von allem Uebrigen abgesehen, besser als jede andere Betrachtungsweise die Beschränktheit der bloß rohen Praxis darstellen. So will z. B. ein Baumeister bei einem Schreiner eine sogenannte

Es bedarf aber nur ein geringes Nachdenken, um einzusehen, wie wichtig besonders in der Gegenwart ein geschicktes, rasches Begreifen und Ergreifen dieser oder jener Berufsart, dieser oder jener praktisch nützlichen Kunst zc. für so Viele sein kann. Bei dem raschen Fortschritt der Industrie und ihren schnellen Umbildungen kann sich keiner darauf verlassen, daß sein Beruf für alle Zukunft ein sicherer sein werde; der Ertrag des einen oder andern Gewerbs ist oft ein sehr variabler.

Wenn nun der Volksschule der Gegenwart auch eine wirklich praktische Bedeutung zugemessen werden soll, so muß sie ihren Schülern die nöthige Kraft und Geschicklichkeit verleihen, die Geschäfte des gewöhnlichen bürgerlichen Verkehrs schnell verstehen und gewandt vollziehen zu lernen, damit der Einzelne aus einer Berufsart, aus einer Werkstätte, die verdienstlos geworden, nöthigenfalls in eine andere übergehen und hier sofort wieder den Anforderungen der Zeit genügen kann. In wie manchen Gegenden sind nicht die wohlgemeintesten Versuche zur Einführung nützlicher, bedeutenden Verdienst versprechender Industriezweige schon deswegen gescheitert, weil der Bildungsstand der Bewohner in rein geistiger wie in praktischer* Richtung zu wenig gefördert oder gar vernachlässigt war!

Wir wollen nun etwas spezieller nachweisen, welcher großen fördernden Einfluß eine lebendige Einsicht in die geometrischen Grundbegriffe und Grundoperationen (verbunden mit der durch methodische Uebungen erzielten nothwendigen Fertigkeit) auf die meisten praktischen Beschäftigungen habe.

Vor allem aus sind es die geometrischen Maße (Längen=

Equerre (ein rechtwinkliges verschiebbares Dreieck zum Zeichnen) anfertigen lassen und gibt zu diesem Zwecke die Länge der beiden Katheten-Seiten an. Der Schreiner aber wollte durchaus noch die Länge der dritten Seite wissen, denn der Herr Baumeister dürfe nur befehlen und es müsse ihm auch die dritte Seite so lang gemacht werden, als er wolle. — Am besten aber ist der Einfall jenes Maurermeisters, der — nachdem ein von ihm aufgeführter Kochherd eine so schiefe Lage hatte, daß jedes der eingelegten Kochgeschirre, wenn es mit Wasser angefüllt werden wollte, auf der einen Seite überlief und auf der andern noch nicht voll war, — ganz ruhig erklärte: die Schuld könne nicht an ihm liegen, er habe den Herd nach seiner Bleiwage gemacht und die sei gut, das Dorf müsse „halden“ (schief liegen)!

* Natürlich sind hier hauptsächlich die mannigfaltigen Anwendungen aus dem Sprachgebiet, aus der Mathematik und der Naturkunde zc. gemeint.

Flächen- und Körpermaße), die hier von Wichtigkeit sind. Es ist klar, daß man nur auf geometrischem Wege, durch geometrische Entwicklung (verbunden mit praktischer Uebung) den Schülern die rechte Einsicht in den Zusammenhang und das Wesen dieser Maße beibringen kann; denn um die Bedeutung derselben richtig aufzufassen, muß man die Natur der Linien, Flächen, Körper verstehen; dieß ist aber Sache rein geometrischer Thätigkeit, kein anderer Zweig, kein anderes Fach kann dieß lehren.

Darum begegnet vielen Leuten, die keinen oder wenigstens keinen wirksamen geometrischen Unterricht genossen haben, so häufig, daß sie gleichnamige Längen-, Flächen- und Körpermaße, d. h. solche, die nach derselben Grundeinheit benannt sind, mit einander verwechseln. Es versteht sich z. B. von selbst, daß, um die Bedeutung und den Zusammenhang der Maße: Fuß, Quadratsfuß, Kubikfuß &c. zu verstehen, durchaus geometrische (wenn auch nicht schwierige) Erkenntnisse erforderlich sind und daß ohne diese Erkenntnisse ein freier und gewandter praktischer Gebrauch dieser Maße gar nicht möglich ist.

Noch viel weniger ist unter gleichen Umständen ein Verständniß des Zusammenhangs der geometrischen Maße mit dem Gewichtssystem möglich. Wer wird ohne geometrische Kenntnisse begreifen, wie man z. B. das Gewicht eines Volumen Wassers, einer Holz-, Stein- oder Metallmasse &c. statt durch die Wage mittelst des Maßstabes bestimmen kann.

Selbst der einfache Uebergang von den gewöhnlichen Kubikmaßen zu den Hohlmaßen und die mannigfachen hiemit verknüpften Maßverwandlungen werden dem mit der Geometrie nicht Vertrauten entweder nicht, oder nur schwer verständlich sein.

Eine genaue Kenntniß der Maße und Gewichte, verbunden mit der Gewandtheit, dieselben zu den verschiedensten Größenbestimmungen benutzen zu können, ist nun für alle praktischen Berufsarten fast gleich unerläßlich: der Landbauer, der Handwerker, der Fabrikant, der Techniker &c. kann sie nicht entbehren.

Die meisten Größenbestimmungen, wenn sie nämlich nicht gerade zu den allereinfachsten gehören, lassen sich aber nicht gleich direkte durch die Benutzung der entsprechenden Maße ausführen, sondern es bedarf gewöhnlich zuvor einer rein geometrischen Betrachtung, vermöge welcher erst dann die verlangte Größenbestimmung durch eine spezielle Messung und Berechnung möglich wird.

Soll etwa, um ein ganz gewöhnliches Beispiel zu wählen, die Flächengröße eines ebenen dreieckigen Grundstücks nach Quadratsfüßen bestimmt werden, so ist zunächst klar, daß die Aufgabe nicht, wie es bei der Ausmessung gerader Linien geschieht, durch bloßes wiederholtes Anlegen des Maßes oder einer Zusammensetzung desselben gelöst werden kann, obwohl dieß wahrscheinlich der erste und volksthümlichste Gedanke zur Lösung der Aufgabe ist, * sondern es muß vorerst ein Gedankengang aufgesucht werden, durch den man, wenn er auch ursprünglich weniger nahe liegt, doch im Stande ist, der Aufgabe vollständig beizukommen.

Dieser Gedankengang kann z. B. folgender sein: Man überzeugt sich, daß das Dreieck die Hälfte eines Rechteckes ist, das mit ihm gleiche Grundlinie und Höhe hat. Weiß man nun den Flächeninhalt des Rechteckes genau zu finden, so ist dadurch auch derjenige des Dreieckes, als der Hälfte von jenem, gefunden. Dieses Verfahren wird aber durchaus nur durch die Geometrie gelehrt und durch kein anderes Unterrichtsfach und keinen andern Kunstgriff! **

* Der erste, natürlichste Einfall ist in der Ausführung gewöhnlich nicht der leichteste, denn es zeigen sich hiebei meist so große Schwierigkeiten, daß man nach einem andern, mehr künstlichen Wege zu suchen genöthigt ist, der, wenn auch schwieriger der Idee nach aufzufinden, doch verhältnißmäßig schnell und leicht zum Ziele führt.

Die Geschichte der Wissenschaften und Künste weist diesen Entwicklungsgang auffallend nach.

** Auch durch den Rechnungsunterricht nicht! Wir sagen dieß ausdrücklich für diejenigen, die stets meinen, das Geometrische sollte beim Rechnungsunterricht flickweise behandelt werden, oder was sie mit dem schönern Ausdrucke bezeichnen: „den geometrischen Unterricht vollständig mit dem Rechnungsunterricht verbinden“.

Es ist merkwürdig, wie man da herumfährt: Wegen vorhandener Uebelstände im Volksschulunterricht will man beständig noch neue, größere schaffen. Da findet man in so vielen pädagogischen und unpädagogischen Abhandlungen noch immer die (angebliche) Nothwendigkeit erörtert, den Zeichnungsunterricht mit der geometrischen Formenlehre, oder umgekehrt diese mit jenem, zu verbinden; oder man will, noch eben so häufig, die Geometrie dem Rechnen, mitunter auch ein Stück derselben der Geographie, ja der Naturlehre anhängen, was natürlich alles darauf hinausläuft, bald bei diesem, bald bei jenem Anlaß gewisse Kenntnisse nicht wirklich zu erzielen, sondern eigentlich zu erschleichen und wobei gewöhnlich noch mit großer Selbstgenügsamkeit dieses Pfscherhandwerk, das den einen wie den andern Unterricht gleich sehr verderbt, „An-

Und bei den meisten Messungen, die nicht gleich unmittelbar vollzogen werden können, die also nicht gerade zu den allereinfachsten gehören, ist es insbesondere die geometrische Konstruktion, die mit in Anwendung kommt, oder die wenigstens als Erkenntnisquelle benutzt werden muß, wie es auch bei dem obigen Beispiel von der Dreiecksmessung der Fall ist. Wer keine Einsicht in die geometrische Konstruktion hat, der wird den bei diesem Beispiel nothwendigen Faktor der Höhe entweder gar nicht, oder dann nur rein mechanisch nach bloßer Imitation bestimmen können, in welcher letzterem Falle er aber jeden Augenblick Gefahr läuft, irgend einen wichtigen Umstand zu vergessen, oder sonst einen Irrthum zu begehen, weil er eben den innern Grund von allem dem, was er thut, nicht kennt.

Also nur die wirkliche Einsicht in geometrische Verhältnisse kann hier helfen.

Nur durch diese Einsicht allein werden auch die Schüler der Volksschule die bürgerlichen Raummaße und Gewichte nach ihrem Zusammenhange und ihrer gegenseitigen Verwandtschaft auffassen und zu werthvollen Größenbestimmungen fürs Leben gebrauchen lernen. Wie vielerlei nützliche Uebungen gibt es da nicht, und auf wie manche Verhältnisse können sie nicht aufs vortheilhafteste einwirken!

Es ist nicht schwer einzusehen, daß der einfache Bürger und Landmann aus den Hülfsmitteln der Geometrie einen sehr wesentlichen Vortheil ziehen kann. Ist es z. B. nicht wünschenswerth, daß der künftige Bauer im Stande sei, seine Grundstücke selbst zu vermessen, nach gewissen Verhältnissen zu theilen und zu verwerthen? — daß er es verstehe, einen einfachen aber richtigen Plan von Haus und Hof aufzunehmen und deutlich und genau zu verzeichnen, so wie allfällige Veränderungen auf seinem Gute, wie z. B. Anlegung von Wegen und Stegen, Erd-Abtragung und Anlegung und Vieles dergleichen zum

schaungsunterricht“ genannt wird. — An einen einfachen, naturgemäß zusammenhängenden geometrischen Unterricht, wobei nichts verfrüht und nichts verspätet, sondern jeder Theil der rechten Alters- und Schulstufe zugewiesen und so von selbst die nöthige Verbindung mit den andern Unterrichtsgebieten und dem praktischen Berufsleben erreicht wird, wollen oder können gar viele nicht denken.

Voraus zu planiren und darüber die richtigen Berechnungen zu machen? — daß er es verstehe, leichtere geometrische Konstruktionen zum Behufe dieser oder jener Vorrichtung, zur Anfertigung dieser oder jener landwirthschaftlichen Geräthe und Werkzeuge 2c. auszuführen, um Mangelhaftes zu verbessern, Zweckmäßiges und Gelungenes nachzubilden oder gar selbst zu erfinden, — daß er es insbesondere verstehe, z. B. von einem einfacheren Bau oder irgend einem durch Handwerksleute auszuführenden Gegenstande einen Riß nach eigener Idee zu entwerfen, aus dem sowohl die rechte Form als die wahre Größe des zu Schaffenden entnommen werden kann?

Gereicht es endlich (um noch einige speziellere Beispiele anzuführen) dem Bauersmann nicht zum Nutzen, wenn er alle die mannigfaltigen landökonomischen Kosten-, Betrags- und Ertragsbestimmungen,* die sich auf geometrische Messung und Berechnung gründen, und die bei einem rationellen Betrieb der Landwirthschaft sich ihm so häufig entgegenstellen, mit Leichtigkeit und Sicherheit auszuführen versteht?

Ist es ihm nicht nützlich, wenn er zum Voraus mit leichter Mühe bestimmen kann, wie viele Klafter (Kubikmaß) ihm z. B. sein stehendes Holz (in einer Partie Waldbäume) oder sein Torfgrund (von einer bestimmten Mächtigkeit) u. dgl. abwerfe; wie viele Kubikfuß Erde sich bei Ausfüllung oder Ausgrabung einer gewissen Landstrecke zum Zu- oder Wegführen ergeben werden; wie viele Malter oder Sester Getreide im Kasten; Äpfel, Erdäpfel, Rüben 2c. in den Hürden liegen, ohne daß er diese Früchte herauszunehmen und vorerst mit dem Hohlmaße zu messen braucht; oder wie viele Kubikfüße, Maße, Tansen, Saum 2c. dieser oder jener Trog, jene Stande, jenes Faß halte, ohne die darin liegende Flüssigkeit, mit der sie angefüllt sein mögen, zuerst herauszuschaffen und dann auf gewöhnliche Weise zu messen? Und so noch viele Beispiele.

Wenn nun schon dem Landbauer die Geometrie so viele der wichtigsten, seinen Beruf fördernden Hülfsmittel darbietet, so ist nicht minder einleuchtend, daß sie von eben so großer, ja noch größerer Wichtigkeit für die formenden und konstruirenden Handwerker und Techniker 2c. ist.

* Wie will der Bauer ein ordentliches landwirthschaftliches Rechnungswesen, eine ordentliche landwirthschaftliche Buchhaltung führen, wenn er die genannten Bestimmungen nicht recht oder gar nicht versteht.

Daß der Zimmermann einen Zimmerboden oder eine Wand, der Maurer eine Mauer 2c. nach dem Inhalte zu messen verstehe, macht lange nicht das Einzige aus, was diese Handwerker aus der Geometrie zu schöpfen haben und namentlich in der Gegenwart schöpfen müssen, wenn sie ihre Arbeiten mit Vortheil, geschickt und den gesteigerten Anforderungen entsprechend ausführen wollen.

Es ist hier neben vielem Andern hauptsächlich die Gewandtheit und Einsicht in der geometrischen Konstruktion, worauf man beim Schulunterricht viel zu wenig Gewicht legt, obwohl gerade dieser Punkt für alle Berufsarten, bei deren Ausübung die Verhältnisse der Form und Größe eine Hauptrolle spielen, von Wichtigkeit ist. Ohne die Kenntniß der geometrischen Konstruktion sind — wie oben schon angedeutet worden — gerade die Messungen, die oft für das Leben am wichtigsten sind, unmöglich. Die Hauptfaktoren des Messens, die Dimensionen oder räumlichen Abmessungen (perpendikuläre Richtungen) ergeben sich nur aus rein geometrischer Betrachtung und werden durch die Konstruktion oder eine verwandte Operation bestimmt.

Die Sprache der graphischen Darstellung, die sich deutlicher über Form- und Größenverhältnisse ausspricht als jede Wortsprache, ist ein Ausfluß dieser Konstruktion und ist bis auf einen gewissen Grad für den Bauer wie für den Handwerker gleich nützlich und nothwendig.

Es ist merkwürdiger Weise die beschränkte Ansicht noch sehr verbreitet, daß die praktische Seite des geometrischen Unterrichts nur im Messen (von Linien, Flächen und Körpern) bestehe, während gerade die geometrische Konstruktion, das geometrische Zeichnen, eine eben so wichtige praktische Seite dieses Unterrichts ausmacht, die zudem die erstere noch vielfach bedingt. Der darstellende Theil der Geometrie wird fürs Berufsleben je länger je wichtiger. Mancher hat sich eine gute Idee sei es für ein Bauwerk, oder für eine Maschine, oder für ein nützlichcs Geräthe oder eine zweckmäßige Vorrichtung gebildet, aber er kann sich hierüber nicht gehörig verständlich machen, weil er die graphische Darstellung, die geometrische Konstruktion, nicht kennt, durch die er auch vor Allem aus sich selbst die hinreichende Klarheit und Sicherheit über die Ausführung seiner Idee verschaffen könnte.

Man gebe aber dem jungen Knaben Zirkel, Lineal und Stift in die Hand, man lasse ihn auf vernünftig fortschreitendem Wege die geometrischen Größen bilden, in ihren Formen durch Konstruktion darstellen und

nach Einheiten bestimmen oder ausmessen; man veranlasse ihn hiebei, die Konstruktion und Bildung so einzurichten, daß er dadurch mit absoluter Nothwendigkeit zur Erkenntniß der Haupteigenschaften der geometrischen Größen gelangt, die er sich gebildet hat*, wodurch ihm diese Eigenschaften zu wesenhaften werden, deren er sich bewußt ist, so lange er der einzelnen Größen selbst bewußt bleibt. Durch dieses Bewußtsein wird das Aufgefaßte in ihm zu einer wirkenden Kraft, die stets fortarbeitet und das Erlernte in tausend und tausend Fällen des Lebens in neuer Form und auf neue Weise geltend, d. h. wirklich praktisch macht.

Man lasse ihn weiter die geometrischen Maße (so wie sie gesetzlich bestimmt sind) in Wirklichkeit handhaben, so wie er Zirkel und Lineal handhaben und mit denselben einfachere Untersuchungen und Uebungen machen gelernt hat. Diese Uebungen im freien Raume gehen vom Einfachern zum Zusammengesetzten und Schwierigern über, wie diejenigen, die auf der Tafel oder dem Papier angestellt wurden.

Von der Handhabung des Zollstabes, der Meßschnur und des rechtwinkligen Dreiecks im Zimmer gehe man über zu derjenigen der Meßlatte, der Meßkette und des Meßkreuzes (Kreuzscheibe) im Freien, überall vermittele man den Uebergang zwischen dem Idealen und dem Konkreten und lasse dann den Schüler selbst zugreifen und operiren, damit er wirklich messen und Größen bestimmen, konstruiren und darstellen, und nicht bloß darüber schwagen, Regeln hersagen und einige Beispiele nachahmen lernt, die er sobald wieder sammt dem ganzen angelernten Kram vergißt, als er die Schule nicht mehr besucht.

Was der Schüler auf die oben beschriebene Weise selbst erfahren und erprobet von den einfachsten Versuchen, Uebungen, und Untersuchungen mit Lineal, Zirkel und Stift auf dem Papier bis zu den schwierigern Größenbestimmungen im freien Raume und den entsprechenden Konstruktionen und Zeichnungen, das gibt ihm die wahre Einsicht, Ueberzeugung und Kraft, das war für ihn die rechte Anschauung in der Wirklichkeit, und das macht ihm das Gelernte

* Man nennt diesen Weg der Erkenntniß denjenigen durch lebendige Veranschaulichung und Anschauung der entstehenden geometrischen Größen.

zu seinem wahren Eigenthum, daß er nicht so leicht verliert wie jene Kenntnisse, welche die Pädagogen der platt praktischen Richtung ihre Schüler ohne weiteres in innerlich unverstandenen Regeln anlernen lassen.

Der Schüler, der Konstruiren und Messen auf dem oben angegebenen Wege aus wirklichen Verhältnissen und mit eigenem Bewußtsein gelernt hat, der hat eine Kraft erlangt, vermöge welcher er alle seine Verrichtungen, durch die er in Wechselverkehr mit Größenverhältnissen tritt, zweckmäßiger, gewandter und geschickter zum Ziele führt, als jeder, der sich diese Kraft nicht selbst erworben und der auch übrigens noch so viele Regeln gelernt haben möchte.

Von großer praktischer Wichtigkeit sind hiebei die Kenntnisse aus den Naturfächern. Ein geweckter und geübter mathematischer Sinn vermag diese Kenntnisse so vielfach zu benutzen, daß der Schüler hieraus in jeder praktischen Berufsart Vorthail schöpfen kann. Die angewandte Geometrie, wie größtentheils auch das angewandte Rechnen, wird in Verbindung mit der Naturkunde zur Mathematik für das technische Geschäfts- und Berufsleben. Ueberhaupt bietet das geometrisch-mathematische Gebiet Hauptanhaltspunkte zur Kenntniß und Erforschung der Natur. Hierauf ist in der Auswahl von passenden Aufgaben und Uebungen für die vorgerücktern Schulstufen besonders zu achten.

Die hier berührte Verbindung mit der Naturkunde ist natürlich nicht in dem Sinne zu nehmen, wie Viele von einer Verbindung der Geometrie mit dem Rechnen oder dann mit dem Zeichnen sprechen, nämlich so, daß das Geometrische bloß als Anhängsel oder als Flickwerk bald beim Rechnen, bald beim Zeichnen, oder bei der Naturkunde austausche und je nach der Veranlassung, ohne eigenen Zusammenhang, bald so oder so behandelt werde; und eben so wenig soll damit gesagt sein, daß die Naturkunde nur so weit in Berücksichtigung falle, daß einzelne Naturkenntnisse bloß bei den Anwendungen des Rechnens und der Geometrie gelehrt werden sollen.

Gegen eine solche Verbindung kann man sich nicht kräftig genug verwahren, denn Unkenntniß, Bequemlichkeit, oft auch die wirkliche Ueberladung des einzelnen Lehrers durch eine zu große Schule führen darauf längst schon wiederholt zurück. Ueberdies macht sich immer noch einigermaßen das retrograde Bestreben geltend, die Volksschule durch Be-

schneidung und Verstümmelung des nothwendigen Unterrichtsstoffes wieder auf den Zustand der alten Schule zu reduzieren.

Wir haben uns über diesen Punkt im ersten Theil des Handbuches einläßlich ausgesprochen und können hier also einfach darauf hinweisen.

Aus dem Obigen sollte nun hinreichend sich ergeben, daß die Geometrie einen Boden hat, der gewiß praktisch genug ist, ja daß das Messen und Konstruiren, oder das geometrische Zeichnen, das durch die Geometrie gelehrt wird, in manchen Fällen, was das Praktische anbelangt, dem längst als praktisch anerkannten Rechnen vorangeht und dasselbe bedingt.

Denn das Rechnen wird im gewöhnlichen Leben von allen denjenigen, die nicht durch weitem Unterricht über das Alltägliche hinausgeführt sind, nur da angewendet, wo das Zählbare als solches gleich gegeben ist und die zu zählenden Einheiten gewissermaßen auf der Hand liegen. Wo aber die zu zählenden Einheiten noch im kontinuierlichen Ganzen und nicht als diskrete Theile vorliegen, da müssen diese Leute gewöhnlich das Rechnen bleiben lassen; denn da muß die Einsicht in die künstlichere Größenbestimmung, wie die geometrische Messung zc., vorangehen.

Mancher kann nun gerade in denjenigen Fällen, wo das Rechnen am meisten praktischen Vortheil und materiellen Nutzen gewähren würde, eben aus dem Grunde nicht rechnen, weil er die geometrischen Grundlagen nicht kennt, aus denen die Rechnung entspringen würde. Der Weitergeführte rechnet aber in manchem Gebiete, wo Viele nicht begreifen können, daß es da etwas zu rechnen gibt; denn den rechten Sinn und Anlaß zum Rechnen schafft in so vielen Fällen erst die geometrische Thätigkeit, ohne welche bloße Rechnungsfenntnisse uns im Berufsleben oft sehr wenig helfen.

Wenn nun nach Obigem nicht weggestritten werden kann, daß die Geometrie zur Unterstützung und zu besserem und einsichtigerem Betrieb der Landwirthschaft, der Handwerke, sowie vieler Gewerbe zc. * Haupthülfsmittel

* Der Mangel der nöthigsten geometrischen, überhaupt mathematischen Kenntnisse bei Handwerkern und vielen Gewerbetreibenden hat dazu geführt, daß an manchen Orten, besonders im Winter, Sonntagschulen für Handwerker zc. oder öffentliche Lehrkurse (eine Art praktischer Vorlesungen) für dasselbe Publikum gehalten werden. Geometrie und zeichnende Fächer, Naturkunde (vornämlich auch Mechanik) zc. bilden einen Hauptlehrgegenstand bei diesem Unterricht. Solche Kurse können in der That großen Vortheil stiften und sind in Berücksichtigung der gegen-

darhietet, die bei den strengen Anforderungen, welche die Gegenwart an alle diese Berufsarten stellt, nur mit unvermeidlichem Nachtheil und Schaden ermangelt werden können; so ist die von Kurzsichtigen oder gar von Gegnern der Volksschule ausgehende Tendenz, die Geometrie wie überhaupt den Bildungsstoff, den sie nicht innerhalb der Gränzen des altbeliebten Unterrichtsgebiets von „Lesen, Schreiben, Rechnen, Singen“ aufzufinden vermögen, aus der Volksschule zu weisen, durchaus einerlei mit dem Beginnen, der Zeitentwicklung, dem geistigen Fortschritt entgegenzutreten und die Berufsstände zu ihrem Verderben darniederzuhalten.

Und wenn sogar einzelne Lehrer, die der Ausbildung des Schulwesens nicht genugsam zu folgen vermochten, nur das praktisch finden können, was seit Altem in der Schulstube geduldet war, „indem sie nicht verwegne Neuerung im altgewohnten gleichen Gang des Lebens tragen“; so ist zu hoffen, daß sie bald aus dem Widerspruch gerathen möchten, in welchem sie sich mit der ganzen Zeitrichtung und der Entwicklung der gegenwärtigen Gesellschaft befinden, und daß sie einsehen lernen, daß für das fortgeschrittene Volksleben nicht mehr ausreichend sein kann, was allenfalls für frühere, beschränktere Verhältnisse noch so genügen mochte, sondern daß diesem Volksleben alle diejenigen geistigen und praktischen Hülfsmittel zugewendet werden **müssen**, durch die es seinen gesunden Zustand bewahren und einer glücklichen Zukunft entgegenblühen kann.

Die Uebelstände, die noch an den meisten Orten darin bestehen, daß noch nicht alle Schulstufen gehörig organisirt sind, dürfen nicht darauf führen, das Unerläßliche in der Volksbildung fallen zu lassen, sondern müssen gerade darauf hinleiten, daß das Unerläßliche der lebenskräftigen Herstellung sämtlicher Schulstufen erreicht werde, durch deren gedeihliche mit dem praktischen Berufsleben im rechten Verhältniß stehende Wirksamkeit die Volksschule erst das werden kann, was sie soll: Eine Hauptquelle der geistigen Erhebung und der ökonomischen Wohlfahrt des Volks.

wärtigen Bildungsverhältnisse sehr zu empfehlen. Besser aber wäre immerhin, eine wahre Volksschule hätte bereits alle diese Leute gelehrt, was man bei vorgerücktem Alter und mehr zufälligem Unterricht doch nur schwer, ja oft gar nicht mehr lernt.

Es dürfte endlich auch Solche geben, welche zwar die Nützlichkeit geometrischer Kenntnisse und Fertigkeiten für die praktischen Berufsarten zum Voraus anerkennen, allein darüber noch nicht im Klaren sind, wer diese Kenntnisse lehren soll: ob die Volksschule, ob besondere Anstalten, ob endlich das Berufsleben selbst?

Daß man in dem Berufsleben vollauf zu thun hat mit den speziellen Richtungen und Verrichtungen desselben, das lehrt die fortwährende Erfahrung. Ueberdies müssen erst die wichtigsten wissenschaftlichen Erkenntnisse ins Berufsleben selbst eingedrungen sein, bevor von denselben aus für die Mittheilung und Verbreitung wissenschaftlich praktischer Hülfsmittel etwas zu erwarten ist.

Und auch dann noch könnten die Mittheilungen von dieser Seite nur zu unzusammenhängenden und zerstückelten Resultaten führen, wenn nicht ein wirklicher planmäßiger Unterricht neben der Anleitung zu den speziellen Berufsgeschäften Statt fände. — Diesen Unterricht kann aber unter allen Umständen keine besondere Anstalt besser ertheilen und zweckmäßiger pflegen als die Volksschule.

Sie umfaßt die Kinder aller Stände und Berufsarten, durch sie wird dafür gesorgt, daß keines leer ausgehe, sie hat eben hauptsächlich zur Aufgabe, einen allgemein bildenden und allgemein vorbereitenden Unterricht zu geben, indem sie weder speziell ausschließlich diesen oder jenen oder irgend einen Beruf ins Auge fassen, sondern das lehren und darin anregen will, was Allen nützlich sein kann. Und hier sollte sich auch aus Obigem ziemlich deutlich ergeben haben, daß die „Geometrie der Volksschule“ kein bloßes Spezialgebiet für einzelne Individualitäten, sondern einen nothwendigen Bildungs- und Vorbereitungsstoff für Alle bildet, indem sie sogar gewöhnlichere Arbeiten des Lebens zu erhellen vermag.

Allein wird die Volksschule diesen Unterrichtsgegenstand auch in der rechten gedeihlichen Weise lehren, wird sie — vom Leben etwas abgezogen — denselben nicht in zu abstrakter und unverdaulicher Weise behandeln, so dürfte man noch fragen?

Es ist wahr, daß früher Manche darin fehlten, daß sie die Anfänge der wissenschaftlichen Elementarmathematik als denjenigen mathematischen Unterrichtsstoff betrachteten, der ohne Weiteres in das Volksschulgebiet passe und der nur nach den verschiedenen Partieen dieser Elemente auf die einzelnen Schulstufen vertheilt zu werden brauche, um da als ganz geeigneter

Lehrstoff zu dienen. Allein hievon kam man längst schon zurück und es hat sich seit dieser Zeit allmählig durch viele Bearbeitungen und mannigfache praktische Versuche ein formell und materiell eigenthümliches Lehrgebiet herausgebildet, das als die Mathematik der Volksschule auftritt.* Es schließt dasselbe schon in seinem Wesen den Charakter seiner Methode und der Ausdehnung und Zweckbestimmung seines Stoffes in sich, und mag sich hiegegen auch noch so manche Privatan sicht stemmen, sei es aus Unkenntniß oder aus Eitelkeit, sei es aus besonderen Liebhabereien oder falsch verstandenen Selbstständigkeitsrücksichten: Methode und Stoff werden diesem Wesen und diesem Zwecke gemäß in der Hauptsache so lange als bestimmt gesichert angesehen werden können, als die Volksschule die allgemeine Bildungsanstalt der Jugend des ganzen Volks sein wird.

Da nun nach Allem, abgesehen von der Wichtigkeit des geometrisch-mathematischen Unterrichts in Hinsicht auf die Verstandes-, Gemüths- und Willensfacultät des Menschen (welche Gesichtspunkte wir schon im I. Theil unsers Handbuches einläßlich erörterten) die Nothwendigkeit, ja Unerläßlichkeit geometrischer Kenntnisse und Fertigkeiten fürs praktische Berufsleben je länger um so weniger bestritten werden kann, als die fortschreitende industrielle Gesellschaft unserer Tage von dem Einzelnen immer mehr Einsicht und Tüchtigkeit im Gebiete der Form und Größenverhältnisse verlangt, und da ferner von keiner andern Seite und keiner andern Anstalt her eher eine allgemeinere Verbreitung dieser Kenntnisse möglich ist, als durch die Volksschule, so ergibt sich jetzt die Aufgabe, darzustellen, in welchem Sinne und in welcher Weise der Zweck des geometrischen Unterrichts in der Volksschule am naturgemähesten und erfolgreichsten erreicht werden dürfte.

§ 3.

Umfang und Inhalt der Geometrie der Volksschule.

Wie die Mathematik der Volksschule nicht als gleichbedeutend angesehen werden darf mit der Elementarmathematik im Allgemeinen, so ist auch insbesondere die Geometrie der Volksschule weder als eine Planimetrie noch als eine Stereometrie im üblichen Sinne dieser Ausdrücke, noch als beides zugleich zu betrachten. Jeder Theil der Elementarmathematik bildet

* Siehe die Charakteristik dieses Gebiets, Seite 4 bis 6 unserer Anleitung zum Rechnungsunterricht der Volksschule.

nämlich für sich einen bestimmten Abschluß, d. h. einen Zusammenhang von Resultaten, die alle auf gleich hoher Stufe der Erkenntniß stehen, alle die Früchte des ausgebildeten Verstandes sind und immer nur sein können. Die Geometrie der Volksschule dagegen ist ein fließender Entwicklungsgang von den einfachsten kindlichen Anschauungen der Raumgegenstände und der Bildung der ersten und einfachsten Begriffe von Raumgrößen und ihren Formen an bis zu den combinirten geometrischen Operationen, Uebungen und deren Anwendungen aufs gemeine Leben. Sie ist daher etwas Anderes als irgend ein Lehrbuch der reinen oder angewandten Geometrie oder eines Theils derselben, ist also weder eine Euklid'sche, noch eine Legendre'sche, noch eine Steiner'sche, weder eine synthetische, noch eine analytische, weder eine ältere noch eine neuere Geometrie; weil sie nicht einen Abschluß der Vernunftserkenntnisse des ausgebildeten Menschen, sondern den Prozeß der erwachenden und sich fortwährend erweiternden Einsicht und Thätigkeit des in der Entwicklung begriffenen Menschen im geometrischen Größengebiete darstellt.*

Die Geometrie der Volksschule umfaßt natürlich in mancher Hinsicht weit weniger Stoff als der geometrische Unterricht mancher wissenschaftlicher oder gar gelehrter Schulklassen, und doch hat sie in anderer Beziehung wieder einen größeren Umfang und eine größere Vollständigkeit als jener Unterricht oft nicht hat. Wenn z. B. in der Maturitätsprüfung an einer Hochschule, was die Geometrie anbetrifft, nur verlangt wird, daß der Uebertretende die Planimetrie verstehe (wobei er dann auch in vielen Fällen für immer stehen bleibt), so erhält dagegen der Schüler der Volksschule bis zu seinem Austritt aus den obersten Klassen in so weit einen umfangreicheren Unterricht, als er auch mit den wichtigsten Sätzen der Stereometrie und deren Anwendungen bekannt gemacht wird, — wiewohl hinwiederum dieser Unterricht keineswegs auf wissenschaftliche Strenge und Lückenlosigkeit in irgend einem Gebiete Anspruch macht. Oder wenn an manchen Lehranstalten zwar das System der Elementargeometrie vollständig und lückenlos gelehrt wird, so hat dagegen der austretende Volksschüler dieses wissenschaftliche Gebäude we-

* Eben hat man bis jetzt fast immer, wo man es strenger nehmen wollte, dem Volksschüler von Anfang an nur die geometrischen Vernunftschlüsse des reifen Verstandes vorgelegt und daher auch eben so oft mit dieser Geometrie in der Volksschule Fiasco gemacht.

nigstens in der Form und in dem Zusammenhang aller einzelnen abstrakten Sätze nicht; aber er hat dagegen auch wieder, was dort zu wenig berücksichtigt ward: die mannigfaltige praktische Hinwendung und Anwendung dieses Größengebiets aufs Leben, namentlich auch mit Beziehung auf die praktische Darstellung des Räumlichen durch entsprechende geometrische Zeichnung.

Wenn nun der Inhalt der Geometrie im Allgemeinen in dem Gebiete der Linien, Winkel, Flächen und Körper liegt, so ist auch derjenige der Volksschulgeometrie zwar in eben diesem Gebiete zu suchen; allein während jener für die Wissenschaft und ihre Untersuchungen ein unbedingt offener und freier ist, so wird dieser dagegen beschränkt theils durch das praktische Bedürfnis, theils durch die sehr einfachen wissenschaftlichen Hülfsmittel, auf welche die Volksschule fußen muß.

Mit Rücksicht auf das praktische Bedürfnis muß aus der Volksschulgeometrie manches wegbleiben, was sonst in der reinen Geometrie als werthvolle wissenschaftliche Wahrheit auftritt, in der haushälterischen Volksschule aber nur als Luxusartikel gelten könnte. Es ist unnöthig, die zu dieser Kategorie gehörenden planimetrischen und stereometrischen Lehren besonders aufzuführen; dagegen ist darauf aufmerksam zu machen, daß diejenigen einfachen geometrischen Wahrheiten, die entweder von unmittelbarer praktischer Wichtigkeit sind, oder die man durchaus nöthig hat, um andere praktisch wichtige Wahrheiten festzustellen, die Grundsteine für die Volksschulgeometrie bilden müssen. Dieselben werden bei der Entwicklung der Methode besonders berührt werden.

Mit Rücksicht auf die einfachen geistigen Hülfsmittel, welche die Volksschule beanspruchen darf, muß sie sogar auf manche geometrische Disziplinen verzichten, deren hohe praktische Bedeutung sonst außer allem Zweifel steht, deren Verständnis aber schon mehr wissenschaftliche Bildung voraussetzt. Zu diesen gehören insbesondere alle diejenigen, die Rechnungshülfsmittel erheischen*, welche die Kräfte der Volksschule übersteigen (also über die vier arithmetischen Operationen hinausgehen, wie z. B. diejenigen Sätze, zu denen durchaus die Kenntniß der algebraischen Gleichungen (Proportionslehre** inbegriffen), ferner die der Operationen mit

* Siehe die Anleitung zum Rechnungsunterrichte § 7 der ersten Abtheilung, S. 23 bis 26.

** Die sogenannte Ähnlichkeitstheorie kann als solche, nämlich nach ihrer wissenschaftlichen Bedeutung, in der Volksschule nicht behandelt werden,

Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zc. erforderlich ist. Endlich sind auch noch alle diejenigen geometrischen Partien unter den auszuschließenden zu nennen, die, wenn auch nicht zu schwierige Rechnungshilfsmittel, doch zu schwierige geometrische Kombinationen und Konstruktionen erheischen, wie z. B. viele Theile der Stereometrie und der zeichnenden oder darstellenden Geometrie.

Es fallen also in die Geometrie der Volksschule (bloß mit Rücksicht auf das objektive Ziel, also noch abgesehen von aller pädagogisch methodischen Anordnung und Behandlung) folgende Abtheilungen:

1. Auffassung der räumlichen Gestalten im Allgemeinen.
2. Auffassung der Raumelemente aus der Betrachtung räumlicher Gestalten. Abbildliche Darstellung dieser Elemente. Zeichnung.
3. Konstruktion und Größenbestimmung von Linien. Längenmaße.
4. Konstruktion und Größenbestimmung von Winkeln. Winkelmaße. Richtung der Linien.
5. Konstruktion geschlossener Figuren (Drei-, Vier-, ... Vieleck, Kreis zc.).
6. Größenbestimmung oder Ausmessung dieser Figuren. Flächenmaße.
7. Vermessung zusammenhängender Flächenstücke im Freien und Aufnahme der entsprechenden Grundpläne. (Einfacher Meßapparat.)
8. Geometrische Zeichnung einfacher Pläne.
9. Auffassung der Bildung geometrischer Körper aus gegebenen Bestimmungen.
10. Größenbestimmung der Oberfläche einfacher geometrischer Körper. Darstellung oder Entwicklung ihrer Oberflächen. (Konstruktion der Netze.)

dagegen wird die Proportionalität einfacher geometrischer Größen nicht ganz ausgeschlossen bleiben, sondern nur ohne das wissenschaftliche Kleid der Proportionen in Berücksichtigung fallen, gerade wie beim Rechnungsunterricht die Proportionalität der Größen auch ohne die Proportionen behandelt wurde. Das wissenschaftliche Mittel der Proportion taugt eben nicht in der Volksschule und die Anwendung desselben wäre weniger als ohne Erfolg: sie würde schaden.

11. Ausmessung einfacher geometrischer Körper. Körpermäße.
12. Annähernde Bestimmung beliebiger Volumina, ebenso der Gewichte (absolute und spezifische) 2c.
13. Einfache Grund- und Aufrisse, Durchschnitte.
14. Darstellung baulicher und gewerblicher Gegenstände überhaupt, vermittelt einer einfachen geometrischen Darstellungsweise.

Hier sind also hauptsächlich die objektiven Grundlagen für die Geometrie der Volksschule gegeben. Die Methode hat dieselben gemäß den pädagogischen Gesetzen so zu ordnen, zu verarbeiten und mit dem praktisch materialen Stoffe zu durchdringen, daß sich hieraus dasjenige Ganze gestaltet, das die Geometrie der Volksschule genannt werden darf.

Was diesen praktisch materialen Stoff insbesondere anbelangt, so ist derselbe aus der Naturkunde, der Landwirthschaft, den Künsten, Handwerken, Gewerben 2c. zu ziehen, denn die Geometrie soll für diese Gebiete, wie das Rechnen, ein Hauptunterstützungsmittel sein, so weit dieß nämlich im Einklange steht mit den Anforderungen der Gemeinnützlichkeith und Gemeinfaßlichkeit, sowie mit der ganzen Stellung und verhältnißmäßigen Bedeutung unsers Schulfachs im gesammten Organismus des Volksschulunterrichts.

§ 4.

Ueber die Methode und die methodische Ausführung des geometrischen Unterrichts in der Volksschule.

Wir haben die „Methode des Ursprungs und der Entstehung gemäß psychologischer Entwicklung“ als diejenige der Mathematik der Volksschule im Allgemeinen erklärt.* Hier wollen wir sie in geometrischer Richtung im Besonderen verfolgen.

Die genetische Methode, von der man in Hinsicht auf Mathematik sehr häufig spricht und die auch als wissenschaftliche Methode Geltung hat, darf nicht verwechselt werden mit der Methode der Volksschulgeometrie als solchen. Jene bezeichnet bloß ihrem Grundzuge nach den Charakter der letztern, da sie eben auf den Ursprung und die Entstehung der mathematischen Größen zurückgeht, im Uebrigen aber, was Eintheilung, Verarbeitung und Vorführung des Stoffes anbelangt, gar nicht an eine fortschreitende psychologische Entwicklung gebunden ist, sondern den Stoff auch rein nach objektiv wissenschaftlichen Gründen

* Siehe § 8, Seite 27 bis 32 im ersten Theile unsers Handbuches.

entwickeln und verfolgen kann. Der Methode der Volksschulgeometrie kommt aber das Spezifische der Entwicklung des Stoffes nach Maßgabe der Entwicklung der Seelenkräfte des Kindes zu, wobei die Rücksicht auf die praktischen Bedürfnisse des Lebens fortwährend diesem nämlichen Gesetze unterthan bleiben muß.

Um die Grundzüge der psychologisch- oder pädagogisch-genetischen Methode (als derjenigen der Volksschulgeometrie) etwas schärfer zu bezeichnen, wollen wir zunächst den Gang anzugeben versuchen, den der Mensch ungefähr befolgen mußte, um sich den geometrischen Stoff und die Gesetze der Bildung desselben zu abstrahiren.

Wie der Mensch offenbar durch die Zusammenordnung gleichartiger Dinge in der Natur zur Unterscheidung und Auffassung der Zahl geführt wurde, so auch durch die verschiedenartigen Formen und Gestalten in der Natur auf die Unterscheidung und Auffassung der geometrischen Größen und Gebilde. Da aber jene Formen und Gestalten in der Natur nicht rein geometrisch ausgeprägt sind, sondern höchstens Annäherungen oder Analogieen zu den idealen Formen und Größen der Geometrie bilden, so hat sich der menschliche Geist die letztern erst schaffen müssen.

Beispiele für Annäherungen von einzelnen geometrischen Gebilden lassen sich in der Natur leicht finden, wie z. B. für den Kreis: die Scheibe der Sonne und des Vollmonds *zc.*; für gerade Linien, Winkel, ebene Flächen und die einfachern von ebenen Flächen begränzten geometrischen Körper: die Kanten, Winkel, Flächen und Körperformen mancher regelmäßiger Naturkörper, z. B. der Krystalle, so wie mancher analoger Naturgebilde größeren Maßstabes; für die Kugel: manche Früchte, runde Steine *zc.*; für Walze und Regel: einzelne Abschnitte von Baumstämmen *zc.*

Solche Annäherungen von geometrischen Gebilden boten wahrscheinlich die Grundlage zu den Untersuchungen dar, durch die man die Bildungsgesetze der einfachsten räumlichen Gestalten aufzufinden sich bemühte. Bei den Annäherungen für Kreis und Kugel mußte sich z. B. dem Schärferblickenden bald die Idee von Gebilden herausstellen, in denen sich das Gesetz offenbart, daß alle Theile ihrer Begränzung gleich weit von einem und demselben Orte (dem gemeinsamen Mittelpunkte) abstehen. Die Begriffe von Punkt, Linie, Fläche *zc.* mußten bald bei der, bald bei jener Ver-

anlassung, bald mehr einzeln, bald mehr im Zusammenhange von Erscheinungen in der Außenwelt* abstrahirt worden sein. Daß diese Begriffe auch unabhängig von jeder Wortdefinition bestehen konnten, wird leicht zugegeben werden können. Wie aber diese Begriffe aufgefaßt waren, mußte der menschliche Geist weiter schaffend und kombinirend verfahren, wodurch er sich der ersten geometrischen Beziehungen und einfachsten geometrischen Sätze bewußt wurde, die dann auch sofort ihre Geltung und mannigfache Anwendung im realen Leben erlangen sollten. So durch Zerlegung und Zusammensetzung, durch geistige Kombination und Konstruktion, sowie durch Benützung der Resultate der Erfahrungen, gelangte man allmählig zu demjenigen Stoffe, der in dem Lehrgebäude der Elementargeometrie systematisch geordnet und aufgeführt ist. Es bestätigt sich der Satz:

Die Geometrie hat ihren Ausgangspunkt in der empirischen Beobachtung und Anschauung, ihren Schwerpunkt und Stützpunkt in der geistigen Verarbeitung und Umbildung und ihren Ziel- und Endpunkt in der praktischen Anwendung.

Es ist ein großartig erfolgreicher Gang, den der menschliche Geist einschlägt, indem er von der forschenden Betrachtung und Auffassung der Dinge und Erscheinungen in der Natur in seine eigene Werkstätte einkehrt, wo er abgezogen von der realen und konkreten Welt in selbstständiger Thätigkeit die aufgefaßten Begriffe kombinirt und auf gesetzmäßige Weise zu rein idealen Gebilden umwandelt, die er alsdann verkörpert wieder in der realen Welt zur Erscheinung treten läßt. Das Großartige, das in diesem fortschreitenden Prozesse der Vergeistigung der Außenwelt und der hierauf folgenden Verkörperlichung des geistig Geschaffenen liegt, tritt schon in unserer Gegenwart so mächtig hervor, daß man nicht mehr wie im Alterthume bloß von einer beschränkten Anzahl von Wunderwerken zu sprechen hat, die dem Menschengeniste zur Zierde gereichen, sondern daß bald unser ganzer irdischer Wohnsitz nur ein sprechender Zeuge von diesem mächtigen Umwandlungsprozesse ist.

* Von den Erscheinungen auf der Erdoberfläche hat der gestirnte Himmel wohl sehr frühe die staunende Betrachtung ab- und auf sich gezogen, wodurch er eines der ersten Felder für die formende, die leuchtenden Punkte durch Linien zu allerlei Figuren verbindende Phantasie, sowie hauptsächlich auch für die geometrisch schaffende Geisteskraft wurde; Beweis die frühzeitig beginnende astronomische Forschung, verhältnißmäßig frühe Fortschritte in der hierauf angewandten Trigonometrie zc.

Wenn sich nun im Allgemeinen der geschichtliche Entwicklungsgang der Elementargeometrie aus ihren ersten Anfängen, wie derjenige des Elementarrechnens, nicht genau angeben läßt*, so kann man doch über so viel im Klaren sein, daß zuerst die Raumelemente (Punkt, Linie, Fläche, Körper) durch Abstraktion erfaßt sein mußten, bevor hierauf bezügliche geometrische Sätze mit Bewußtsein festgestellt werden konnten und daß von diesen letztern zunächst die leichtern und einfachern durch Beziehung der Raumelemente auf räumliche Größen aufgefunden und angewendet wurden. Viel mehr läßt sich hier nicht mit Sicherheit behaupten. Wenn daher verlangt wird, beim geometrischen Unterricht den geschichtlichen Gang oder denjenigen der Natur der Sache zu verfolgen, so kann sich dieß nur im Allgemeinen auf die Hauptstadien dieses Entwicklungsganges beziehen, welche unzweifelhaft für das Elementargebiet folgende sind:

1. Anschauung und geistige Auffassung räumlicher Größen in der Natur.
2. Bewußte Bildung der Begriffe der Raumelemente.
3. Verbindung und Verarbeitung dieser Begriffe zur Erkenntniß der einfachern geometrischen Wahrheiten und Rückbeziehung derselben auf die konkrete Wirklichkeit durch praktische Anwendung.

Es ist natürlich, daß jede dieser Stufen allmählig die folgende vorbereitet, daß keine plötzlich beginnen und ausschließlich verfolgt werden darf, sondern daß jede zugleich noch in die folgende hinüberdauert, und daß das, was die Pädagogik aus dem Fortschritte der Zeit und der Kunstthätigkeit zur Benützung für einen fördernden Unterricht herbeiziehen kann, nicht unberücksichtigt bleiben soll. So wird man sich zum Behufe der Auffassung räumlicher Gestalten nicht bloß auf Naturkörper beziehen, sondern auch auf Gegenstände der Kunst; man wird zur Bildung der geometrischen Begriffe hauptsächlich künstliche Formen benützen, oder

* Denn diejenigen Werke, die uns das Alterthum über dieses Gebiet hinterlassen hat, ertheilen nur wenigen Aufschluß über die allmähliche Entstehung der Elemente der Mathematik, indem sie meistens bloß die fertige Zusammenstellung der geometrischen Resultate bilden, die wohl durch viele Jahrhunderte hindurch erst nach und nach gewonnen und dann von Meisterhänden vermehrt, vervollständigt und systematisch geordnet worden waren.

wenigstens sich jedenfalls nicht bloß auf geometrische Analogien aus der Natur beschränken; so wie man zur Herleitung geometrischer Thatfachen und der damit verbundenen Wahrheiten künstliche Veranschaulichungsmittel um so lieber in Anwendung bringen wird, je einfacher und zweckfördernder sie zugleich sind.

Die oben genannten drei Hauptstufen der geometrischen Stoffentwicklung, die wohl ebensowenig unberücksichtigt gelassen werden dürfen, so wenig es anderseits möglich oder angemessen sein wird, sich noch strenger an die geschichtliche Entwicklung der Elementargeometrie anzuschließen, sind auf den verschiedenen Stufen der Volksschule in folgender Weise ins Auge zu fassen.

A. Elementarschule.

Die Elementarschule hat es, gemäß ihrer Bedeutung und Stellung lediglich mit der Anschauung und Auffassung der räumlichen Gestalten im Allgemeinen zu thun. Das Kind bildet sich hieraus allerdings schon die ersten Vorstellungen von den Elementen des Raumes; es abstrahirt sich durch bloße Unmittelbarkeit die Vorstellungen des Ortes (Punkt), der Richtung (Strich, Linie), der Ausdehnung nach der Fläche und nach dem körperlichen Raume. Allein diese Vorstellungen erwirbt es und sie existiren in seinem Geiste ohne das Bewußtsein einer bestimmten Definition dieser Elemente. Wiederholte Anschauungen und unterhaltende Besprechungen über Dinge, bei denen diese Elementarverhältnisse in Frage kommen, leisten hier genug. Dagegen ist es unerläßlich, den bei Kindern schon sehr frühzeitig sich regenden Trieb zur abbildlichen Darstellung in der Elementarschule auch im Interesse der geometrischen Anregung zu pflegen. Hier bleiben aber die Richtungen vereinigt, es darf nicht eine speziell geometrische Tendenz hervortreten.

Die Uebungen des Auges und der Hand in Auffassung und Darstellung einfacher Formen bereiten für den Schreibunterricht, den Zeichnungsunterricht wie für die Geometrie zugleich vor.

Diese Vorbereitung ist um so besser, je mehr man hier bei der Sache bleibt und nicht schon eine Terminologie herbeizieht, die selbst auch erst zum eigentlichen geometrischen Unterricht gehört. Das Kind kann ganz gleich eine einfache Figur als Bild von einem

leicht darstellbaren Gegenstände seiner Umgebung zeichnen, ohne daß man ihm von rechten, spitzen, stumpfen Winkeln, von Parallellinien, Parallelogrammen, Kreislinien, Halbmessern, Sehnen 2c. spricht.

Man hat schon oft in der Absicht, den spätern geometrischen Unterricht vorzubereiten und zu erleichtern, in der Elementarschule die sogenannte geometrische Formenlehre behandeln wollen; allein diese inhaltlose Formen- und Namenlehre bereitet einen gedeihlichen Unterricht in der Geometrie nicht vor, sie greift ihm bloß vor und zwar auf eine sehr unstatthafte und schädliche Weise, indem man dadurch dem Schüler Namen und Zeichen gibt für Begriffe, die er noch nicht hat und nicht haben kann, da deren Erwerbung erst durch den wirklich geometrischen Unterricht möglich ist.

Man könnte mit ganz dem gleichen Rechte, um vermeintlich den spätern Rechnungsunterricht vorzubereiten, in der Elementarschule eine arithmetische Formenlehre* ertheilen, durch welche man die Schüler, bevor sie die verschiedenen Zahlen und Operationen mit denselben aufgefaßt haben, lehren würde: die Zahlenamen sprechen, alle Ziffern schreiben, dieselben nach der Regel des Zehnersystems ansetzen und aussprechen, Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen ansetzen und die einzelnen Operationsglieder benennen, Bruchformen schreiben und lesen, wobei die Ziffer über dem Strich Zähler, die unter dem Strich Nenner genannt würde u. s. f., mit Dezimalbrüchen 2c.

Allein durch das Eine wie durch das Andere stumpft man den Schüler gleich sehr ab und raubt ihm für eine spätere auf den Geist gebaute, ersprießliche Behandlung des Faches die nöthige Frische, der Schüler glaubt die Sachen zu wissen und hat bloße Namen und Formen; ein späterer Unterricht, der nun in der That auf die Sache eingehen will, scheint ihm das Gleiche

* So könnte man sich auch beim Elementarsprachunterricht nicht bloß mit der unmittelbaren Einübung der grammatischen Verhältnisse begnügen, sondern dem Schüler zugleich die Terminologie von den Wortarten, Beziehungsverhältnissen, Satzgliedern, Satzarten 2c. mittheilen. Allein man ist im Elementarsprachunterricht doch weiter als im geometrischen, und man läßt den Schüler unmittelbar die Sache ergreifen und kümmert sich weder um Terminologie noch Sprachregeln, die hier dem Schüler die Sache nur verleiden würden.

wieder zu bringen, das macht ihm den Unterricht langweilig, das Tiefere erfaßt er nicht, denn sein geistiger Blick hat bereits an Frische und Schärfe eingebüßt, und dadurch wird ihm der Unterricht zum Ueberdruß. Es ist fast unglaublich, wie viel man durch den ersten Unterricht, wenn er unpassend ertheilt wird, verderben kann.

Die Trennung des geometrischen Unterrichts in eine Formen- und Größenlehre ist indessen auch an sich ein Unding. Form und Größe treten in der Wirklichkeit nie von einander getrennt, sondern mit einander verbunden auf; eins gehört zum andern, Gestalt ohne Ausdehnung ist nichts, ein Name ohne Bedeutung. Die wirklich geometrische Betrachtung und Untersuchung ist es aber wieder, die beides, Form und Größe, ins rechte Licht setzt und zur rechten Auffassung bringt, und dann ist auch die nöthige Terminologie am Platze. Die Formenlehre kann also auch erst in ihrer natürlichen Verbindung mit der geometrischen Größenlehre auf der nächsten Schulstufe in geeignete Betrachtung fallen.

B. Realschule

Die Realschule hat zunächst damit zu beginnen, diejenigen Vorstellungen, welche der Schüler bis jetzt auf dem Wege der Unmittelbarkeit im Gebiete der räumlichen Größen erlangt hat, zu bestimmten Begriffen umzuwandeln und hiebei insbesondere die Begriffe von den Raumelementen dem Schüler zum Bewußtsein zu bringen.

Sie schreitet darauf allmählig in der Verbindung und Verarbeitung dieser Begriffe in der Weise fort, daß hiedurch der Schüler stufenweise zur Erkenntniß und Anwendung der einfachern geometrischen Wahrheiten gelangt.

Auf dieser Schulstufe beginnt also erst der eigentlich geometrische Unterricht der Volksschule, während auf der vorigen Schulstufe ein bloßer Vorbereitungsunterricht am Platze war.

Wir müssen wiederholen, daß mit dem Bestreben, dem Schüler geometrische Begriffe und Beziehungen zum bestimmten Bewußtsein zu bringen, durchaus nicht die höchst irrthümliche Meinung verwechselt werden darf, als könnte oder sollte der dießfällige Unter-

richt in irgend welcher Art nach dem Muster eines wissenschaftlichen Unterrichts in den geometrischen Elementen ertheilt werden; er muß im Gegentheil ein durch und durch anderer sein.

Allein eben so irrthümlich wäre es, wenn von irgend einer Seite vorausgesetzt würde, die methodische Durchführung des geometrischen Unterrichts der Volksschule könnte oder sollte daher eine ganz unwissenschaftliche sein. Es darf nämlich weder das Einzelne mit den Resultaten der Wissenschaft im Widerspruch stehen, noch dürfen die verschiedenen Wahrheiten aufs Gerathewohl bald so bald anders vorgeführt und zu einem Ganzen ohne innern Zusammenhang und einheitliche Entwicklung vereinigt werden, noch viel weniger darf man den Schüler in eine Anschauungsweise einführen, die einem höhern Unterricht hindernd in den Weg träte, und die er sich hier extra wieder ablernen müßte, bevor er mit Erfolg weiter fortschreiten könnte.

Hier tritt nun eben das methodisch-geometrische Prinzip des Ursprungs und der Entstehung gemäß psychologischer Entwicklung an die Spitze.

Der geometrische Unterricht muß ein schaffender sein; in der Art und Weise wie er schafft, soll zugleich die Begründung liegen, aus welcher Einsicht und Kenntnisse fließen, die in Verbindung mit der nöthigen Uebung die rechte Fertigkeit und Tüchtigkeit fürs Leben hervorbringen. Nun sind die geometrischen Gebilde, die hier in Betrachtung fallen, der Art, daß sämtliche so erzeugt werden können, daß schon aus ihrer Entstehung die wichtigsten Eigenschaften und Beziehungen hervortreten, die mit dem Wesen dieser Gebilde verknüpft sind und die als geometrische Wahrheiten auch für die Anwendung von entscheidender Bedeutung sind.

Der Lehrer hat nun die Entstehungsart dieser Gebilde so zu wählen und so vorzuführen, daß dem Schüler jene geometrischen Eigenschaften und Beziehungen nothwendig in die Augen springen müssen. Es gilt also hier der Grundsatz:

Von den einfachsten geometrischen Gebilden an wird die Entstehung eines jeden derselben vor den Augen des Schülers (am besten durch bewegliche Gegenstände) in der Weise veranschaulicht, daß sich aus dem Werden des geometrischen

Objekts diejenigen Eigenschaften und Beziehungen offenbaren, die an das gewordene, fertige Objekt gebunden sind.*

Die Befolgung dieses methodischen Grundsatzes bildet eine naturgemäße Erleichterung oder Vermittlung der geometrischen Begriffsbildung beim Schüler. Wie derselbe beim Rechnen sich die Zahlbegriffe und Zahlgesetze selbst bilden und aneignen muß, wenn er sie wirklich haben soll, so auch hier; der Lehrer sucht in beiden Gebieten nur die günstigsten äußern Umstände herbeizuziehen, unter denen diese innere, bildende, umbildende und verarbeitende Thätigkeit am besten gedeihen kann.

Es ist hier die Wichtigkeit einer lebendigen Anschauung besonders hervorzuheben. Man nennt oft einen Unterricht, der die geometrischen Größen ohne weitere Entwicklung den Schülern vorführt und dieselben geometrische Verrichtungen nachmachen lehrt, um sie durchs viele Nachmachen zum Verständniß der Sache

* Wir haben schon im Jahr 1845 dieses methodische Prinzip in unserer Bearbeitung der Geometrie in Dr. Scherr's pädagogischem Handbuche entwickelt und uns darüber in der Vorbemerkung folgendermaßen ausgesprochen:

„Je natürlicher die Methode eines Lehrgegenstandes ist, desto mehr kann durch sie auf das Verständniß des Schülers eingewirkt werden. Wir halten nun hier diejenige Methode für die natürlichste, welche gerade aus dem Gegenstande und dessen Bildung und nicht aus seiner Umgebung heraus, von welcher er abhängig gemacht oder gedacht wird, diejenigen Beziehungen entwickelt, die wir in ihm finden. So wird nicht nur die Sache, sondern auch ihr Entstehungsgrund erklärt.

Deswegen erscheint uns für diese Stufe des geometrischen Unterrichts diejenige Methode als die zweckmäßigste, welche dem Schüler die Entstehung geometrischer Gebilde (zuerst immer durch bewegliche Gegenstände) lebendig vor die Augen führt, ihn dadurch gleichsam in die Konstruktion hinein versetzt und so durch bloße Anschauung das heraussehen läßt, was man ihn zu lehren beabsichtigt.

Was hier also der Darstellung an wissenschaftlicher Gründlichkeit nothwendig fehlen muß, soll sie dagegen durch eine lebendige Veranschaulichung des Gegenstandes ersetzen.“

Diese Bearbeitung so wie ein später bei Drell Füßli u. Comp. in Zürich von uns herausgegebenes Lehrmittel für den Schüler haben mehrfach günstige Beurtheilungen gefunden. Seither sind die Grundsätze, auf die sich diese Arbeiten stützen, auch in größern Kreisen adoptirt und in einzelnen Schriften weiter ausgeführt worden.

zu führen, einen auf Anschauung gegründeten Unterricht. Die Anschauung wirkt nun hier allerdings mit, allein sie ist nicht eine lebendig angeregte. Der Blick des Schülers dringt im Anschauen des fertigen, todten Gebildes nicht, oder nur in den seltensten Fällen, in dessen inneres Wesen.* Das gilt besonders von allen diejenigen Konstruktionen und Messungen, deren innern Grund der Schüler nicht erkannt hat.

Kann aber die Entstehung des geometrischen Gebildes angeschaut werden, so ist ein Blick in dessen Natur und Eigenschaften um so leichter, je zweckmäßiger diese Entstehungsart gewählt und je auffallender diese Eigenschaften gemacht werden. Was durch solche lebendige Einsicht erworben wird, das hat wahren geistigen Werth und Halt, während das durch mechanische Nachahmung und Wiederholung Angelernte der nöthigen Sicherheit sowie der produktiven geistigen Kraft ermangelt.

Die Durchführung obigen Grundsatzes sichert nun vorzüglich folgende höchst wichtige pädagogische Vortheile:

1. Der Schüler muß auf diesem Wege die Richtigkeit einer geometrischen Thatsache nicht bloß anerkennen oder zugeben oder gar auf Treu und Glauben annehmen, denn der Entstehungsgrund dieser Sache wird ihm klar, und so erscheint sie ihm nicht bloß als richtig, sondern als durchaus natürlich und nothwendig. Dieß gibt ihm aber eine geistige Befriedigung, die an sich schon sehr wichtig und für einen gedeihlichen Fortgang des Unterrichts überdieß höchst förderlich ist.**

An einem Examen, dem wir beiwohnten, ließ ein Lehrer zum Nachweise, daß die Summe der Winkel im Dreieck 180 Grade betrage, die Schüler diese Winkel mit dem Transporteur messen. Einer der aufgeweckteren Schulknaben nahm diese Messung auch an der Wandtafel vor, fand aber zufällig (weil die Seiten fast unmerklich ausgebogen waren) 185 Grade. Der Lehrer bemerkte, es müsse 180 Grade geben, allein der Schüler fand bei nachmaliger Messung wieder 185 Grade und bestand also darauf. Worin konnte nun die überzeugende Kraft für den Schüler liegen, daß der Lehrer doch recht habe und daß jene Winkelsumme wirklich gerade 180 Grade ausmache?

** Die einfache Erkenntniß, die sich auf die anschauliche Entstehung eines geometrischen Gebildes bezieht, gewährt oft mehr Befriedigung als mancher von den streng mathematischen Beweisen, die uns auf künstlichem Wege und durch großen Aufwand von Logik darthun, daß eine Sache so und nicht anders sei.

2. Da durch diesen Unterricht die geometrischen Erkenntnisse des Schülers sich an die aufgefaßten geometrischen Gebilde selber heften, so müssen jene nicht mühsam durch das bloße Gedächtniß festgehalten werden, denn mit der Reproduktion des Gebildes reproduziert sich der Schüler zugleich jedesmal die damit verbundenen Eigenschaften, aus denen jene Erkenntnisse fließen. * Er bedarf also nur die Kraft, geometrische Gebilde stets wiedererzeugen zu können, und seine auf diesem Wege erworbenen Kenntnisse können als gesicherte betrachtet werden, die er sich selbstständig aus jener Bildung heraus abzuleiten vermag. Die Kraft der Erzeugung (Konstruktion) geometrischer Gebilde steht so neben der Zählkraft; beide stärken sich durch den Unterricht wie durch das Leben, beide bilden die Grundvermögen, durch die wir mathematische Kenntnisse zu unserm bleibenden Eigenthum machen können.

3. Die Resultate werden, da sie aus einer gemeinschaftlichen Quelle fließen, verhältnißmäßig schnell erreicht und schließen sich enge

Sogar reifern Schülern kommt oft Manches, wofür sie zwar Schritt für Schritt die wissenschaftlichen Gründe angeben, am Ende wieder etwas räthselhaft vor und sie greifen gewöhnlich dann noch zu einer anschaulich genetischen Darstellung und Erprobung der Sache, bis ihnen dieselbe vollständig klar und naturgemäß erscheint.

Zeigen wir z. B. einem Schüler durch einen der streng-synthetischen Beweise, daß die Summe der Winkel im Dreieck $= 2R$ sei, so kann ihm die Sache doch noch sehr unbefriedigend vorkommen, denn er möchte wissen, woher es auch kommt, daß es so ist. Können wir ihm aber begreiflich machen, daß bei der Entstehung eines Dreiecks durch Umdrehung der geraden Linien die Dreieckswinkel eben wirklich eine halbe Umdrehung ausmachen, so ist ihm dadurch nicht bloß die Sache, sondern auch der Grund ihrer Entstehung erklärt.

* Es bindet sich auf diesem Wege die geometrische Erkenntniß sogar an äußere Gebilde selbst, wie wir beim Betrachten gewisser Bilder stets uns die nämliche Vorstellung erneuern, die wir einmal lebendig mit ihnen in Verbindung gebracht hatten.

Es ist zwar ein triviales Beispiel, aber dennoch ein gutes: Wer auf jener bekannten Zeichnung, die für den Nichteingeweihten gar kein Personenbild darzustellen scheint, einmal den „Kaiser Napoleon“ herausgesehen hat, der sieht ihn immer wieder, er mag sogar wollen oder nicht. Ganz ähnlich: Wenn einmal aus der Entstehung eines geometrischen Gebildes eine mit demselben verbundene Eigenschaft oder Beziehung lebendig in die Augen gesprungen, der findet sie bei Vornahme dieses Gebildes immer wieder heraus.

an die Selbstthätigkeit der Schüler an, die eine sichere Folge der Durchführung des in Rede stehenden methodischen Grundsatzes ist.

4. An diese geistigen Erwerbnisse reihen sich nun sicher und leicht die mehr äußerlichen praktischen Kenntnisse an, die durch jene einen bessern Halt und eine erfolgreichere Anwendung finden.

Auf diesem methodischen Wege wird zunächst der geometrische Blick der Schüler erschlossen, der nun durch ihre Selbstthätigkeit weiter ausgebildet werden soll. Diese Selbstthätigkeit bezieht sich vornämlich auf Konstruktionen (Zeichnungen) und Messungen. Wenn zu diesen mehr praktischen Thätigkeiten die Entwicklung des Stoffs (durch Veranschaulichung der Entstehung der geometrischen Gebilde und Ableitung ihrer Haupteigenschaften) eine vorzugsweise begründende Stellung einnimmt, so sind die Uebungen im Konstruiren, Messen und Berechnen hauptsächlich von praktischer Wichtigkeit, üben aber hinwiederum auch einen bedeutenden Einfluß auf die geistige Auffassung aus.

Denn wie der Schüler nach der naturgemäßen Entwicklung einer arithmetischen Operationsstufe durch viele Uebungen im Rechnen nicht bloß seine Fertigkeit, sondern zugleich auch seine Einsicht im Operiren vermehrt, so vermehrt er auch durch die Konstruktionen und Messungen seine Einsicht und Fertigkeit in der Geometrie.

Den zweckmäßigen Stoff soll hier hauptsächlich eine methodische Sammlung von Uebungen und Aufgaben (siehe den betreffenden nachfolgenden Paragraphen) bieten.

Hieran hauptsächlich hat der Schüler seine Kraft durch Selbstschaffen und Selbstfinden zu üben und zu stärken. Es ist dieß nicht bloß ein Ueben der geistigen Kraft; das leibliche Auge und die Hand wollen gleichzeitig mitgeübt und zur Fertigkeit tauglich und geschickt gemacht werden. Wer bloß im geistigen Auffassen, im innern Verständniß der Sache geübt ist, der ist fürs Leben noch nicht geschickt, er gleicht dem einseitigen Theoretiker, der mit den praktischen Verhältnissen zu wenig bekannt ist und im wirklichen Angriff des Materials sich sehr unbeholfen und ungeschickt benimmt.

Es ist wahr, die bloße Lehre für sich macht bleichsüchtig, schafft Naturen, die sich der vollen Kraft gegenüber ausnehmen,

wie die Brut der Stubensitzer verglichen mit dem muskulösen, im sichern Blick und Tritt und Handangriff geübten Turnergeschlecht.

In der Geometrie liegt die praktische Thätigkeit nicht bloß in der Hinweisung auf die Anwendbarkeit rein geometrischer Erkenntnisse aufs Leben. Mit Zirkel, Stift und Maßstab muß der Schüler wirklich operiren, das sind Werkzeuge, die er so gut handhaben lernen muß wie später diejenigen des Berufs, dem er sich widmen will. Suchen und Untersuchen, Konstruiren und Messen und Berechnen, das sind Uebungen, in die der Schüler methodisch einzuführen und in denen er methodisch auszubilden ist.

Von den Uebungen auf dem Papier und an der Wandtafel geht es stufenweise zu den geometrischen Uebungen im Raume (im Schulzimmer so wie im Freien), und hier werde besonders auf das Naheliegende und im Leben Nützliche Rücksicht genommen, so wie hier insbesondere auch darauf zu achten ist, daß die Meßwerkzeuge einfach und wo möglich durch den reifern Schüler selbst herstellbar seien.

Wenn so der ganze Unterricht dieses Schulfachs* sowohl auf die geistige Entwicklung und innere Einsicht als auf die Selbstthätigkeit und praktische Befähigung des Schülers abzielt, indem der pädagogische Spruch beherzigt wird:

„Der werde tüchtig nie genannt,
Wer nicht den geist'gen Grund erkennt!
Wer nur den geist'gen Grund erkennt,
Der werde tüchtig nicht genannt!“

so muß der Erfolg ein den Anforderungen an die Volksschule vollständig entsprechender sein, und es steht nicht mehr zu befürchten, was bisher so oft geschehen ist: daß nämlich dieser Unterricht in der Volksschule nicht einheimisch werden wollte, weil sie es nicht verstand, ihn der geistigen Entwicklung und Selbstthätigkeit

* Gegen eine schiefe Auslegung dieses Wortes im Sinne der Zersplitterung der Unterrichtskraft werden wir uns wohl nicht zu verwahren brauchen, wenn wir einfach auf unsere Darlegung der verhältnißmäßigen Stellung dieses Schulfachs im gesammten Unterrichtsorganismus der Volksschule verweisen. Siehe den ersten Theil unsers Handbuchs sowie die spezielle Ausführung des Unterrichts im vorliegenden zweiten Theile.

des Schülers sowohl als den Anforderungen des Lebens gemäß zu entfalten.

Nach dieser Besprechung der allgemeinen methodischen Grundsätze fällt es nicht gar schwer, einen entsprechenden Lehrgang aufzustellen, der für die zweite Schulstufe, nämlich die Realschule, passend sein dürfte.

1. In Befolgung des Grundsatzes, daß die Raumgebilde dem Schüler auf dem Wege ihrer Entstehung vorgeführt werden sollen, sind nach der einfachen Anschauung konkreter Gegenstände und der elementaren Unterscheidung räumlicher Gestalten im Allgemeinen, die Raumbegriffe: Körper, Fläche, Linie, Punkt im Schüler in analytischer Stufenfolge zu erzeugen, wobei also mit dem Körper (d. h. hier noch mit dem materiellen), und nicht mit dem Punkte begonnen werden soll, weil der erstere und nicht der letztere für den Schüler unmittelbar gegeben ist.

Die Veränderlichkeit der Form eines Körpers (Stücke abschneiden, zusetzen, bearbeiten) führt den Schüler auf die sichere Vorstellung von der Begrenzung, Oberfläche des Körpers. Die Theile der Oberfläche, die einzelnen Flächen, sind von Linien begrenzt, diese von Punkten.

Hiebei ist in Berücksichtigung des Grundsatzes, daß die Stoffentwicklung mit der geistigen Entwicklung des Schülers übereinstimmen, also seiner Fassungskraft angemessen sein muß, nie außer Acht zu lassen, daß der Schüler nur das auffassen und sich vergeistigen soll, was er wirklich sehen kann.

Man bleibe hier also mit allen zu feinen Unterscheidungen weg und beschränke sich einzig auf das lebendig Anschauliche. Auch werden sich die zu abstrahirenden Begriffe im Verlaufe des Unterrichtes und bei der fortgeführten Thätigkeit des Schülers immer reiner gestalten, wie es bei jedem andern Unterricht auch geschieht. Es ist eine ganz verkehrte Ansicht, daß die genannten Raumelemente (Körper, Fläche, Linie, Punkt) schon nach ihrer ersten Entwicklung in ihrer vollsten Ausdehnung und Schärfe aufgefaßt werden sollen oder auch nur können. Der Mathematiker faßt diese Begriffe auch schärfer auf als der Nichtfachmann, darum wähne man nicht, das Kind müsse sich dieselben auf einmal so scharf und vollkommen bilden, daß daran später nichts mehr zu vervollkommenen bleibe. Man begnüge sich mit dem, was durch die kindliche Anschauung aufzu-

fassen möglich ist und sich sodann naturgemäß und gesund mit dem kindlichen Geiste weiter zu entwickeln und zu kräftigen vermag. Wir werden hierüber im speciellen Theile einläßlicher eintreten.

Von eigentlicher Messung kann bei der Betrachtung und Auffassung der Raumelemente noch keine Rede sein. Dagegen sind hier einfache Aufgaben zur Unterscheidung von Zahl und Art zc. der einen Körper begränzenden Flächen, sowie der eine Fläche begränzenden Linien mit Rücksicht auf praktische Beispiele, die wohl im Erfahrungskreise der Kinder liegen, ganz am Platze, sowie etwa auch leichtere abbildliche Darstellungen einfacher Körper und verschiedenartig begränzter Flächen nach bloßer Auffassung durchs Auge und mit Gebrauch des Lineals angereicht werden können.

2. Nun muß mit der weitem Verarbeitung und der Verbindung der elementaren Raumbegriffe begonnen werden.

Das Einfachste ist, daß man Linien mit einander verbindet (denn die Linie ist die einfachste geometrische Größe, der Punkt ist keine Größe), und der leichteste Fall ist der, daß eine gerade Linie mit einer andern geraden so verbunden wird, daß man die eine an die andere in deren Verlängerung abträgt. Man gelangt hienach an die Ausführung der vier Verbindungs- und Vergleichungsformen, das sind die vier Operationen mit der Linie, wobei das Wichtigste die Theilung und Messung derselben ausmacht. Dieß bildet die Einleitung zu dem Unterricht über das geometrische Längenmessen und die Kenntniß und den Gebrauch der bürgerlichen Längenmaße.

Zu bemerken ist, daß jene vier Operationen, von denen die Addition und Multiplikation in der Zusammenfügung von Linien, die Subtraktion und Division in der Abtragung, Eintheilung und Wegnahme von Linien ihre geometrische Erledigung finden, in diesen Uebungen nicht weit ausgesponnen werden dürfen, sonst arten diese gerne in Spielerei aus. Dagegen ist den gesetzlichen Längenmaßen und den Meßübungen mit denselben besonders sorgfältige Aufmerksamkeit zu widmen; der Schüler hat sich hier die Grundanschauung von dem zu bilden, was Messungen oder Größenbestimmungen auch im Allgemeinen zu bedeuten haben. Die Schlußübungen dürfen hier schon eine ziemlich praktische Bedeutung annehmen, indem man von den Meßübungen im Schulzimmer zur Messung verschiedenartiger Längenausdehnungen im Freien übergeht.

Daß das graphische Element hier von Anfang an am schicklichsten mit demjenigen der Messung verbunden wird, oder daß vielmehr dieses von jenem auszugehen hat, leuchtet von selbst ein.

3. Wenn im Vorigen die Verbindung der geraden Linie mit der Geraden in deren Verlängerung oder in der gleichen Richtung betrachtet wurde, so wird jetzt die Verbindung der Geraden mit der Geraden **nicht** in deren Verlängerung sondern in einer **andern** Richtung folgen. Man wird hiedurch auf den Begriff der **Abweichung** von der Verlängerung oder von derselben Richtung, d. i. auf den Begriff des **Winkels** geführt.

Die elementare Vorstellung vom Winkel als einer Raumgröße, die sich wie die Linie um gewisse Einheiten vermehren und vermindern kann, wird offenbar mittelst der Drehung um einen Punkt, wobei die ganze Umdrehung eine bestimmte Einheit bildet, am leichtesten und sachgemähesten erfaßt.

Die Drehung ist für den Schüler etwas konkret Faßbares, während alle andern feinen Distinktionen über das, was der Winkel ist, für den Anfänger dunkel und unfaßbar sind. Denn was bedeutet z. B. für den jungen Schüler die Größe der Neigung zweier Linien zu einander? Der Talentvolle ahnt wohl etwas, allein er kommt mit sich selbst in Widerspruch, denn wie kann er sich mit dieser Neigung, z. B. bei einem Winkel von 2 Rechten zurechtfinden? Oder bei einem Winkel von 4 Rechten, wo ihm von einer Neigung gar nichts mehr in die Augen fällt? Und was soll ihm endlich gar ein Winkel von mehr als 4 Rechten für eine Neigung sein, wenn er nicht die leichtfaßliche Vorstellung von der Umdrehung zu Hülfe ziehen kann?

Mit dieser Vorstellung aber vermag er sich in allen Fällen zu helfen, er weiß z. B. genau das kontinuierliche Ganze sich zu denken und dasselbe sogar darzustellen, das er erhält, wenn er eine Reihe von Winkeln in den sie repräsentirenden Zahlen zu addiren hat. Ohne den Begriff der Umdrehung hat er aber keine Idee von dem fortlaufenden Ganzen dieser Summe, sobald sie über 4 Rechte steigt. Endlich hat ein späterer Unterricht diesen Begriff durchaus nicht wieder umzustößen, derselbe schließt sich ganz gut ans Allgemeinere, Abstraktere an und bildet eine feste elementare Grundlage.

Ganz das Gleiche, das über den Begriff der „Neigung“ zur Erklärung des Winkels ausgesprochen wurde, gilt auch von dem Begriff des „größern oder geringern Abstandes“ oder des „Richtungsunterschiedes“ zweier sich durchschneidenden Linien, wodurch man bisweilen auch den Winkel aufzufassen pflegt.

Es leuchtet ein, wie leicht sich an die Betrachtung der „Umdrehung“ die Bildung des Kreises und die einfachsten Beziehungen der Linien im Kreise anschaulich anschließen und wie ungezwungen das Verhältniß des Kreisbogens zum zugehörigen Winkel hervortritt. Eine Hauptsache ist die Auffassung des rechten Winkels oder was ganz dasselbe ist, die Beziehung senkrechter Linien zu einander. Für die gesammte weitere Entwicklung, sowie für die ganze praktische Anwendung des geometrischen Unterrichts ist dieß der wichtigste Fundamentalbegriff; daher ist dessen festere Begründung, die sich indessen auf dem angedeuteten Wege ungemein leicht gibt, die volle Aufmerksamkeit widmen. Gerade Linien sind auf einander senkrecht, wenn sie eine Viertelsumdrehung von einander absteigen, und in dieser Lage bilden sie auch **rechte Winkel** mit einander. Beides gehört zusammen. Daran schließt sich sehr leicht das Verfahren durch gleiche Kreisbogen gleiche Winkel anzudeuten oder zu verzeichnen, also auch dadurch den rechten Winkel auf eine ganz genaue Weise zu konstruiren. Für das Auge und für die Zeichnungsfertigkeit ist dieß von sehr großer Bedeutung.

Das Uebrige von der Messung der Winkel nach Graden, von den Nebenwinkel und Scheitelwinkeln hat nach dem Vorangegangenen keine Schwierigkeit. Daß bei den Uebungen über den Winkel, sowie bei den in vorangehender Nummer 2 besprochenen Messungen von den Schülern bereits mit Hülfe des Zirkels operirt werden soll, ist unumgänglich nothwendig.

Hieran haben sich wieder mehrere Vorkenntnisse von speziell praktischer Bedeutung zu reihen. Während früher die Begriffe von „lang“, „breit“ (dick), „hoch“ (tief) bloß so gebraucht wurden, wie sie der sprachliche Elementar-Anschauungsunterricht erklärt haben mußte, so werden sie jetzt nach ihrer bestimmten geometrischen Bedeutung in Verbindung mit dem Begriffe von senkrechten Linien aufgefaßt und an die nämliche Verbindung werden die aus der Naturbetrachtung zu ziehenden Begriffe vom Loth und von der

wasserrechten oder wagrechten Lage geknüpft, sowie einzelne hierauf bezügliche Uebungen, die ins gewöhnliche Leben eingreifen, dem Ganzen eine konkret praktische Unterlage zu geben haben.

4. In der vorangehenden Nummer haben wir die Verbindung der geraden Linie mit der geraden Linie zur Bildung des Winkels betrachtet.

Es folgt nun die Verbindung gerader Linien zur Bildung der geschlossenen (von allen Seiten begrenzten) ebenen Fläche.

Die einfachste geschlossene Figur ist das Dreieck. Wie entsteht dasselbe und wie ist es auf genaue, (d. h. geometrische) Weise zu zeichnen, d. i. zu konstruiren? In diese Entstehungsweise und Konstruktion des Dreiecks ist der Schüler zuerst einzuführen. Der Schüler soll erkennen, daß Seiten und Winkel Bestimmungsstücke des Dreiecks sind; er soll diese Bestimmungsstücke selber auffuchen.

Nimmt er 3 Seiten, so findet er, daß keiner der Dreieckswinkel mehr beliebig angenommen werden kann, sondern daß jeder eine bestimmte Größe erhält, indem sich stets dasselbe Dreieck aus der Konstruktion ergibt. Also das Dreieck ist durch seine 3 Seiten bestimmt; 2 derselben müssen aber stets zusammen größer sein als die dritte.

Nimmt er eine Seite weniger, dafür aber einen Winkel, etwa den von den zwei gegebenen einzuschließenden, so ergibt sich hieraus stets nur ein und dasselbe Dreieck. Also 2 Seiten und der von ihnen einzuschließende Winkel bestimmen ein Dreieck vollständig. (Wenn der Schüler versucht, aus zwei Seiten und einem gegenüberliegenden Winkel ein Dreieck zu verzeichnen, so findet er nur stets ein gleiches Dreieck, wenn der Winkel nicht der Kleinern der beiden Seiten gegenüber zu liegen kommt.)

Nimmt er wieder eine Seite weniger, dafür aber einen Winkel mehr, z. B. also eine Seite und die beiden anliegenden Winkel, so gibt die Konstruktion stets dasselbe Dreieck, weshalb die vorausgesetzten Stücke Bestimmungsstücke des Dreiecks bilden. (Die 3 Winkel eines Dreiecks endlich als gegeben betrachtet, würden dem Schüler bei der Konstruktion nicht ein bestimmtes Dreieck hervorbringen, weshalb dieselben nicht als Bestimmungsstücke des

Dreiecks gelten können. Weniger als 3 Stücke gäben hier ebenfalls Unbestimmtheit, mehr als 3 Ueberbestimmtheit.)

An die Konstruktion des Dreiecks schließt sich leicht die Erkenntniß der Eigenthümlichkeit, daß in einem Dreieck gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüberliegen und umgekehrt gleichen Winkeln gleiche Seiten; ferner verschiedenen Seiten verschiedene Winkel und umgekehrt. (Gleichschenkliges, gleichseitiges und ungleichseitiges Dreieck.)

Als ein Gränzfall des Dreiecks kann die Bildung und Konstruktion von **Parallellinien** betrachtet werden. Die Rücksicht auf die psychologische Entwicklung des Schülers gebietet, die Parallellinien nicht schon bei den ersten Uebungen über die Drehung und den Winkel zu behandeln, denn es sind hier schon Beziehungen ins Auge zu fassen, die schwieriger sind als jene einfachen Betrachtungen. Ueberdieß stehen die Parallellinien als Gränzfall bei der Dreiecksbildung und zur Bestimmung der Summe der Dreieckswinkel am rechten Blatze.

Die Thatsache, daß eine gerade Linie, um einen Punkt gedreht und alsdann um eben so viel (in der nämlichen Ebene) wieder zurückgedreht, die anfängliche Richtung beibehalte, ist hier von dem Schüler zunächst aufzufassen. — Wenn so zwei gerade Linien mit einer dritten nach der gleichen Seite hin gleiche Winkel bilden, so sind sie parallel. Daran schließen sich die bekannten Eigenschaften der Winkel an Parallellinien; ferner knüpft sich hieran die Haupteigenschaft, daß parallele Linien sich nirgends durchschneiden, also mit jener dritten kein Dreieck mehr bilden können.

Am einfachsten läßt sich bei der Parallelenbildung die Summe der Winkel im rechtwinkligen Dreieck erkennen, diejenige bei einem beliebigen Dreieck ergibt sich dann durch Zerlegung in 2 rechtwinklige Dreiecke leicht u. s. f.

Hierauf folgt ohne alle Schwierigkeit vermittlest der Dreiecks-konstruktion die Bildung der Vierecke (dabei die Parallelogramme), der Fünfecke, Sechsecke 2c. (unregelmäßige und regelmäßige) und damit verbunden die Kenntniß der nächsten Eigenschaften dieser Gebilde.

Der Stoff, der in dieser Nummer behandelt wird, ist hauptsächlich Gegenstand der geometrischen Konstruktion, obwohl alle vorausbetrachteten Maße hier auch wieder in Anwendung kommen;

dagegen ist die eigentliche Messung des hier ins Auge gefaßten geometrischen Gebildes (nämlich der geradlinig begränzten ebenen Fläche) erst Gegenstand der nächsten Betrachtung.

Praktische Anhaltspunkte bieten sich da besonders in der Richtung, daß der Schüler in der geometrischen Bildung und Einteilung der verschiedenartigen gradlinigen Figuren eine bedeutende Fertigkeit zur Anwendung im beruflichen Leben erlangt.

5. Die Konstruktionen des Dreiecks und der Vielecke führen zur Flächentheilung und Flächenmessung. Das Flächenmaß kann eine beliebige Form haben. Die einfachste, namentlich mit Hinsicht auf die Rechnung, welche eben auch von der Form des Maßes abhängig ist, ist die des Quadrats. Das Flächenmessen kann aber nicht mehr wie das Messen der geraden Linie durch bloße Abtragung oder Anlegung des Maßes vollzogen werden. Eine zweckmäßige Theilung und Vergleichung der Flächen führt auf das einfachste Verfahren.

Die Hauptübungen für den Schüler sind zunächst folgende, nämlich erstens: zu den einfachern Längenmaßen die entsprechenden Quadratmaße zu bilden, zweitens: dieselben unter einander nach ihren Größenverhältnissen zu vergleichen. Der Schüler hat so zu finden:

$$1 \square'' = 100 \square''', 1 \square' = 100 \square''$$

$$1 \square \text{ Elle} = 4 \square', 1 \square \text{ Alstr.} = 36 \square' \text{ u. s. f.}$$

mit Hinweisung auf die größern Flächenmaße, die nicht mehr in dem Raume des Schulzimmers dargestellt werden können.

Hierauf hat er durch verschiedene Rechnungsbeispiele sich die nöthige Fertigkeit in der Verwandlung dieser Maße anzueignen und erst nach diesen elementaren Uebungen beginnt stufenweise das Messen verschieden geformter Flächen.

Da das Flächenmaß quadratförmig angenommen wurde, so sind am leichtesten zu messen die Rechtecke, dann die rechtwinkligen Dreiecke, dann die schiefwinkligen Dreiecke mit den Parallelogrammen. Zu den zusammengesetzten Messungen gehören schon die der unregelmäßigen Vierecke, der Fünf- und Mehrecke.

Am einfachsten ist die Messung desjenigen Rechtecks, in dessen Länge und Breite (Grundlinie und Höhe) ein bestimmtes Längenmaß ohne Rest enthalten ist. Hier könnte, obwohl mit bedeutender Mühe und ziemlicher Ungenauigkeit der Flächeninhalt am Ende

noch durch bloße wiederholte Anlegung des Quadratmaßes gefunden werden. Eine entsprechende Eintheilung durch Längen- und Querlinien läßt aber schon etwas leichter die einzelnen Quadrate zählen; allein statt des stückweisen Zählens der einzelnen Quadrate gelangt man durch die Multiplikation der Zahl, welche die Länge repräsentirt, mit derjenigen der Breite am schnellsten zum Ziele. Man sieht hieraus wieder, wie die Multiplikation ein Abkürzungs- und Erleichterungsmittel des einfachen Zählens bildet.

Für den jungen Schüler eignet sich am besten die Anschauungsweise, durch welche er zu dem Schlusse gelangt: Das zu messende Rechteck besteht aus so und so vielen Reihen und jede Reihe aus so und so vielen Quadrattheilen, woraus er dann bei vorliegenden ganzen Zahlen durch einfache Multiplikation, bei Bruchzahlen anfänglich mittelst des Dreisazes und später nach erlangter größerer Einsicht und Fertigkeit durch die abgekürzte Multiplikation gemischter Zahlen das Messungsergebniß ableiten kann.

Zu diesen Reihen gelangt aber der Schüler, wenn er Länge und Breite des Rechtecks durch dasselbe Maß mißt und sich alsdann durch Ziehung der entsprechenden Querlinien die Anschauungsweise vermittelt: das Rechteck besteht aus so vielen Längenreihen oder =Streifen, als die Messungszahl der Breite angibt und jede Reihe hat so viele Quadrateinheiten als die Messungszahl der Länge ausdrückt; oder umgekehrt nach Breiten- statt Längestreifen. Hiedurch hat sich der Schüler die Grundlage der Rechnung hergestellt, d. h. er hat die Messung in eine gewöhnliche Rechnungsaufgabe umgearbeitet und es ist nicht mehr zu fürchten, daß er z. B. Fuße mit Fuß, oder Fuße und Zolle mit Fuß und Zollen 2c. zu multiplizieren versuche, wie dieß bisweilen noch bei ältern Schülern geschieht, die einem mehr wissenschaftlichen Unterrichte gemäß die Messungsergebnisse nach algebraisch abgeleiteten Formeln bestimmen gelernt haben.

Dieses ist also ein Messungs- und Berechnungsverfahren, das der Schüler vollständig zu überblicken und streng einzusehen vermag, indem es sich genau an den Gang im Rechnungsunterricht anschließt; es muß deßhalb jeder bloß praktischen Regel vorgezogen werden, deren innere Begründung dem Schüler entweder gar nicht bekannt ist oder

nur dunkel und unsicher vorschwebt, oder die etwa Rechnungshilfsmittel erfordert, deren der Schüler noch nicht Meister ist und vermöge seiner Altersstufe nicht Meister sein kann.

Die Ausmessung des rechtwinkligen Dreiecks, bei welchem die beiden Kathetenseiten die Grundlinie und die Höhe vorstellen sollen und das gemäß Früherem als die Hälfte eines Rechtecks von der nämlichen Grundlinie und Höhe angesehen werden kann, bietet nunmehr keine neue Schwierigkeiten. Der Schüler messe vorerst das ganze Rechteck, das er sich wohl in Gedanken herstellen kann und nehme vom Ergebnis die Hälfte! Es ist dieß vorzuziehen dem Gange, nach welchem man auf das Rechteck das Parallelogramm folgen läßt, weil auf die erste Art sich die Sache unmittelbar und ohne weitere Verwandlung ergibt. Zudem müßte nach der zweiten Art eine Kongruenz nachgewiesen werden, während nach der vorgeschlagenen Weise bloß die Thatsache einer frühern Konstruktion benutzt wird, nach der das Rechteck aus zwei gleichen rechtwinkligen Dreiecken besteht.

Zur Ausmessung eines beliebigen Dreiecks ist die Konstruktion seiner Höhe nothwendig, d. h. des Perpendikels auf eine Seite, die als Grundlinie angenommen wird, von dem gegenüberliegenden Eckpunkte aus gezogen. Auf Papier oder kleinern ähnlichen Grundlagen ist diese Sache mit Hülfe des Zirkels (sowie mittelst der Equerre) bereits abgethan worden. Zu Messungen im Freien, die hier als solche noch nicht zu berücksichtigen sind, wird später ein anderes angemessenes Verfahren gelehrt werden müssen. Hat aber der Schüler die Höhe des Dreiecks wirklich ermittelt, dann liegen ihm 2 rechtwinklige Dreiecke vor, die er nach der eben vorangegangenen Weise ausmessen kann. Es ist gar nicht unzweckmäßig, wenn er im Anfange diese beiden Stücke wirklich einzeln berechnet, um den Inhalt des ganzen schiefwinkligen Dreiecks zu finden. Alsdann ist er leicht zu der Anschauungsweise überzuführen, daß das ganze schiefwinklige Dreieck die Hälfte eines Rechtecks von der nämlichen Grundlinie und Höhe ausmacht, da jedes der beiden rechtwinkligen Dreiecke die Hälfte eines Rechtecks von der gleichen Höhe, über dem zugehörigen Stück der Grundlinie errichtet, ist. Der Schüler berechne also dann zunächst den Flächeninhalt des Rechtecks, das er sich in Gedanken über der Grundlinie des schiefwinkligen

Dreiecks und mit der Höhe von diesem errichtet, und nehme vom Ergebniß die Hälfte, so hat er den Inhalt des schiefwinkligen Dreiecks.

Hiermit ist der Hauptsache nach auch der Inhalt eines beliebigen Parallelogramms als das Doppelte des durch die Diagonale abgeschnittenen Dreiecks bestimmt.

Die Ausmessung eines beliebigen Vierecks wird nun dem Schüler nicht mehr schwer fallen, da er jedes der beiden Dreiecke berechnen kann, in welche das Viereck durch eine Diagonale getheilt wird. Es ist zweckmäßig, wenn er anfänglich diese Rechnungen einzeln macht, er lernt später nur um so eher das abkürzende Verfahren einsehen und gehörig würdigen, wornach:

a. der Flächeninhalt eines Trapezes durch denjenigen eines Rechtecks gefunden wird, dessen Höhe gleich derjenigen des Trapezes (d. h. gleich der Entfernung seiner parallelen Seiten) und dessen Grundlinie gleich dem (arithmetischen) Mittel aus den beiden parallelen Seiten ist.

b. Der Flächeninhalt eines beliebigen Vierecks durch denjenigen eines Rechtecks erhalten wird, dessen Grundlinie gleich einer Diagonale des Vierecks und dessen Höhe gleich der Summe der auf die Diagonale gezogenen Höhen der beiden Dreiecke ist, in welche das Viereck durch die Diagonale zerfällt.

Bei der Ausmessung beliebiger Vielecke wird der Schüler anfänglich auch etwa nach einzelnen Dreiecken, in die er die Vielecke zerlegt, rechnen können; dann aber ist es natürlich eine bedeutende Abkürzung, wenn er, das Borige benutzend, entweder je zwei und zwei Dreiecke mit einer gemeinschaftlichen Grundlinie zusammennimmt, so oft dieß nämlich angeht, oder dann auch die Eintheilung und Rechnung nach Trapezen (am liebsten mit je zwei rechten Winkeln) macht.

Das ist nun ungefähr der Stoff fürs Messen von denjenigen Flächen, die in der vorangehenden Nummer in Beziehung auf Konstruktion und mit Rücksicht auf ihre nähern Eigenthümlichkeiten behandelt worden sind.

Nun folgt die Besprechung des rein praktischen Bodens, auf welchem diese Messungen anzuwenden sind. Es ist schon bemerkt worden, daß von eigentlichen Messungen im Freien hier, d. h. bei dieser ersten Stufe der Entwicklung des Flächenmessens, noch keine Rede

sein soll; der Sprung in räumlicher und geistiger Beziehung wäre auf einmal zu groß. Diejenigen Flächenmessungen sind dem Schüler am übersichtlichsten und verständlichsten, die man zuerst an der Wandtafel und dann auf dem Papier vornimmt; hier kann die Konstruktion und Eintheilung mit Lineal, Zirkel oder Equerre für den Schüler auf genau verständliche und der frühern Entwicklung der geometrischen Gebilde angepasste Weise vollzogen werden. Alsdann können sich natürlich daran anreihen die Uebungen im Messen von Figuren im Schulzimmer (es mögen auch auf dem Boden beliebig welche bezeichnet oder abgesteckt werden) oder auf dem Hausgange, oder vor dem Schulhause 2c., zunächst alles noch in der Weise, daß die Konstruktionen, namentlich diejenigen der Höhenperpendikel, auf eine ganz analoge Weise, wie auf dem Papiere ausgeführt werden. Hierauf folgen diejenigen Rechnungsaufgaben, die sich auf die Ausmessung von Flächen beziehen, welche der Schüler sich bloß vorzustellen hat und die, wenn auch von größerer Ausdehnung, doch ganz von der nämlichen Art sind, wie diejenigen, die er in kleinerer Ausdehnung gemessen hat. Die den Flächeninhalt bestimmenden Längen werden in der Rechnungsaufgabe natürlich in Zahlen mitgetheilt, so daß dem Schüler bloß die Ausführung einer Rechnung übrig bleibt, wie er sie schon bei der Messung von Figuren der ganz gleichen Art aber kleinern Umfangs wiederholt gemacht hat. Es wird ihm z. B. angegeben: Ein Ackerstück, das genau die Form eines Rechtecks hat, sei so und so lang und so und so breit, wie groß sei sein Flächeninhalt? Oder ein Stück Wiese bilde ein unregelmäßiges Dreieck von der und der Grundlinie und der und der Höhe (in Zahlen), wie groß demnach die Flächenausdehnung dieses Landstückes sei? u. s. f. Mit diesen Aufgaben, durch die man einen hervorragend praktischen Zweck erreichen will, werden noch verwandte Aufgaben verbunden, bei denen mit der Bestimmung der Flächengröße oder überhaupt mit der Messung, die sich auf eine bestimmte Fläche bezieht, eine gewisse Werthbestimmung verknüpft ist; so z. B. wenn auf den Quadratfuß ein gewisser Werth oder Preis fällt, oder eine gewisse Quantität Stoff oder Material oder Arbeit 2c. verwendet werden soll, wie viel ist dann auf eine gewisse Flächenausdehnung zu rechnen? (siehe die Aufgabensammlung, Abtheilung für die Realschule).

6. Auf den vorangegangenen Abschnitt können die Anfänge in einfachen, namentlich auf Flächen sich beziehenden Vermessungen im Freien folgen. Es soll hier durchaus nicht gesagt sein, daß der ganze Abschnitt des praktischen Vermessens im Freien, soweit dasselbe überhaupt in der Volksschule zu berücksichtigen ist, noch auf der zweiten Schulstufe (Realschule) erledigt werden solle oder auch nur könne; im Gegentheil ist, sobald die Volksschule einmal eine innerlich und äußerlich organisirte dritte Schulstufe (Realergänzungsschule) in sich faßt, der Hauptstoff dieses Abschnitts auf dieser dritten Stufe durchzuführen. Es spricht hier der genannte spezielle Lehrstoff, sowie das Alter der Schüler für diese Auffassungsweise. Einmal liegt derselbe dem ernstesten beruflichen Leben weit näher und erfordert auch an sich schon eine gewisse Erfahrung, dann ist der 12jährige Schüler in körperlicher wie in geistiger Beziehung noch nicht in dem Maße entwickelt, wie dieß für Manches, was in diesem Abschnitte aufzufassen und auszuführen folgt, erforderlich ist. Es kann sich hier also bloß um Anfänge handeln, und überdieß wird auch hier, wie allenthalben ins Auge zu fassen sein, daß die Volksschule nicht für eine bestimmte Berufsart, wie z. B. diejenige eines Feldmessers, Straßenbauers oder Ingenieurs vorzubereiten, sondern einfach das zu lehren hat, was in höherm oder geringerem Grade Allen nützlich und fürs praktische Leben nothwendig ist. Indessen kann hier nicht mit minutiöser Mängstlichkeit unterschieden und ausgeschieden werden, so wenig als dieß auch beim Rechnungsunterrichte zulässig oder nur möglich ist, wo man, wenn z. B. ein Kind Aufgaben aus dem kaufmännischen Rechnen zu lösen bekommt, auch nicht fragt: Wird es jemals im praktischen Leben eine kaufmännische Thätigkeit verfolgen oder nicht?

Die Erläuterungen, die hier der Lehrer über geometrische Berrichtungen im Freien in möglichst einfacher Weise und unter bestimmter Anlehnung an die Wirklichkeit zu geben hat, mögen sich etwa auf folgende Punkte beziehen:

α. Unterschied in der Ausführung geometrischer Berrichtungen auf dem Felde und eben solcher auf Papier oder auf der Tafel.

Worin kommen beide überein?

β. Ueber die Gränzen von Grundstücken (Wiesen, Aecker, Wälder, Rieter 2c.) im Allgemeinen.

Gränzen der Grundstücke, die durch Marksteine, Pfähle 2c. von einander geschieden sind.

γ. Ueber das Aus- und Abstecken von Linien.

Bedeutung einer abgesteckten geraden Linie auf unebenem Boden.

δ. Unterschied zwischen der Oberfläche eines Grundstücks und dessen wagrechter Durchschnittsfläche, die man sich bei der Ausmessung desselben zu denken hat. (3. B. Oberfläche eines Platzes, wenn Hügel von Erde, Sand 2c. darauf angehäuft sind und Oberfläche desselben Platzes, wenn er von diesen Erhöhungen frei und eben und wagrecht ist. — Tischfläche und die Oberfläche einer darauf angehäuften Masse Erde. — Der Grund des Teiches, See's, das Becken — und der Wasserspiegel. — Land und Landkarte u. s. f.)

ε. Nothwendigkeit der wagrechten Ausmessung, um ein bestimmtes Maß zu haben. (Verhältniß der Pflanzenmenge, die auf wagrechter oder aber auf schiefer Fläche wächst. — Ansteigender oder fallender Boden als Bauplatz.

Hiermit verbindet der Lehrer Uebungen im Abstecken bestimmter gerader Linien, im Messen von abgesteckten Linien nach wagrechter Ausdehnung, so wie solcher nach schiefer Ausdehnung, steigend oder senkend.

Eine Hauptsache ist die Absteckung von Perpendikeln auf bestimmte gerade Linien, 3. B. der Höhen zur Ausmessung von Dreiecken 2c. — Hierzu bedarf aber der Schüler, um schnell und sicher verfahren zu lernen, eines einfachen Werkzeuges. Das einfachste ist das Meßkreuz oder Winkelkreuz (Kreuzscheibe), das sich der ältere Schüler leicht selbst verfertigen kann, indem er auf ein ebenes, senkrecht auf einen Stab gestecktes Brettchen zwei senkrechte Linien konstruirt, die sich in der Mitte der Durchbohrung durchschneiden. Zum sichern Zielen oder Visiren können bei den Endpunkten der Senkrechten feine Stiften angebracht werden, so wie man noch zur lothrechten Haltung des Stabes mit demselben ein Roth verbinden kann.

Hierauf folgen Uebungen im Ausmessen von drei-, vier-, fünfeckigen Grundstücken 2c. auf einem Terrain, das nicht gar zu viele Schwierigkeiten darbietet. Bei rechtwinkliger Absteckung lassen sich diese Figuren leicht nach verkleinertem oder verjüngtem Maße konstruiren, wodurch der Schüler ein einfaches Plänchen des Grund-

stückes erhält. Die Bestimmung des Flächeninhalts kann abwechselnd nach einzelnen Dreiecken, dann abkürzungsweise durch Abtheilung in Trapeze oder beliebige Vierecke vorgenommen werden.

Die letzte Uebung ist die umgekehrte, nämlich die Absteckung einer nach gewissem Maße verzeichneten ganz einfachen Figur auf freiem Grunde.

C. Realignergänzungschule.

Die Realignergänzungschule hat in weiter begründendem Sinne fortzufahren und das zu vollenden, was die vorige Schulstufe in einfacher Weise begonnen hat; die Richtung soll da aber eine hervorragend praktische sein, weil Schul- und Altersstufe dem beruflich bürgerlichen Leben hier schon sehr nahe stehen.

Nun handelt es sich da zunächst wieder um neue Stoffbildung. Die Realschule mußte die Begriffe der Linie, des Winkels und der geschlossenen Fläche so verarbeiten, daß die Verarbeitung selbst sowohl in formal- als praktisch-bildender Hinsicht diejenige Ausbeute gab, wie sie von dieser Schul- und Altersstufe gemäß der Bedeutung der Volksschule zu erwarten ist.

Nunmehr steht die Bildung und nähere Betrachtung der körperlichen Räume bevor. In der gleichen Weise wie man vom Winkel zur geschlossenen Fläche überging, in derselben Weise geht man vom Flächenwinkel zum geschlossenen Körperraum über. Der Gang ist ein ganz analoger mit dem frühern. Beim Längenmessen wurde die gerade Linie mit der geraden Linie in der gleichen Richtung verbunden, bei der Bildung des Winkels in verschiedener Richtung und so endlich zum Einschluß und zur Begränzung der Fläche. Beim Flächenmessen wurde die Ebene (das Flächenmaß) in die Ebene gelegt; nun sollen die Ebenen mit einander auch in verschiedener Richtung zur Bildung des Flächenwinkels, der körperlichen Ecken und des geschlossenen körperlichen Raumes oder des geometrischen Körpers verbunden werden. Eine ökonomische Benützung der Schulzeit verlangt da aber wirklich nur die Berücksichtigung des Allerwichtigsten. Die Bildung von pyramidalen und prismatischen Körpern bietet für einmal genug Stoff.

Es reihen sich dann hieran zunächst einige Uebungen in der

Darstellung der Oberfläche (Netze) dieser Körper und in der Ausmessung dieser Oberfläche, was sich nach dem ganzen Gange sehr leicht ausführen und anwenden läßt.

Eine Hauptsache ist hierauf die geometrische Zeichnung dieser Körper. Es soll dieß eine Darstellungsweise sein, aus der sich genau die Gestalt und Größe eines Körpers nach bestimmtem Maße, so wie überhaupt die geometrischen Beziehungen desselben entnehmen lassen. Am geeignetsten dürfte die Anwendung der sogenannten Parallelperspektive etwa in der speziellen Form der isometrischen Zeichnungsart sein. Die praktische Richtung ist da leicht zu erkennen.

Nun folgt die dritte Seite der Betrachtung genannter Körper und das ist ihre Ausmessung oder ihre Inhaltsbestimmung. Die Ableitung und Darstellung der Körpermäße und damit zusammenhängend der Gewichte bildet hier den ersten und wichtigsten Punkt; der Schüler soll dadurch zum Abschluß und zur bestimmten Kenntniß des gesetzlichen Maßsystems gelangen. Während er früher die meisten Maße zuerst durch unmittelbare Auffassung ihrer Größe kennen lernte, hat er sie nun allmählig in ihrem gegenseitigen Verhältnisse aufgefaßt, so daß er aus einer Grundeinheit alle übrigen Einheiten der Maße wie der Gewichte ableiten und wirklich bilden kann.

Es ist leicht einzusehen, von welcher Bedeutung eine solche Kenntniß des Zusammenhangs sämtlicher Maße und Gewichte für den Schüler ist.

Da die Körpermessung im Allgemeinen schon bedeutendere Schwierigkeiten darbietet als die Ausmessung ebener Flächen, wie sie auf der vorigen Schulstufe betrieben wurde, so genügt für den ersten Gang die Ausmessung rechteckiger (d. h. von lauter Rechtecken begrenzter) Säulen. Das Uebrige gibt sich mit Hülfe des parallel fortschreitenden und sich erweiternden Rechnungsunterrichtes bei einem folgenden Angriffe nur um so leichter. Und hier ist es nun ganz am Platze die letzte Stofferweiterung folgen zu lassen.

Es sind die gewöhnlicheren von krummen Flächen begrenzten Körper, deren Entstehungs- und Bildungsweise dem Schüler noch vorzuführen ist. Diese sind insbesondere der Zylinder, der Kegel und die Kugel.

Aus ihrer Entstehungsweise als Rotationskörper geht für den Schüler mit größter Leichtigkeit eine klare Einsicht in die Bedeutung der Axc, der Seitenlinien, Meridiane und der Parallelkreise dieser Körper hervor, eine Einsicht, die an andern Orten, z. B. in der Geographie, nach der Gelegenheitsmethode mit großer Zeitversäumniß und vielen Umschweifen nicht einmal annähernd erreicht wird.

Da nur die Oberfläche der beiden ersten Körper in eine Ebene abwickelbar ist, so können auch nur die Netze der beiden ersten Körper durch die Schüler ordentlich dargestellt und darauf gestützt deren Oberflächen mit wirklicher Einsicht berechnet werden.

Wer aber glaubt, auch über die Kugel noch dießfällige Mittheilungen dem Schüler machen zu sollen, dem wollen wir später geeigneten Ortes bei der speciellen Ausführung einige weitere Andeutungen machen.

Da die Messungen, die sich auf die genannten drei Rotationskörper beziehen, sämmtlich auf der Ausmessung der Kreislinie, der Kreisfläche &c. beruhen, so ist hier der Ort, das was in der Volksschule über die Kreismessung behandelt werden kann und zu behandeln nothwendig ist, folgen zu lassen. Es ist dieß nun um so eher möglich, als auch der Unterricht im Rechnen bis zu dieser Höhe das Nöthige in der Bruchlehre geleistet haben wird. Die strenge geometrische Bestimmung der Verhältnißzahl des Kreisradius zur Kreislinie ist nur mit höhern Hülfsmitteln möglich. Die annähernde Erkenntniß derselben, wie diese für die Volksschule ausreichend ist, schließt sich wohl am besten an die früher behandelte Konstruktion des regelmäßigen Sechsecks an, woraus wenigstens die Erkenntniß der Ganzen jener Verhältnißzahl geschöpft werden kann. Es darf der Umstand, daß man dem Schüler hier auf dieser letzten Schulstufe auch noch etwas mittheilen muß, zu dessen genauer Erforschung seine Kräfte eben nicht ausreichen, durchaus keine pädagogischen Bedenken erregen, noch irgend welche Entmuthigung hervorrufen. Denn erstens erkennt da der Schüler, dessen Verstand schon mehr der Reife entgegengeht, daß es auch in der Geometrie Dinge zu berechnen gibt, wozu es der vollen Kraft eines ausgebildeten Verstandes bedarf. Er lernt einsehen, daß man der Wissenschaft, von der man ihm sagt, sie habe die und

die Resultate genau so und so bestimmt, vieles schuldig ist und empfängt so im Allgemeinen Achtung vor dem, was man wissenschaftliche Arbeit nennt, ein Gefühl, das im gemeinen Leben nicht selten nur zu sehr mangelt und dessen zarte Pflege die Volksschule nicht verabsäumen soll. Ein verborgenes Talent mag sich auch angespornt fühlen, Tieferes ergründen zu wollen und zu dem zu gelangen, wozu es von Natur vorzüglich bestimmt ist. Es hat also auch dieß seine gute Seite. Zweitens ist die Erscheinung, daß man den Schülern der obern Abtheilung der Volksschule neben der von ihnen genau erkannten Stoffentwicklung auch einmal ein wissenschaftliches Ergebnis als solches einfach mittheilt, und sie dasselbe anwenden und erproben läßt, etwas, wozu sogar wissenschaftliche Unterrichtsanstalten von mittlerer Höhe nicht selten ihre Zuflucht nehmen müssen, und diese sind daher in dem genannten Punkte verhältnißmäßig nicht besser daran als die Volksschule.

Die allgemeine Ausmessung der obgenannten geometrischen Körper ist nun gehörig vorbereitet. Der Gang kann etwa folgender sein:

An die Ausmessung der rechteckigen Säule schließt sich diejenige der rechtwinklig dreiseitigen Säule, dann die der drei-, vier- und mehrseitigen prismatischen Körper überhaupt, endlich die des Zylinders.

An die Ausmessung des dreiseitigen Prismas knüpft sich diejenige der dreiseitigen, dann der mehrseitigen Pyramide, endlich des Kegels und der Kugel.

Natürlich haben sich hieran als Hauptsache passende praktische Aufgaben anzureihen, die das Abgeleitete theils befestigen helfen, theils fürs Leben in der mannigfaltigsten Weise fruchtbar machen sollen.

Die graphische Darstellung der runden Körper, wodurch in Verbindung mit dem Früheren die Grundlage zur geometrischen Zeichnung verschiedener technischer Gegenstände, die im Kreise des beruflichen Lebens von Wichtigkeit sind, gelegt werden soll, darf hier ebenfalls nicht fehlen.

Endlich folgt auf der letzten Unterrichtsstufe die Nachholung der schwierigeren Längen-, Flächen- und Körpermessungen im Freien, die dasjenige ergänzen sollen, was früher in diesem angewandten Theile nur in den ersten Anfängen begonnen werden konnte. Eine Menge der nützlichsten Aufgaben mit Hinsicht auf die Bestimmung

des Volumens oder des Gewichtes, oder des Werthes oder Betrages gewisser Gegenstände haben hier ihren Ursprung.

Hierher gehören auch die fortgesetzten Uebungen im Aufnehmen und Entwerfen von Grundplänen, in der Kenntniß einfacher Grund- und Aufrisse und Durchschnitte, womit entsprechende Berechnungen zu verbinden sind, endlich in der graphischen Darstellung von Gegenständen und Vorrichtungen des allgemein praktischen Lebens, jedoch Alles in der Ausdehnung und unter der Beschränkung, wie dieß für sämtliche Schüler der letzten Volksschulabtheilung, die sich den verschiedensten Berufsthätigkeiten widmen, noch ersprießlich und gedeihlich sein kann und wie es neben der Behandlung des übrigen Bildungstoffes in der Volksschule überhaupt möglich ist.

Dieß wäre der Gang der methodischen Entwicklung des geometrischen Unterrichtsstoffes auf den verschiedenen Stufen der Volksschule.

Es geht aus der bisherigen Betrachtung hervor, daß von der Zeit an, da in dem Schüler geometrische Begriffe und geometrische Wahrheiten zum bestimmten Bewußtsein erhoben werden sollen, d. h. von der II. Schulstufe oder der Realschule an, der methodische Verlauf des Unterrichts sich beständig auf folgende drei Richtungen bezieht:

1. Die lebendige Veranschaulichung der Entstehung der geometrischen Gebilde. Diese Veranschaulichung geschieht gewöhnlich durch einen Bewegungsakt, und es werden mit dem bildsamen Stoffe zugleich dessen allgemeinste Eigenschaften dargestellt.

Hieraus schöpfen folgende beiden Richtungen ihre wesentliche Begründung:

2. Die graphische Darstellung der geometrischen Gebilde, Konstruktion, Zeichnung (mit Anschluß von technischen Darstellungen).
3. Die Größenbestimmung oder Ausmessung der geometrischen Gebilde (mit Anschluß der Größenbestimmung konkreter Gegenstände, die Annäherungen zu jenen und somit den materiellen Stoff bilden, der jenen zur praktischen Unterlage dient).

Die beiden letzten Richtungen würden für sich allein dem Schüler unverständlich bleiben, wenn sie nicht ihre Beleuchtung durch die erstere erhielten; denn wenn dem Schüler nicht der innere Grund einer Verrichtung und die allgemeinen Eigenschaften des Stoffes, an dem er jene Verrichtungen vollziehen soll, bekannt sind, so tappt er im Finstern und kann höchstens nur maschinenmäßige Fertigkeiten sich aneignen, die er indessen lange nicht

mit der Sicherheit ausübt wie die Maschine, da er unter solchen Verhältnissen weniger ist als sie. In der oben bezeichneten Verbindung mit der erstern Richtung tragen dann aber auch die beiden letztern noch vieles zum rechten innern Verständniß der Sache bei und haben so einen doppelten Nutzen.

Die Volksschule hat hiedurch den begründenden Theil des Unterrichts auf ein Minimum reduziert; wer da noch weiter reduzieren will, läßt einfach den begründenden Theil ganz weg und dann verfährt er, wie man heutzutage noch vielorts beim Unterrichte, nicht aber im Leben verfährt, wo man kein Haus mehr auf bloßen Sand zu bauen pflegt.

Leider werden sogar noch an höhern Unterrichtsanstalten, wo man es nicht erwarten sollte, ganze Schulklassen systematisch mit Konstruktionen, Zeichnungen und Ausrechnungen abgemüdet, deren innerer Grund dem Schüler nicht besser bekannt ist, als dem geduldigen Zirkel und Bleistift, die ihm diese Aufgaben ausführen helfen. Man kann nicht genug wiederholen, wie sehr es unverantwortlich ist, eine geistige Jugend auf solche Weise abzustumpfen und für einen zukünftigen gedeihlichen Unterricht beinahe unbrauchbar zu machen!

Die oben auseinander gehaltenen drei Richtungen muß auch der Schüler allmählig erkennen und festhalten; er wird nach und nach inne, daß bei jeder Gattung der geometrischen Größen erst ihre Entstehung, behufs Erkenntniß ihrer allgemeinen Eigenschaften und Beziehungen, dann ihre abbildliche Darstellung und Konstruktion und endlich ihre Größenbestimmung zc. in Betrachtung fällt. Dieß gibt ihm den geistigen Faden, an dem er die einzelnen Ergebnisse aus sich selbst wieder zu erzeugen und fest zu knüpfen vermag und woran er auch sicher einzelne sonst isolirte praktische Kenntnisse zc. anreicht.

So wird er, wie das Gebiet der rechnenden, so auch dasjenige der geometrischen Thätigkeit mit seinem geistigen Leben verweben und in dieser Verbindung werden beide gleich gesichert und gleich fruchtbar sein.

§ 5.

Methodische Gliederung des geometrischen Unterrichtsstoffes nach den einzelnen Schuljahren gemäß der vorangegangenen Entwicklung des gesamten Unterrichts.

I. Schulstufe, Elementarabtheilung.

Vom zurückgelegten 6. bis 9. Altersjahre.

Geometrischer Vorbereitungsunterricht.

Erstes Schuljahr: Anregung und Entwicklung des Orts-, Formen- und Größensinnes durch Betrachtung von Gegenständen aus der

Umgebung. Unterscheidung von Punkten und Strichen in verschiedener Zahl und Lage. Nachbildung einfacher aus Linien gebildeter Formen als Einleitung für den Schreib- und Zeichnungsunterricht.

Zweites Schuljahr: Weitere Uebung des Auges und der Hand im Zeichnen der einfachsten meist aus wenigen geraden oder krummen Zügen zusammengesetzten Bilder vorgelegter oder wenigstens bekannter Gegenstände. Geeignete Wandtabellen zur Nachbildung können hier wie schon im vorigen Jahre mit Vortheil benutzt werden.

Drittes Schuljahr: Fortsetzung der Uebungen in Auffassung von Form und Größe mit Benutzung leichter Zeichnungsvorlagen.

Anmerkung: Es wäre eine ganz falsche Auffassung, wenn man glaubte, der hier angedeutete Vorbereitungsunterricht in der Elementarschule könnte oder sollte ein eigener für sich bestehender Fachunterricht sein. Er vertheilt sich vielmehr auf verschiedene Richtungen. So fällt die hier im ersten Schuljahre zu lösende Aufgabe zusammen mit dem allgemeinen Elementaranschauungsunterricht, der die Grundlage bildet für den Unterricht in Sprache (Schreiben inbegriffen), Zahl und Form.

Dieser erste Anschauungsunterricht ist also weder ausschließlicher Sprach- noch Rechnungs- oder Zeichnungsunterricht, die geometrische Grundlage liegt im Reime ebenfalls darin. Im zweiten und dritten Schuljahre tritt die geometrische Beziehung einfach im Zeichnen ganz einfacher Figuren als abbildlicher Darstellungen bekannter Gegenstände hervor.

Also nur deswegen, weil die ersten geometrischen Beziehungen in der Elementarschule mit Andern in der natürlichsten Verbindung auftreten, wird dieses Andere auch hier beim geometrischen Vorbereitungsunterricht aufgeführt. Daher nicht vielerlei Unterricht, aber vielseitige Anregung.

II. Schulstufe oder erste Realabtheilung.

Vom zurückgelegten 9. bis 12. Altersjahre.

Anfang des geometrischen Unterrichts.

Viertes Schuljahr: Bewußte Bildung der Raumelemente und abbildliche Darstellung derselben. Verbindung von Linien durch Messung; einfaches praktisches Längenmessen durch die gesetzlichen Längenmaße. Verbindung von Linien durch Umdrehung. Winkel, und damit zusammenhängende Konstruktionen und Messungen.

Fünftes Schuljahr: Bildung und Konstruktion des Dreiecks und Verarbeitung der hieraus sich ergebenden Beziehungen. Die Parallellinien als ein Gränzfall des Dreiecks, Nutzenwendung davon auf Dreiecke. Vierecke. Konstruktion regelmäßiger und unregelmäßiger Vielecke. Einleitung zum Flächenmessen: Flächenmaße.

Sechstes Schuljahr: Ausmessung beliebiger Rechtecke, rechtwinkliger und schiefwinkliger Dreiecke (auch mit Voraussetzung einfacher gebrochener Maßzahlen). Ausmessung der aus beliebigen Dreiecken zusammengesetzten Vier- und Vielecke. Mannigfaltige leichtere Anwendungen hiezu. Anfänge in Vermessungen im Freien. Aufnahme und Zeichnung der leichtesten Grundplänen.

III. Schulstufe oder zweite Realabtheilung.

(Realergänzungsschule.)

Vom zurückgelegten 12. bis 15. Altersjahre.

Schluß des geometrischen Unterrichts.

Siebentes Schuljahr: Bildung der einfachern von Ebenen begrenzten geometrischen Körper aus gegebenen Bestimmungsstücken und nähere Betrachtung dieser Körper hinsichtlich ihrer allgemeinsten Eigenschaften. Darstellung und Ausmessung ihrer Oberflächen. Geometrische Zeichnung dieser Körper in Parallelperspektive. Einleitung zum Körpermessen: die Körpermaße und Gewichte; praktische Aufgaben.

Achtes Schuljahr: Bildung der gewöhnlichern von krummen Flächen begrenzten Körper, namentlich des Zylinders, Kegels und der Kugel. — Ihre Oberfläche. — Ausmessungen, gestützt auf die hier anzubringende Messung der Kreislinie und Kreisfläche. Geometrische Zeichnung dieser Körper. Bestimmung des körperlichen Inhalts verschiedenartiger Körper Räume, namentlich mit Rücksicht auf praktische Nützlichkeit.

Neuntes Schuljahr: Nachholung der schwierigeren Längen-, Flächen- und Körpermessungen, die für das gewöhnliche Leben von Bedeutung und Vortheil sind (hauptsächlich Messungen im Freien). Grundpläne in gesteigerter Fortsetzung der frühern Uebungen; Durchschnitte. Grund- und Aufrisse einfacher Baugesenstände. Damit verbundene Rechnungen. Geometrische Darstellung technischer Gegenstände und Vorrichtungen, die für den beruflichen Verkehr von Wichtigkeit sind.

Anmerkung: Mit der Realergänzungsschule, in welcher die Tendenz der geistigen Vorbereitung und Befähigung für das bürgerliche Berufsleben in den Vordergrund tritt, muß der geometrische Unterricht der Volksschule als solcher abgeschlossen, d. h. es soll bis dahin das hieher gehörende Gebiet völlig durchgemacht werden. Sollte auf der nächsten und letzten Schulstufe, d. i. in der Zivilschule, die den vorherrschenden Zweck der Vorbereitung des jungen Bürgers als Glied der Gemeinde und des Staates hat und die der kirchlichen Vor-

berbeitungs- oder Unterweisungsschule nebengeordnet ist, gleichwohl mitunter eine praktische Frage, sei es über Landwirthschaft oder über Gewerbe 2c. zur Besprechung kommen (weil keine Schulstufe bloß einen einzigen ganz ausschließlichen Zweck hat); so sind, im Falle hiebei geometrische Hülfsmittel benutzt werden müssen, nicht mehr diese Gegenstand des Unterrichts, sondern sie müssen aus den Leistungen der vorangegangenen Schulstufe geschöpft werden können; weshalb also in der Zivilschule von einem geometrischen Unterricht als solchem nicht mehr die Rede sein kann.

§ 6.

Gränzlinien des geometrischen Unterrichts für Töchter.

Es ist in vielen Unterrichtsanstalten, z. B. in Sekundarschulen, Privat-instituten, Töchterschulen 2c., Uebung, den Mädchen keinen geometrischen Unterricht zu ertheilen. Man scheint anzunehmen, der geometrische Unterricht gewähre ihnen entweder keinen Nutzen fürs Leben, oder er könne nicht ihrer Fassungskraft angepasst werden. Es fragt sich also, soll diese Uebung auch auf die Volksschule ausgedehnt werden?

Allerdings, wäre eine dieser Annahmen richtig, oder wären es sogar beide zugleich, so dürfte von einem geometrischen Unterricht für die Töchter wohl nirgends, also auch nicht in der Volksschule, die Rede sein. Wir halten aber beide Ansichten für unrichtig.

Was zunächst den ersten Punkt anbelangt, nämlich ob auch den Mädchen geometrische Kenntnisse von praktischem Vortheil sein können, so hat man nur auf den Kreis der weiblichen Wirksamkeit in Küche und Haus hinzuweisen. Der ökonomische Sinn für richtiges Abmessen und Eintheilen erhält im wirklichen Messen, in der Kenntniß und Anwendung der gebräuchlichen Maße das beste Unterstützungsmittel. Wie oft kommt nicht die Mutter, die Tochter, die Magd in den Fall, wirklich genau abzumessen und abzuwägen!

Wie oft wäre es ihnen nützlich, vermitteltst besserer Kenntniß von Maß und Messung einen schnellen Ueberschlag über diesen oder jenen Borrath zu machen, oder von einem Maß schnell auf ein anderes zu schließen. Die praktische Hausmutter kann in tausend Fällen, besonders wenn sie auch einigermaßen mit der Naturkunde vertraut ist, von der Kenntniß des Messens Anwendung machen.

Allein ebensowenig als das Haus dem Kinde eine ausreichende Kenntniß der Zahlen und des Rechnens gibt, ebensowenig gibt es ihm eine genügende Kenntniß der Maße und des Messens. Die Schule muß es also thun und das letztere fällt in die Aufgabe der Volksschulgeometrie.

Doch eben so sehr als in den genannten Richtungen des Messens sind Kenntnisse und Fertigkeiten im konstruirenden Zeichnen dem thätigen weiblichen Geschlechte nothwendig. Seine Arbeiten, die sich auf Herstellung bestimmter Formen beziehen, erhalten durch die Einsicht in einfache geometrische Konstruktionen eine sehr wesentliche Unterstützung. Der Schnitt der Muster zur Herstellung von Kleidungsstücken z. B. wird wesentlich durch die Kenntniß einfacher geometrischer Konstruktionen erleichtert. Die Richtung des Aesthetischen kann sich auch um so mehr geltend machen, je mehr die Hülfsmittel vorhanden sind, die entsprechenden Verhältnisse abzumessen und durch Zeichnung darzustellen.

Es unterliegt somit keinem Zweifel, daß einfache geometrische Kenntnisse im Messen und Zeichnen auch für das weibliche Geschlecht von unterschiedener Wichtigkeit sind.

Was den zweiten Punkt anbetrifft, nämlich ob das Mädchen eben so gut befähigt sei, wie der Knabe, den einfachen geometrischen Unterricht der Volksschule aufzufassen, so ist zunächst kein Grund vorhanden, warum die Natur dem Mädchen Blick und Einsicht in die räumlichen Verhältnisse versagt und diese Fähigkeit nur dem Knaben zugewandt haben sollte. Die Erfahrung in allen denjenigen unserer gewöhnlichen Volksschulen, in welchen ein natürlich sich entwickelnder geometrischer Unterricht ertheilt wird, zeigt auch, daß im Allgemeinen die Mädchen in dem genannten Unterrichtszweige eben so geweckt und mit eben so scharfem Blicke begabt sind, wie die Knaben. Zudem ist ja die Geometrie der Volksschule nicht ein abstraktes Feld diffciler Logik wie die wissenschaftliche Theoremegeometrie, sondern in ihr tritt, — was die letztere eben gewöhnlich voraussetzt — die konkrete Seite des Messens und Zeichnens, gestützt auf anschauliche geometrische Entwicklung, mit beständiger Beziehung auf das Leben als Hauptsache hervor.

Auf die geistige Entwicklung des Mädchens wird die geometrische Thätigkeit, die mehr der Verstandesrichtung angehört, nur vortheilhaft einwirken. Die Erfahrung lehrt, daß es nicht gut ist, wenn den Mädchen nur solche geistige Nahrung geboten wird, die hauptsächlich die Weichheit des Gemüthes und die Thätigkeit der Phantasie befördert. Es ist im Gegentheil — sagt Seminardirektor Dr. Scherr in seiner Pädagogik — sehr zweckmäßig, „wenn die Bildungsbestrebungen bei Mädchen so hervortreten, daß auch ihr Verstand zu ernster Thätigkeit hingeleitet wird, und es ist gewiß ein Mißgriff, wenn man schon frühzeitig anfängt, das

Mädchen nur in den Richtungen zu beschäftigen, die der weichen weiblichen Natur besonders zusagen."

Wenn wir so auf den Schluß kommen, daß auch in der Volksschule die Mädchen am geometrischen Unterrichte Theil nehmen sollen, so fragt es sich nun noch, in welcher Ausdehnung dieses geschehen soll?

Der Unterricht in der Elementar- und ersten Realabtheilung (I. und II. Schulstufe) wird auch in allen übrigen Fächern Knaben und Mädchen gewöhnlich gemeinsam erteilt; die Kenntniß der Elemente ist für alle gleich nothwendig und die Einführung in die Realkunde auf der II. Schulstufe verlangt für Knaben wie für Mädchen dieselben Erfordernisse. Der geometrische Unterricht, so weit er auf der ersten und zweiten Schulstufe zu berücksichtigen ist, kann also hier von beiden Geschlechtern in der Hauptsache gemeinsam benutzt werden; einzig dürften die Anfänge der Vermessungen im Freien und die hierauf bezüglichen Uebungen am Schlusse des sechsten Schuljahres den Töchtern erlassen werden.

Auf der dritten Schulstufe, wo die Tendenz des Beruflichen vorherrschend wird, da sollen die Mädchen an demjenigen Unterricht, der mehr die Berufsarten männlicher Personen ins Auge faßt, nicht mehr Theil nehmen; sie erhalten dafür in der sogenannten weiblichen Arbeitsschule einen besonders für sie berechneten Unterricht.

Was sie auf dieser letzten Schulstufe aus der Geometrie noch lernen sollen, das bezieht sich hauptsächlich auf die Kenntniß der Körpermaße und Gewichte, sowie auf einfache auf das häusliche Leben angewandte Messungen und Rechnungen mit denselben. Diese Rechnungen sollten namentlich dann auch in Verbindung gebracht werden mit den aus der Naturkunde gewonnenen Kenntnissen zur Anwendung in Garten, Küche und Haus.

Insbesondere wäre es dann auch an der Arbeitsschule, die Kenntnisse, welche das Mädchen im Messen und geometrischen Zeichnen erworben hat, so zu benutzen, daß dasselbe seine Arbeiten wirklich baldiger und mit um so größerer Gewandtheit und Geschicklichkeit auszuführen im Stande sein würde. Es wäre also wünschenswerth, daß die Arbeitslehrerinnen selber in der genannten Richtung zu ihrem und ihrer Zöglinge Vortheil besser vorgebildet wären; mancher Arbeit würde dadurch eine vernünftiger und zweckmäßiger Behandlungsweise zu Theil.

Auch hier ist von der Zukunft ein Besseres zu erwarten!

§ 7.

Das Übungsbuch für den geometrischen Unterricht oder die geometrische Aufgabensammlung der Volksschule.

Die gleichen allgemeinen Gründe, die uns im ersten Theile unseres Handbuchs veranlaßten, die Nothwendigkeit der Einführung eines individuellen Rechnungslehrmittels (resp. eines Übungsbuches für die Schüler) in die Volksschule hervorzuheben, gelten auch hinsichtlich eines geometrischen Lehrmittels. Ja es tritt hier diese Nothwendigkeit noch um so stärker hervor, da hier neben der messend rechnenden Richtung noch die konstruirende auftritt, wodurch der ganze Unterrichtsgang mannigfaltiger als beim Rechnungsunterrichte wird und der Schüler also um so mehr veranlaßt werden muß, seine Kräfte nach allen Seiten gehörig zu üben.

Es fragt sich nun zunächst:

Welche Stellung und Bedeutung soll ein geometrisches Lehrmittel in der Volksschule im Allgemeinen haben?

Um den geometrischen Unterricht fruchtbar zu machen, bedarf die Schule eines Hilfsmittels, wodurch dieser Unterricht vornämlich auf die **Selbstthätigkeit** des Schülers gestützt wird. Diese Selbstthätigkeit muß sowohl die Wiederholung und Anwendung der Hauptpunkte des Unterrichts als auch die selbsteigene Auffindung und Darstellung einfacher geometrischer Resultate durch den Schüler umfassen.

Das Lehrmittel muß aus dieser Rücksicht eine methodische Aufgabensammlung sein, durch welche zudem die Uebersicht der Hauptresultate des Unterrichts erleichtert wird. Wir wollen uns hierüber etwas näher aussprechen:

Man hat die Bedeutung einer mathematischen Aufgabensammlung für die Volksschule mitunter schon in dem Sinne auffassen wollen, daß dieselbe strenge nur das enthalte, was man unter mathematischen Aufgaben in wissenschaftlicher Bedeutung versteht. Die mathematische Aufgabe unterscheidet sich vom mathematischen Lehrsatz besonders dadurch, daß jene den Gegenstand als noch zu suchend, dieser als schon gefunden und ausgemacht darstellt. In Folge dessen soll durch eine mathematische Aufgabe gewöhnlich eine Rechnung, oder eine Messung, oder eine Konstruktion vermittelt bereits gefundener und bekannter Sätze ausgeführt werden.

Wollte man nun an eine mathematische Aufgabensammlung für die Volksschule die Anforderung stellen, daß sie nur solche Aufgaben enthalte, durch die einfach ein mathematisches oder speziell geometrisches Resultat mittelst

Anwendung bestimmter Sätze herzustellen ist, unbekümmert darum, ob der Schüler die mathematischen Gesetze wirklich geistig beherrsche, d. h. sie selbst einfach abzuleiten verstehe, und mit Bewußtsein auf die verschiedenen praktischen Verhältnisse anwenden könne, so erhielte man hiedurch ein form- und farbloses Lehrmittel, das den Klassenunterricht der Volksschule jedenfalls nicht sehr erleichtern und fruchtbar machen würde.

Durch eine solche Aufgabensammlung wäre dem Schüler noch kein Hülfsmittel zur Uebersicht, Wiederholung und naturgemäßen Anwendung der Hauptpunkte des Unterrichts geboten. Damit er aber reife Früchte aus diesem Unterrichte ziehen kann, muß er die Herkunft und den Fortschritt des Einzelnen sowie des Ganzen übersehen können, sonst bleibt ihm der Wald vor lauter Bäumen unbemerkt; er muß insbesondere auch die Veranlassung haben, die einfachen Betrachtungen und Ableitungen, in welche ihn der Lehrer durch den mündlichen Unterricht eingeführt hat, für sich selbst oftmals zu wiederholen, sonst verfliegt ihm der geistige Inhalt des Unterrichts und er verliert den Faden derselben; endlich muß ihm eine innige Vermittlung zwischen den rein geometrischen Beziehungen und den praktischen Aufgaben, deren Lösung durch diese Beziehungen zu begründen ist, stufenweise und übersichtlich geboten werden, sonst kommen ihm die praktischen Aufgaben zu schwierig vor und er wird nicht fest in der bewußten Anwendung und Benutzung der geometrischen Hülfsmittel und nicht geschickt im eigenen Suchen und Auffinden, weil er eben nicht allmählig dazu geführt wird.

Wir verstehen also unter den geometrischen Aufgaben, die dem Schüler durch die Aufgabensammlungen vorgelegt werden sollen, nicht bloß diejenigen, nach welchen er einfach eine Linie, einen Winkel, eine gerad- oder krummlinige Figur, einen Körper zc. zu messen oder zu zeichnen hat, sondern auch diejenigen passenden Aufgaben, durch welche er veranlaßt und geleitet werden soll, sich die Gegenstände des Unterrichts durch eigenes Schaffen und Untersuchen zu geistigen Ergebnissen zu machen und durch welche er zur selbstständigen Anwendung der geometrischen Kenntnisse und Fertigkeiten im praktischen Leben tüchtig vorbereitet wird.

Eine geometrische Aufgabe — nicht im Sinne der strengen Mathematik, aber im Sinne der Pädagogik — ist uns also jede Anforderung an den Schüler, durch die er veranlaßt wird, sich mit einem Gegenstande des reinen oder angewandten geometrischen Unterrichts in eigener Thätigkeit selbstsuchend oder selbstschaffend zu beschäftigen.

Eine Aufgabensammlung, die nur Aufgaben enthielte, wie sie von der platt praktischen Richtung gewünscht werden, nämlich solche, durch die allein das Können, die Fertigkeit erzielt wird, wäre aber nicht bloß ein form- und farbloses, sondern auch ein ganz einseitiges Lehrmittel: der Schüler soll verstehen, was er kann, aber auch können, was er versteht, und zu beidem ist seine Selbstthätigkeit nöthig, d. h. in beiden Richtungen soll er durch Aufgaben harmonisch gefördert werden.

Gibt man ihm ausschließlich oder ungebührlich vorherrschend Aufgaben der einen Art, so wird er in einem Fall Manches können, was er nicht versteht, und im andern Falle mit einigem Verständniß keine oder nicht die rechte Fertigkeit verbinden. In welchem Verhältnisse die eine und die andere Art dieser Aufgaben in der Sammlung zu berücksichtigen sind, davon werden wir später noch sprechen.

Wir kommen also durch alle Betrachtungen wieder auf den Schluß, daß die mathematische Aufgabensammlung eine methodisch bearbeitete sein muß, methodisch in Hinsicht auf die Anordnung des Unterrichtsstoffs, so wie in Hinsicht auf dessen grundsätzliche Entwicklung.

Wir lassen hier eine Stelle aus einem leitenden Artikel eines neuern schweizerischen Schulblattes folgen, mit deren Inhalt wir vollständig einverstanden sind und die ganz wohl auch ihre Anwendung auf die hier in Rede stehende Aufgabensammlung findet:

„Es versteht sich wohl von selbst, daß dem Lehrmittel eine bestimmte Methode, ein bestimmter Gang des Unterrichts zu Grunde liegen muß. Je weniger dieß der Fall ist, um so mehr wird die Brauchbarkeit vermindert und die Anwendung desselben erschwert. Dieß gilt auch dann noch, wenn der Lehrer selbst einen andern Weg einschlägt. In einem mathematischen Lehrmittel muß eine Methode vorhanden sein; wollte man dieselben bis aufs Aeußerste fliehen, so bliebe man immerhin noch in der Methode des Unsinnns befangen. Es kann sich also für uns nur fragen, welche Methode soll dem Lehrmittel zu Grunde gelegt werden.

„Voraus muß man nicht vergessen, daß der Zweck eines Lehrmittels nicht weiter geht, als zur Förderung eines sachgemäßen Unterrichts nothwendig ist und daß dieser Zweck nicht darin bestehen kann, die freie Selbstthätigkeit des Lehrers unnöthig zu machen.

„Es gibt gewisse allgemeine Principien im Unterrichte eines Lehrfaches, die über der Individualität des Lehrers und Schülers und über örtlichen und zeitlichen Verhältnissen erhaben sind, sie bilden die Konstante

in der Methode. Innerhalb dieser Prinzipien gibt es eine große Mannigfaltigkeit von verschiedenen Verfahrensweisen, in denen sich die Individualität des Lehrers geltend macht, worin die Individualität der Schüler speziell zu berücksichtigen ist und die besondern örtlichen und zeitlichen Verhältnisse sich geltend machen können. Diese verschiedenen Umstände bilden die Variable in der Unterrichtsmethode.

„Nun ist aber kein Lehrmittel denkbar, das jene allgemeinen Prinzipien in abstrakter Weise darstellen könnte. Die zu Grunde gelegte Methode soll eine konkrete sein, wie sie die am häufigsten vorkommenden Verhältnisse erfordern. Es ist dann Sache des Lehrers zu entscheiden, in wie weit die speziellen Verhältnisse Modifikationen in den Ausführungen des Lehrmittels erheischen. Der Lehrer soll sich hüten, eine konkret durchgeführte Methode zur stereotypen zu machen; aber eben so wenig kann er verlangen, daß ein Lehrmittel, das für weitere Kreise bestimmt ist, gerade seinen Verhältnissen speziell angepaßt sei.

„Wollte man das letztere, so müßte nicht nur jede einzelne Schule ein besonderes Lehrmittel haben, sondern dieselbe Schule hätte für jeden neuen Jahrgang wieder ein neues Lehrmittel nöthig. Es ist also durchaus nothwendig, daß man Wesentliches und Unwesentliches aus einander halte, und daß man ein Lehrmittel nicht als einen bis in alle Einzelheiten gültigen Unterrichtsfoder betrachte.

„Die Geometrie scheint uns nun gerade dasjenige Unterrichtsfach zu sein, bei dem man sich am leichtesten über ein allgemeines Prinzip der Methode einigen kann. Sie ist ein so reines Produkt der menschlichen Verstandesoperation, daß der geometrische Unterricht nur diese Verstandesoperation im Schüler zu veranlassen hat, um denselben in den Besitz der geometrischen Kenntnisse zu bringen. Die hierauf basirte Methode wird die naturgemäße und fruchtbarste sein. Es versteht sich, beiläufig gesagt, wohl von selbst, daß man dem Schüler nicht eine Operation zumuthen darf, die überhaupt über seiner geistigen Sphäre liegt, oder zu welcher ihm die nöthige Grundlage fehlt.“

Wir treten nun näher auf die Frage ein:

Welchen Anforderungen sollen die Aufgaben, aus denen das geometrische Lehrmittel zu bilden ist, im Besondern genügen?

Wir haben schon auf zwei Hauptarten von Aufgaben hingewiesen, welche die Aufgabensammlung enthalten muß, nämlich:

1. solche, welche das wirkliche Verständniß und die geistige Beherr-

schung der zur Anwendung im Leben nothwendigen geometrischen Gesetze erzielen und befestigen helfen;

2. solche, durch welche die Fertigkeit in der Anwendung dieser Gesetze auf praktische Verhältnisse des Lebens erzielt und die Gewandtheit im geschickten Angriff dieser Verhältnisse, wie im eigenen Auffinden richtiger Lösungsweisen befördert wird.

Die erstere Art hat sich prinzipiell an den methodischen Unterrichtsgang des Lehrers anzuschließen, um den Resultaten geistigen Halt zu verschaffen und dieselben allseitig verarbeiten zu lassen. Hierbei wird vorausgesetzt, daß der Lehrer einen auf lebendige Anschauung gegründeten Unterricht erteile, wodurch es dem Schüler möglich wird, eine einfache geometrische Ableitung oder Untersuchung, wie sie die Aufgabensammlung verlangt, auch in dem Falle durchzuführen, wenn der Lehrer in der vorausgegangenen Lektion nicht einmal genau den gleichen speziellen Gang verfolgt hat, wie er im Lehrmittel eingeschlagen ist.

Die Individualität und Selbstständigkeit des Lehrers hat hier innerhalb der allgemeinen Methode, die auf den Prinzipien der psychologisch genetischen Entwicklung beruht, freien Spielraum. Ja ein ausgezeichnete Lehrer wird bei einem in diesem oder jenem Punkte ganz eigenthümlichen Lehrverfahren die hiervon abweichend gestellten einzelnen Aufgaben im Lehrmittel dennoch wohl zu benutzen wissen, indem er durch dieselben an seinen Schülern erproben kann, in wie weit sein Lehrgang die Schüler auch zu einer solchen Lösung von Aufgaben befähigt habe, die nach einer etwas andern Anschauungsweise, als die im Unterricht zu Tage getretene durchgeführt werden soll.

Diese Aufgaben der ersten Art sind möglichst deutlich und mit Berücksichtigung der nöthigen Kürze zu stellen, um den Schüler (zwar ihm unbemerkt) dahin zu leiten, daß er selbstthätig in seinem Geiste produziert, was als geometrische Lehre in ihm haften soll. Der Trieb zu finden und zu erfinden soll hierbei die erste leitende Anregung erhalten.

Ferner ist bei diesen Aufgaben nicht zu vergessen, daß dieselben alle schon von praktischen Beziehungen in der Weise durchwoben sein müssen, daß sie stets ein Hinlenken auf die eigentlich angewandten Aufgaben in vorbereitender und unterstützender Richtung in sich schließen. Dadurch sollen die Aufgaben der zweiten Art naturgemäß eingeleitet werden, so daß sie dem Schüler nicht zu fremdartig und schwierig erscheinen.

Die ganze Bedeutung der Aufgaben der ersten Art ist diejenige, welche im Rechnungslehrmittel die uneingekleideten Rechnungsaufgaben haben, durch welche die verschiedenen Zählformen, die Zahleigenschaften und Zahlverbindungsgeetze in anschaulichen, aber ebenfalls speziell methodischen Uebungen entwickelt und im Geiste des Schülers befestigt werden.

Indem aber beim Rechnen der Bildungsgang sich nach Operationen entwickelt, die in immer weiter werdenden Kreisen mit den mannigfaltigen Zahlen und Zahlformen sich fortbewegen, so erscheint es dort angemessen, die eingekleideten Aufgaben von den uneingekleideten in der Sammlung (jedoch mit bestimmter Hinweisung auf die passende Vereinigung beim Unterrichte) zu sondern, hauptsächlich um dem Schüler die Einheit der Zahlentwicklung durch die so mannigfaltigen Formen hindurch möglichst deutlich und übersichtlich vor die Augen zu stellen.

In der Geometrie gliedern sich die Operationen des Konstruirens und Messens mehr nach fortlaufenden Stoffgruppen, die sich schneller abschließen als die Operationsgruppen beim Rechnen, welche sich nicht nach stofflichen Beziehungen ordentlich gliedern lassen. Dagegen bilden z. B. die Uebungen im Zeichnen und Messen der geraden Linie, des Winkels, der Arten der geradlinigt begränzten Figuren 2c. stoffliche Gruppen, die sich so ziemlich genügend in einem Gange abschließen lassen, während beim Rechnen z. B. die Operationsgruppe der Additionsaufgaben sich in immer neuen Umwandlungen durch den ganzen Rechnungsunterricht hinaufwindet.

Bei der Geometrie scheint es aus diesen Gründen angemessen, jeder stofflichen Gruppe zugleich die angewandten Aufgaben beizuordnen, die dahin gehören. Ueberdieß kann hier, da der Unterrichtsstoff konkreter ist als beim Rechnen, das Ineinanderfließen der rein geometrischen und angewandten Aufgaben beim Zeichnen wie beim Messen nicht umgangen werden, und man würde offenbar der Sache Zwang anthun, wollte man auch nur in der Darstellungsweise die genannten Aufgaben von einander trennen.

Ueber die Aufgaben der zweiten Art muß ferner bemerkt werden, daß sie in der Sammlung zahlreicher und mannigfaltiger vertreten sein müssen, als diejenigen der ersten Art; zahlreicher weil die Anwendung des geometrischen Gesetzes in viel mehr verschiedenen Fällen auftritt, als die Ableitung desselben und diese auch schon genügt, wenn sie nur in einer Weise geistig fest erfaßt ist; mannigfaltiger, weil das

Leben in tausend Abwechslungen seine Anforderungen an den Schüler stellt.

Aus wie mancherlei Gebieten der Stoff der angewandten Aufgaben gewählt werden müsse, haben wir schon an einem frühern Orte hervorgehoben. Es ist armselig und traurig zugleich, in den Aufgaben eines Volksschullehrmittels nur ein Gebiet des Lebens oder nur einen Stand oder nur eine Berufsart berücksichtigt zu sehen.*

Hiebei ist darauf zu achten, daß die „praktischen Aufgaben“ wirklich auch diesen Namen verdienen. Man findet noch zu häufig in den Aufgabensammlungen sogenannte „praktische Aufgaben“, die nichts weniger als praktisch sind, weil sie im praktischen Leben gar nicht vorkommen und deren Lösung bloßer Zeitverlust ist. Eine Aufgabe ist deswegen noch nicht praktisch, daß sie sich auf irgend ein praktisches Gebiet bezieht oder daß bei ihrer Stellung einzelne praktische Termen gebraucht werden; sie kann deswegen doch auf eine bloße Tändelei hinauslaufen. Die wahrhaft praktische Aufgabe zielt stets auf die wirkliche Erleichterung einer praktischen Verrichtung. Nun soll man den Schüler nicht lehren wollen, was sogar jeder Ungeschulte im Leben von selbst kann; man lehre ihn das, was ein Ungeschulter aus sich nicht kann und helfe ihm dadurch jene Irrthümer auf, die fast Allen ankleben, welche keine ordentlichen geometrischen Kenntnisse haben.

Wenn wir hier aber von der Ansicht ausgehen, daß die Mathematik der Volksschule, namentlich in ihrer angewandten Richtung, für den Schüler ein Hauptunterstützungsmittel bilden müsse zur leichtern und bessern Erwerbung der wichtigern Kenntnisse aus der Naturkunde, der Landwirthschaft, der Handwerke, der Künste und Gewerbe, des Handels und öffentlichen Verkehrs überhaupt, und daß eine mathematische Aufgabensammlung

* Wir haben leztthin ein Rechnungsbuch zu Gesichte bekommen, das sich als besonders praktisch für die Schule und das Leben ankündigt. Der Stoff ist fast ausschließlich aus der Landwirthschaft gewählt und dabei merkwürdigerweise die Düngerlehre hauptsächlich berücksichtigt. Es scheint, der Verfasser habe bei sich keinen andern Wahlspruch aufkommen lassen als den alt bewährten: M... geht über List. Nur ein verhältnißmäßig kleiner Theil der Aufgaben wirkt bloß auf den Zahlen- und — das beliebte Thema verleugnend — nicht zugleich auch auf den Geruchssinn ein. — Und dergleichen einseitiges und zum Theil abgeschmacktes Zeug konnte noch von einem hohen Schulmanne als für die Volksschule passend warm empfohlen werden!

der Volksschule in angemessenen Verhältnissen passende Aufgaben aus allen diesen Gebieten enthalten müsse, so wird wohl kaum nöthig sein, hervorzuheben, daß wir dadurch die übrigen Unterrichtsfächer nicht benachtheiligen und auch aus der Volksschule keine bloße Berufsschule machen wollen, im Gegentheil wird sie dadurch nur eine um so würdigere allgemeine Bildungsanstalt für das gesammte Volk werden können.

Ueber den Gebrauch der geometrischen Aufgabensammlung ist zunächst zu bemerken, daß, wenn auch dieselbe besonders als ein Mittel zur stillen Klassenbeschäftigung zc., wie jede andere Aufgabensammlung, zu benutzen ist, es natürlich stets ein großer Fehler wäre, wenn dieselbe so angewendet werden wollte, daß dadurch der lebendige Unterricht von Seite des Lehrers erspart würde.

Wir führen dieß ausdrücklich an, weil dieser Fehler doch hie und da gemacht wird, wenigstens in der Weise, daß etwa eine Schulklasse Abtheilungen aus der Aufgabensammlung lösen soll, ohne daß der nothwendige anregende, entwickelnde und erläuternde Unterricht durch den Lehrer voraus ertheilt worden ist.*

Diesen Unterricht hat der gewandte Lehrer ganz frei nach seiner Individualität zu gestalten, jedoch natürlich in der Weise, daß die Schüler den bevorstehenden Stoff geistig bemeistern, und die hierauf sich beziehenden Aufgaben zu lösen vermögen. Wir verweisen hiebei auf die in der nachfolgenden speziellen Anleitung ertheilten methodischen Rathschläge.

* Es wird dieser Fehler auch etwa beim Rechnungsunterrichte begangen. Man kann nicht die Aufgabensammlung den Schülern in die Hand geben und darauf ohne Weiteres verlangen: Jetzt löset die Aufgaben auf der und der Seite! Nicht bloß müssen die Aufgaben zur Operations- und Zahlentwicklung durch den lebendigen Unterricht unter Hinweisung auf die nöthigen Veranschaulichungsmittel (wie bei den Ganzen, so besonders auch bei den Brüchen!) gehörig vorbereitet werden, sondern auch jeder Hauptabtheilung der angewandten Aufgaben muß ein erklärender Unterricht vorausgehen, der in die praktischen Verhältnisse einführt, auf die sich im Allgemeinen die Aufgaben beziehen. So ähnlich bei der geometrischen Aufgabensammlung: die Schüler werden nichts Rechtes herausbringen, wenn der Lehrer zuvor noch nichts in ihren Köpfen geweckt hat! — Man kann freilich auch in den entgegengesetzten Fehler verfallen, wenn man zu ängstlich und zu gründlich verfahren und sich mit der kindlichen, in der einen oder andern Beziehung natürlich noch etwas unvollkommenen Auffassung namentlich im Anfange nicht begnügen will.

Ein im Schulleben noch wenig erfahrener junger Lehrer thut aber für den Anfang immer gut, wenn er sich in seinem Unterrichte möglichst nahe an den methodischen Gang des Lehrmittels anschließt. Er macht gründlichere methodische Erfahrungen, wenn er den vielfach durchdachten Plan eines Lehrmittels in seinem Unterrichte verfolgt, als wenn er glaubt, von Anfang an aufs Gerathewohl methodische Experimente machen zu müssen; dieß hätte, auch wenn es die Schulbehörden stillschweigend angehen ließen, immer bedeutende Nachtheile für die Schule zur Folge. Mit der Zeit findet er dann leichter und sicherer heraus, welche eigenthümliche Behandlung des Lehrgegenstandes er sich je nach den Verhältnissen erlauben darf.

Außer dem Gebrauche der Aufgabensammlung zur stillen Beschäftigung der Schülerklassen wird auch die Benutzung derselben zur Aufgabenstellung nach Hause von Wichtigkeit sein; daß auch hier der nöthige Unterricht vorauszugehen hat, versteht sich wohl von selbst. — Von besonderer Wichtigkeit wird eine zweckmäßige geometrische Aufgabensammlung auf der Stufe der Ergänzungsschule auch zur Beschäftigung der Schüler in praktischen Aufgaben bei Hause sein, da die wöchentliche Schulzeit hier bedeutend kürzer ist, und eine angemessene Thätigkeit des Schülers in freien Stunden bei Hause sehr fruchtbar sein kann.

Wir werden hierauf noch bei einem besondern Anlasse zurückkommen.

Was die Ausdehnung der geometrischen Aufgabensammlung anbelangt, so wird dieselbe in Uebereinstimmung mit den frühern Erörterungen nur auf die Klassen der Realschule und der Realergänzungsschule zu beziehen sein. Auch muß diese Aufgabensammlung in Hinsicht auf den Stoff eine verhältnißmäßig geringere Ausdehnung haben, als die Rechnungsaufgabensammlung, was wohl keiner weiteren Erörterung bedarf.

§ 8.

Veranschaulichungsmittel und Werkzeuge für den geometrischen Unterricht in der Volksschule.

A. Veranschaulichungsmittel.

Die Nothwendigkeit der Veranschaulichungsmittel für den geometrischen Unterricht in der Volksschule ergibt sich aus jeder methodischen Untersuchung, die sowohl das Wesen des Unterrichtsfaches als die Bedeutung der Volksschule richtig ins Auge faßt. Wir werden uns hierauf nicht

weiter einlassen, da diese Nothwendigkeit aus allem Früheren zur Genüge hervorgeht.

Eine Anzahl Veranschaulichungsmittel für den geometrischen Unterricht wird der Lehrer sich leicht jederzeit selbst verschaffen können, die Anschaffung anderer und gerade der wichtigern darf ihm aber nicht zugemuthet werden. Es ist Sache der Schulbehörden, die Anschaffung der letztern zu bestreiten.

Zunächst erscheinen da zur anschaulichen Auffassung der Raumelemente eine Anzahl am besten aus gutem Holz gearbeiteter Körper mit ebener und krummer Begrenzung nothwendig. Ein paar Stücke dürften auch zweckmäßig nach ebenen und krummen Durchschnitten zerlegbar sein. Die nothwendigen Modelle dieser Art wären etwa folgende:

1. die gewöhnlichen prismatischen Körper;
2. die gewöhnlichen pyramidalen Körper;
3. ein paar zylindrische Körper;
4. die Kugel;
5. ein paar Zusammensetzungen und polyedrische Körper.

In welcher Weise dieselben zur Entwicklung der Begriffe der Raumelemente benutzt werden dürften, haben die nachfolgenden speziellen Vorschläge und Beispiele zu zeigen. Ueberdies werden diese Formen häufig bei den geometrischen Operationen mit Linien, Winkeln, Flächen und Körpern, sei es in Hinsicht auf Zeichnung oder Messung benutzt werden.

Beim Unterrichte kann der Lehrer zudem etwa durch steifes Papier gewisse Flächen, die irgend eine bestimmte Form oder Lage haben sollen, zur Anschauung bringen, wie z. B. geradlinigte und krummlinigte Figuren, wagrechte (horizontale), lothrechte (vertikale) Flächen 2c., sowie er auch aus solchem Papier die Netze der gewöhnlichen geometrischen Körper ausschneiden und diese hiedurch auf mehr genetischem Wege den Schülern vorführen kann. Außerdem stehen dem Lehrer für die Entwicklungen der Winkel, Dreiecke, Vierecke u. s. f. leicht gerade dünne Stäbchen 2c. zu Gebote, die er nach Bedürfniß durch Stifte mit einander in Verbindung bringen kann.

Ein Hauptveranschaulichungsmittel zum Gebrauche beim mathematischen Unterrichte überhaupt, sowie insbesondere zur Darstellung der sämtlichen Maße und ihres Zusammenhangs ist dem Lehrer in einem künstlichen, aus Platten, Stäben und Würfeln zusammengesetzten Kubus zu bieten, dessen Kante die Grundeinheit des Längenmaßes (bei uns den Fuß = 0,3 Meter) darstellt.

Der ganze Kubus wird am zweckmäßigsten in einem passenden Kistchen aufbewahrt, dessen hohler Raum, genau einen Kubikfuß haltend, zur Darstellung der Hohlmaße und zur Vergleichung derselben mit dem Kubikmaße, so wie zur Ableitung der Gewichtseinheiten benutzt werden kann. Zu diesem Ende ist zunächst ein rechtwinklig säulenförmiges, aus möglichst dünnen Wänden zusammengesetztes Gefäß nothwendig, dessen hohler Raum $\frac{1}{3}$ Fuß breit, $\frac{1}{2}$ Fuß lang und $\frac{1}{3}$ Fuß hoch, also gleich $\frac{1}{18}$ Kubikfuß ist. Dieser Raum stellt in unserm schweizerischen Maßsystem die Einheit der Hohlmaße (d. i. eine Maß für Flüssigkeiten, ein Immi oder Maßlein für feste Körper Früchte 2c.) dar.

Wird hiezu noch ein ähnliches säulenförmiges Gefäßchen von $\frac{1}{3}$ Fuß langem, $\frac{1}{3}$ Fuß breitem und $\frac{1}{6}$ Fuß tiefem Hohlraume hinzugefügt, so kann das Gewicht dieses Hohlraumes reinen Wassers unsere Gewichtseinheit „Pfund“ ($= \frac{1}{2}$ Kilogramm) veranschaulichen.

Es versteht sich, daß hier die Anschauung der wirklichen Maßgröße nicht das Einzige ist, das durch die angeführten Hülfsmittel erzielt werden soll, denn die Einsicht in das Gesetz, nach welchem die eine Maßeinheit von der andern abhängig ist, oder durch dieselbe gebildet werden kann, ist ebenso wichtig.

B. Werkzeuge.

Daß die Werkzeuge für den geometrischen Unterricht in der Volksschule vor Allem aus einfach sein müssen, bedarf keiner weiteren Begründung; daß aber solche vorhanden sein und gebraucht werden müssen, ist unerläßlich, wenn dieser Unterricht nicht wieder zu dem Herabsinken soll, was er auch schon gewesen ist, und eben darum in der Volksschule keine rechten Wurzeln geschlagen hat, nämlich: zu einem bloßen Wortspiel ohne wirkliche praktische Unterlage.

Es ist aber nothwendig, daß in der Schule nicht bloß die entsprechenden Werkzeuge für den lebendigen Unterricht, sondern auch solche für den einzelnen Schüler zu seiner eigenen Thätigkeit vorhanden seien, da ohne diese der Unterricht nicht gedeihen kann.

Die allgemeinen Werkzeuge mögen folgende sein:

1. Ein größeres Lineal mit Eintheilung in Fuß, Zoll und Linie;
2. ein größerer Zirkel mit Kreideeinsatz;
3. ein Transporteur oder Winkelmesser, der zugleich als Sehwage und Equerre dienen kann;

4. eine Meßlatte mit der nöthigen Eintheilung; für die Schüler der dritten Schulstufe (Ergänzungsschule) noch besser eine Meßkette;

5. eine Kreuzscheibe (Meßkreuz oder Winkelfkreuz).

Ueber den Gebrauch dieser Werkzeuge geeigneten Ortes später.

Das Hauptwerkzeug, das der Schüler außer denjenigen, die er ohnedieß schon für den Schulunterricht nöthig hat, zur geometrischen Aufgabensammlung bedarf, ist ein Zirkel mit Bleistift- und Reißfedereinsatz. Einen kleinen Transporteur können die vorgerücktern Schüler sich selbst verfertigen; für die übrigen sind kleine Winkelmesser auf gesteißtem Papier sehr wohlfeil zu erhalten, ebenso einfache hölzerne Equerren zum Zeichnen. Mit Zirkel und Lineal soll indessen der Schüler allmählig seine einfachern Hülfsmittel zur geometrischen Thätigkeit selbst anfertigen lernen, das gewährt mancherlei Vortheil, der sehr in Anschlag zu bringen ist.

Endlich ist noch auf einen Umstand aufmerksam zu machen, der gar nicht zum Unwichtigsten gehört. Die Messungen größern Umfangs sollten schon im Schulzimmer veranschaulicht werden können, damit sie dann in Wirklichkeit besser verstanden und überblickt würden. Hierzu ist aber ein ordentlich freier Raum im Schulzimmer unentbehrlich und der sollte in keinem Schulzimmer fehlen. Es wäre derselbe auch sehr oft noch wegen vieler anderer Uebungen nothwendig; aber an den meisten Orten ist hierauf leider kein Bedacht genommen.

Es dürfte ferner nicht unzweckmäßig sein, einige der Hauptveranschaulichungsmittel, z. B. den eingetheilten Kubikfuß, die Meßruthe (10'), (Elle, Klafter) 2c. in der Schule so aufzustellen, daß sie von den Schülern häufig gesehen werden; es prägen sich ihnen hiedurch die Maße, Fuß, Elle, Klafter, Ruthe, Quadratfuß, Kubikfuß 2c. mit solcher Sicherheit ihrem Vorstellungsvermögen ein, daß sie sich bei mancher Bestimmung schon auf ihren Blick verlassen können.

Der Pestalozzianer Joseph Schmid spricht sich sehr energisch für Herbeiziehung solcher Maß-Veranschaulichungsmittel aus. Er sagt z. B. gerade auch in Hinsicht auf den häuslichen Kreis, „daß dieselben unter die Kinder gebracht, wohl unendlich mehr hervorbringen würden als mancher geschriebene Kinderfreund.“

Vergleichende Blicke auf die verschiedenartige methodische Behandlungsweise des geometrischen Unterrichts in Volksschulen.

Vor der Pestalozzischen Schulperiode wurde die Elementargeometrie in der Regel nur an höhern wissenschaftlichen Schulen gelehrt. Es war dieß mit wenigen Ausnahmen der Form und dem Inhalte nach die Geometrie der Alten, welche dieselbe als fertiges logisches System nicht für das Knabenalter, sondern für dasjenige des reifen Verstandes bestimmten und von der uns einer ihrer ersten Pfleger und Beförderer Plato rühmend sagt: daß sie (wie die Mathematik überhaupt) das Auge des Geistes vom barbarischen Schlamme frei mache und zum Anschauen des Wesens der Dinge führe.

Diese Elementargeometrie, die wir vornämlich den alten Griechen verdanken (wenige Beiträge arabischen oder indischen Ursprungs abgerechnet) ist in den Büchern Euklid's, eines der hervorragendsten Männer der Alexandrinischen Schule, methodisch am besten ausgearbeitet, wenn auch nicht ganz vollständig durchgeführt. Deßwegen blieben die Euklid'schen Bücher der Geometrie bis in die neueste Zeit an vielen der oben bezeichneten Schulen, namentlich in England und Italien, wo man dem Strome der neuern Geometrie am längsten widerstand, die ersten und wesentlichsten geometrischen Lehrmittel.

Durch Pestalozzi wurde die Aufnahme des geometrischen Unterrichts in den Kreis allgemeiner Volksschulen bewirkt. Er selbst stellte in seinem ABC der Anschauung (Bern 1801) die ersten Elemente der Geometrie als allgemeines Bildungsmittel für Elementarschulen auf. Nach Pestalozzi soll der Schüler die geometrischen Wahrheiten an der Hand des Lehrers selbstständig auffinden. Ihm folgten zunächst seine Schüler Joseph Schmid und Ramsauer, die das vielseitig Bildende der Form-, Raum- und Größenlehre als Anschauungsunterricht in weitläufigen, speziell methodischen Bearbeitungen darstellten.

An die Pestalozzianer, welche die Richtungen der sogenannten Formen- und Größenlehre aufgestellt hatten, schloß sich die Zahl derer, die; an der Durchführung des weit ausgedehnten Bildungsganges der gesamten Form- und Größenlehre verzweifelnd, sich einseitig auf das Gebiet der Formenlehre warfen und dieselbe für die Volksschule erschöpfend zu bearbeiten suchten. Diese Fraktion, die sich bis in die Dreißigerjahre fund gab, mußte sich nothwendig im tändelnden Spielwerk verlieren —

(man schrieb sogar geradlinigte, krummlinigte und gemischtlinigte Formenlehren) — und gegenwärtig ist sie fast gänzlich verschollen.

Allein die Pestalozzische Anregung, den geometrischen Unterricht als ein durchaus nothwendiges Mittel zur allgemeinen Bildung der psychologischen Entwicklung gemäß methodisch zu gestalten, blieb nicht ohne Erfolg, obwohl der Lehrgegenstand selbst da, wo er eingeführt war, oft wieder fallen gelassen wurde. Die Bestrebungen zur festern methodischen Gestaltung und zur wirklichen Einbürgerung dieses Unterrichts in der Volksschule dauerten bis in die neueste Zeit fort. Zunächst zeigte sich das Bestreben, die Euklid'sche Geometrie mehr mit der Pestalozzischen Lehrweise in Vereinigung zu bringen, d. h. jene in die Klassen jüngerer Schüler herabzuziehen und sie mehr nach entwickelnder Weise umzuformen.

Darauf machte sich eine fernere Richtung geltend, nämlich diejenige der sogenannten praktischen Pädagogen, die ausschließlich das aufgriffen, was die Pestalozzische Schule zu wenig in den Vordergrund stellte, und die also das Fach einzig um seiner praktischen Nützlichkeit willen in der Volksschule betrieben wissen wollen. Durch Vormachen, Nachmachen und vielfaches Einüben soll der Zweck: Kenntnisse und Fertigkeiten, erreicht werden. Eine eigentlich geistige Bildung und Kraftförderung will man hiebei nicht, wenigstens nicht zunächst, erzielen.

Eine weitere Richtung ist diejenige, welche den Pestalozzischen Grundsatz, daß der Schüler die geometrischen Wahrheiten an der Hand des Lehrers selbstständig aufzufinden habe, durch eine im Wesen des geometrischen Bildungstoffs liegende und der geistigen Entwicklung des Schülers entsprechende Methode begründen will. Dieselbe benutzt die Fortschritte der neuern Geometrie und will, da die geometrischen Größen als kontinuierliche nur durch Bewegung entstanden gedacht werden können, dem Schüler die Eigenschaften geometrischer Gestalten und die gegenseitige Abhängigkeit von einander durch die Entstehung derselben, also auf dem Wege der lebendigen Anschauung des werdenden Gebildes, zur Klarheit und zum Bewußtsein bringen. Dadurch will sie die je länger je mehr nothwendig werdende praktische Tüchtigkeit der Schüler auf ein festes Fundament stellen und hiebei dem ganzen Stoffe dasjenige Maß und diejenige Vertheilung auf die Alters- und Schulstufen geben, die eine wirkliche Durchführung desselben unter Erreichung des formalen und realen Zweckes möglich macht.

Endlich ist noch die Richtung der sogenannten Kasualmethodiker zu bezeichnen, obwohl dieß eigentlich gar keine methodische Richtung ist, da dieselben dem Lehrer anrathen, nach Gelegenheit und Gutdünken bald die, bald jene Methode zu verfolgen, wenn der Unterricht nur das Rechte leiste und den Hauptbedingungen, die man an einen zweck- und sachgemäßen Unterricht stelle, entspreche. Offenbar machen sich's diese nicht gar schwer, um der Volksschule das Geschenk eines zweckmäßigen geometrischen Unterrichts zu verschaffen.

Wir wollen nun vergleichsweise etwas näher in die einzelnen ange deuteten methodischen Richtungen des in Rede stehenden Schulfaches eintreten:

Es ist begreiflich, daß man seiner Zeit den Versuch machte, ob vielleicht die Euklid'sche Lehrart der Geometrie auch für Schüler jüngern Alters passen möchte, man hatte dazumal eben nichts, was für diesen pädagogischen Zweck speziell bearbeitet war. Der Erfolg konnte natürlich den Wünschen nicht entsprechen. Die Euklid'sche Methode ist für die Volksschule nie anwendbar und zwar insbesondere aus folgenden Gründen:

1. Diese Methode ist nicht eine schaffende und entwickelnde und läßt deßhalb den Anfänger in Vielem unbefriedigt, weil sie ihm nicht den Entstehungsgrund der Sache aufdeckt, sondern bloß die Richtigkeit derselben beweist.
2. Sie paßt nicht für die hier zu berücksichtigende Altersstufe; denn entweder sieht das Kind die Wahrheit eines Satzes zum Voraus schon ein, oder nicht, und dann kann es im erstern Falle nicht begreifen, warum der Lehrer sich so viel Mühe gibt, ihm etwas zu beweisen, was es von selbst einsieht; im zweiten Falle aber wird es durch den Beweis so wenig von der Wahrheit des Satzes überzeugt, als wir durch die feinen Handgriffe eines Taschenspielers von dem natürlichen Gergange seiner Kunststücke.
3. Sie ist nicht genug praktisch, da sie sich zu wenig an die materielle Grundlage der Geometrie anlehnt. Deßwegen muß an höhern Schulen, wo man die Euklid'sche Geometrie lehrt und doch auch das Praktische nicht unberücksichtigt lassen will, stets neben dieser noch eine besondere praktische Geometrie gelehrt werden. In der Volksschule kann man aber nicht zwei Geometrien lehren; hier sollte man durch eine das Nothwendige erreichen. Praktisch ist sie

dann auch deswegen nicht, weil sie die Selbstthätigkeit der Schüler zu wenig anspornt.

Die Euklid'sche Methode ist offenbar nur für den höhern wissenschaftlichen Kreis bestimmt und hat hier ihre volle Berechtigung. Trotz ihres 2000jährigen Alters ist sie nicht veraltet und wird in diesem Kreise noch lange nicht veralten; denn um ein lückenloses unumstößliches System mathematischer Wahrheiten im Abschlusse und in der Abrundung darzustellen, wobei es sich nicht mehr darum handelt zu zeigen, auf welchem Wege die einzelnen Wahrheiten aufgefunden worden sind, wird sie noch lange als Muster dienen können. Es kommt indessen auch in der reinen wissenschaftlichen Mathematik theils auf die Eigenthümlichkeit des Stoffes, theils auf den Zweck der Darstellung an, welche spezielle Methode hiefür am zweckmäßigsten zu befolgen ist.

Das ganze Wesen der genannten Methode spricht für die Unmöglichkeit irgend welcher Verbindung dieser Methode mit einer auf Pestalozzi'schen Grundsätzen beruhenden entwickelnden Lehrweise; deswegen mußte der oben genannten Richtung schon zum Voraus ein ungünstiges Resultat warten. Und man kann wohl dieselbe auch für die Zukunft als abgethan betrachten.

Was nun die Pestalozzische Methode des geometrischen Unterrichts insbesondere anbelangt, so sind ihre allgemein pädagogischen Grundsätze der Art, daß sie von keiner folgenden Methode, wenn sie auf irgend welche Berücksichtigung in der Volksschule Anspruch machen will, unbeachtet bleiben dürfen; so die Grundsätze: daß der Unterricht im Allgemeinen sich an den Entwicklungsgang des Kindes genau anzuschließen habe, daß dessen Lernen Selbstthätigkeit, freies Erzeugen aus sich selbst, lebendige Schöpfung sei, daß in Folge dessen der Schüler die geometrischen Wahrheiten an der Hand des Lehrers, vom Leichtern zum Schwerern fortschreitend, selbstständig auffinden müsse &c.

Besonders ein Prinzip Pestalozzi's wurde aber durch seine Schule so zu sagen auf die Spitze getrieben, nämlich das Prinzip: daß in Allem die Entfaltung der Anlagen des Schülers das Erste, die **Kraft-erzeugung** die Hauptsache und die eigentliche Erwerbung von Kenntnissen und Fertigkeiten diesem Zwecke als Mittel untergeordnet sein müsse. Die Pestalozzianischen Bearbeitungen der Geometrie trieben sich in so weit ausgedehnten lückenlos fortschreitenden formalistischen Uebungen herum, die Anstrengungen, den Schüler durch die ausführlichsten Betracht-

tungen über die Verhältnisse der Form und Größe richtig und scharf denken und schließen zu lehren, waren so enorm, daß der Erfolg selbst an geistiger Bildung der verwendeten Lehrkraft nicht proportional war und nicht sein konnte.

Dabei mußte überdieß die wirkliche Hinlenkung auf die praktischen Verhältnisse des Lebens zu sehr Noth leiden, die Rücksicht auf praktische Tüchtigkeit trat überhaupt sehr bedeutend in den Hintergrund; denn wenn dieselbe wohl auch hauptsächlich von der Kraft (in geistiger und leiblicher Hinsicht) abhängt, so ist dagegen die Verbindung des Wissens und Könnens mit eigentlich praktischen Kenntnissen eine absolute Nothwendigkeit, die je länger je mehr hervortritt, je mehr auch das Volksleben selbst an umfassender Thätigkeit und Bedeutung gewinnt, so daß schon in der Gegenwart eine Bildung, die nicht in den realen Verhältnissen des Lebens wurzelt, manchen mit viel geistiger Kraft Ausgerüsteten dennoch oft im Stiche läßt.

Ramfauer sagt zwar in seiner Bearbeitung der geometrischen Formen- und Größenlehre (1828) sehr gut, daß in den Schulen keine Professionen gelehrt werden können, daß dagegen der Schüler so herangebildet werden soll, daß er später, er mag einen Beruf ergreifen, welchen er wolle, zuvörderst, mit gutem Willen und guten Absichten, dann aber auch mit der Gewohnheit, ich möchte sagen mit dem Bedürfniß arbeite, über Alles, was er ergreift, zu denken und sich in Allem, was er thut, vermöge seines Denkens, so wie vermöge seiner gebildeten Hand, seines gebildeten Auges und seines gebildeten oder wenigstens geweckten Geschmacks immer mehr zu vervollkommen suche.

Allein auch er, wie Joseph Schmid, verliert sich zu sehr in der formalen Vielseitigkeit und er verkennet oft mit Unrecht praktische oder wie er es nennt, mechanische Uebungen in der Meinung, daß viele Schüler nicht um ihres zukünftigen Berufes willen, sondern bloß zur Bildung ihres Geistes überhaupt in der Geometrie unterrichtet werden sollen.

Die spätern Bearbeitungen der Geometrie im Sinne der Pestalozzianer tragen den gleichen Fehler, sowohl diejenigen, welche bloß die geometrische Anschauungslehre bieten, — ein Unterricht, wobei der Schüler ihm vorgelegte geometrische Gebilde ohneweiters anzuschauen, wohl auch etwa nachzuzeichnen hat — als diejenigen, welche die kombinatorische Formenlehre getrennt und möglichst erschöpfend durchführen, sowie endlich auch diejenigen, welche die Formen- und Größenlehre mit einander vollständig

behandeln. Bei Allen mangelt zudem als Haupterforderniß eine aus dem Bildungsstoffe selbst fließende, natürlich sich entwickelnde Methode, die zugleich auf die stets unumstößlichen pädagogischen Hauptgrundsätze Pestalozzi's gegründet wäre.

Einen Fortschritt in der methodischen Bearbeitung des Faches suchten vornämlich in den Dreißiger- und zum Theil auch bis in die Vierzigerjahre besonders Türl, Harnisch, Tüllich, Diesterweg, Böhlmann, Tobler, Göldi, Unger u. A. zu erzielen; allein es dürfte kaum behauptet werden, daß in deren Werken sowohl in Beziehung auf die Methode als auch auf den Unterrichtsstoff und auf das Stoffmaß das Rechte und für die Volksschule Passende getroffen worden sei. Zwar muß man anerkennen, daß die meisten dieser Bearbeiter des Faches die reale oder praktische Seite desselben etwas mehr hervorhoben, als es früher geschah.

So hat z. B. Göldi in seiner „reinen und angewandten Raumlehre (1837)“ unter dem weit ausgesponnenen reinen Bildungsstoffe doch manche vortreffliche praktische Uebung, die in der rechten Weise behandelt fürs Leben nicht ohne mannigfachen Nutzen sein kann. Und er scheint auch darin vollständig Recht zu haben, wenn er sagt: „Wie es sich jetzt noch mit der Geometrie verhält, gerade so verhielt es sich mit dem Rechnen, ehe dasselbe in die Volksschule eingeführt war. Jeder, der keinen Unterricht in diesem Fache erhalten hatte, berechnete, was er sich zur Berechnung vorlegte, oder ihm vorgelegt wurde, auf eine ihm eigenthümliche Weise, d. h. wie sie ihm Verstand und Ueberlegung im Moment eingaben, wobei er sich dann aber auch nicht selten verrechnete. Jetzt ist sogar jeder gemeine Mann, sei er Tagelöhner, Bauer oder Handwerker, überzeugt, daß das Rechnen wegen des praktischen Nutzens, den es im Leben gewährt, ein unentbehrliches Lehrfach sei. Sollte es mit der Geometrie nicht auch dahin kommen können? Wir glauben zuversichtlich, daß mit der Zeit dieses Fach ebenfalls diejenige Berücksichtigung und Anerkennung, die es seiner Wichtigkeit nach verdient, erhalten und somit denselben Rang mit dem Rechnen in den Volksschulen einnehmen werde.“ Allerdings nimmt Mancher bisweilen einzelne geometrische Berrichtungen vor, ohne daß er nur weiß, daß es solche sind; die Natur thut es, eben weil die Anlage zu diesem Fach im Menschen ist. Bringt nun die Schule zum Bewußtsein und zur sichern, einsichtsvollen Thätigkeit und Fertigkeit, wozu schon die Natur den Menschen hinleitet, so werden geometrische Berrichtungen,

wie diejenigen des Rechnens, auch in der niedern Sphäre des Berufslebens ihre feste Aufnahme finden und hier in unendlicher Mannigfaltigkeit Nutzen und Vorthail stiften.

Göldi hebt aber nur mit großer Behutsamkeit diese praktische Richtung hervor, denn er nimmt noch wie manche Andere seiner Zeit die Volksschule im Sinne einer bloßen Elementarschule und zwar ungefähr vom 6. bis zum 12. oder höchstens 13. Altersjahre dauernd, wobei die meisten Schüler darüber hinaus keine weitere Schule mehr zu besuchen haben.

Mehrere andere der genannten Methodiker stützen sich ebenfalls auf eine Auffassung der Volksschule, wie sie heutzutage wenigstens in den vorgerückteren Schweizerkantonen nicht mehr gehegt wird. Dabei ist kaum zu begreifen, wie sie die Verhältnisse und Kräfte der Volksschule, in welcher Bedeutung sie sich dieselbe auch denken, so sehr überschätzen können, daß sie dieselbe mit einer solchen Masse von Uebungsstoff — und leider oft sehr leerem — überhäufen, als ob in der Volksschule nichts als Geometrie und Rechnen getrieben werden sollte. — Mit Beziehung auf eine sichere stoffeinige Methode des Fachs, als Unterrichtsgegenstand in der Volksschule, sind alle um keinen merklichen Schritt weiter gekommen, als die eigentlichen Pestalozzianer schon waren.

Wir haben in Göldi einen Repräsentanten für diejenige methodische Richtung gewählt, die am Faden der Pestalozzianischen Auffassung des geometrischen Unterrichts fortarbeitete. Werfen wir nun noch einige Blicke auf eine von der vorigen ziemlich verschiedene methodische Richtung dieser Periode. Wir wählen hier einen deutschen Methodiker, nämlich Dr. E. S. Unger, der die eben angekündigte Richtung am ausgeprägtesten vertritt. Es ist dieß diejenige, welche ebenfalls die allgemein pädagogischen Grundsätze Pestalozzis besonders in Hinsicht auf die freie Selbstthätigkeit des Schülers *zc.* adoptirt, dagegen als Ziel des geometrischen Volksschulunterrichts mehr eine systematische Auffassung des Gegenstandes im Geiste der Euklid'schen Geometrie anstrebt.

Unger hebt in seinem Werke: „Der erste Unterricht für die Geometrie, ein Leitfaden *zc.* für die Lehrer der Volksschule (1844)“ hervor, daß der erste geometrische Unterricht in der Volksschule aus zwei Kursen bestehen müsse, von welchen der erste das Wesen der geometrischen Aufgabe, und der zweite das Wesen des geometrischen Lehresatzes zu seinem Gegenstande hat.

In seiner „Uebersicht“ spricht er sich über die beiden Kurse folgendermaßen aus: „Durch den ersten Unterricht in der Geometrie sollen die Anfänger befähigt werden, einen geometrischen Satz richtig aufzufassen. — Zunächst wird der Anfänger durch die geometrischen Aufgaben an die Beschäftigung mit Raumgrößen überhaupt gewöhnt und dadurch, daß die Auflösungen derselben nicht gegeben werden, sondern gefunden werden müssen, wird seine Thätigkeit in einer Weise in Anspruch genommen, die nothwendig zum Nachdenken führt. Die Grundeigenschaften der einfachsten Raumgrößen ergeben sich als unmittelbare Folgen dieser Thätigkeit, und sie werden eben deswegen nicht bloß in dem Gedächtniß aufgenommen, sondern es wird ihre Richtigkeit auf eine vernünftige Weise erkannt.

Die Aufgaben, welche den ersten Kursus bilden, sind aus dem Gebiete der Elementargeometrie genommen, so daß durch sie auch alsdann, wenn der ganze geometrische Unterricht auf diesen ersten Kursus beschränkt bleibt, dem Schüler ein Material zugeführt wird, das er später unmittelbar anzuwenden vermag.

Der zweite Kursus hat den Zweck, den Anfänger zu der Erkenntniß dessen zu führen, was erforderlich ist, um die Wahrheit eines Satzes mit Zuversicht behaupten zu können. Aus diesem Grunde werden hier die Lehrsätze mit einer solchen Ausführlichkeit behandelt, daß über alle Einzelheiten derselben und über jede einzelne, in den Beweisen vorkommende Folgerung eine vollständige Nachweisung gegeben wird.

Diese Behandlung des Lehrsatzes ist der eigentliche Zweck des Unterrichts; wie weit das durch die Geometrie dargebotene Material hiebei zu benutzen ist, hängt von der Zeit ab, die diesem Lehrgegenstande überhaupt gewidmet werden kann.

Wer die Geometrie, so weit sie in den beiden Kursen behandelt wird, richtig aufgefaßt hat, ist hinlänglich vorbereitet, um mit dem vollständigen System der Elementargeometrie sich beschäftigen zu können; er vermag nicht nur die einzelnen Sätze derselben mit Leichtigkeit richtig aufzufassen und ihren systematischen Zusammenhang zu begreifen, sondern er ist so weit vorgeschritten, daß ihm zugemuthet werden kann, selbstständig geometrische Probleme zu lösen und die Beweise gegebener Lehrsätze aufzufinden. Selbst ohne Beihülfe eines Lehrers wird es ihm möglich sein, das von mir unter dem Titel: Die Geometrie des Euklid und das Rechnen derselben herausgegebene Werk zu verstehen, und die verschie-

denen, in demselben vorkommenden Uebungen durchzunehmen und hiedurch seine geometrische Ausbildung zu vollenden."

Es muß bemerkt werden, daß Unger seine Geometrie nicht für die Schüler der untern, sondern erst für die Schüler der obern Klassen einer Volksschule bestimmt. Wenn nun auch gerne anerkannt werden muß, daß diese Arbeit eine höchst verdankenswerthe Erscheinung in der mathematischen Volksschulliteratur bildet, und daß wirklich durch den ersten oder den Aufgaben-Kurs der Unger'schen Geometrie die Selbstthätigkeit des Schülers in hohem Grade in Anspruch genommen wird, so fällt es doch sehr bald auf, daß in dieser Behandlungsweise nicht die wahre methodische Auffassung dieses Unterrichts, wie er der ganzen Volksschule entsprechen soll, liegen kann.

Das Ganze ist zu sehr des gewöhnlichen wissenschaftlichen Systems wegen da, das doch unmöglich Zweck des geometrischen Unterrichts in der Volksschule sein kann. Für solche Schüler, die noch weitem mathematischen Unterricht auf wirklich wissenschaftlicher Basis erhalten, mag diese Vorschule entsprechender sein, und doch auch da wünschten wir noch eine allgemeinere oder vielseitigere elementare Grundlage. Diese reine Systemgeometrie läßt oft, trotz ihres geläuterten Inhalts, den Knaben recht arm, weil sie ihn zu wenig ins wirkliche Leben versetzt, wo er in tausend Verrichtungen die einzelnen Wahrheiten wieder finden, erproben, anwenden und zur Auffindung von neuen Resultaten verbinden soll. Und dieses Letztere möchten wir von der Geometrie der Volksschule doch verlangen.

Ueberhaupt ist es eine Unmöglichkeit, den ersten geometrischen Unterricht in der Volksschule durch die Behandlung des Wesens der geometrischen Aufgabe mit Erfolg zu beginnen. Der erste geometrische Unterricht muß doch unzweifelhaft die lebensvolle Erzeugung des geometrischen Stoffes zum Zwecke haben, wie der erste Rechnungsunterricht die Erzeugung lebensfrischer Zahlvorstellungen, und erst darauf ist jedesmal der Schüler behufs der Stoffverarbeitung zur geometrischen Aufgabe hinzuführen. Diese aber soll eine sehr vielseitige Bedeutung haben und durchaus nicht bloß diejenige, die ihr in ihrer Beziehung zum System angewiesen ist, denn diese allein zielt viel zu wenig nach der mannigfaltigen lebendigen Anwendung, die der Schüler nach allen Seiten seiner Lebenserfahrung verfolgen soll.

So ist eben die ganze Behandlung der geometrischen Aufgaben des

ersten Kurses von Ungers Geometrie ein fast ausschließlich theoretisches Gebäude, dessen hauptsächliche Bestimmung ist, in das System der Lehrsätze einzuführen. Der Schüler der Volksschule wird aber hiedurch nach der praktischen Richtung zu wenig angeregt und zu wenig gebildet.

Die beiden Richtungen dieser Periode haben bis jetzt keinen bleibenden Boden gewinnen können und werden wohl niemals solchen gewinnen; beide übersteigen in ihren Anforderungen die Kräfte der Volksschule, die erste durch die Masse des Stoffes, besonders des formalen, dessen Durcharbeitung sie verlangt, die zweite durch die hohen Voraussetzungen, die sie stillschweigend macht; beide genügen durch ihre Leistungen, namentlich in praktischer Beziehung, den Erwartungen, die man von der Volksschule hat, nicht, und beiden mangelt das Hauptprinzip einer natürlich entwickelnden leicht zum Ziele führenden Methode.

Wenn man die neuere und neueste Literatur der Methodik der Volksschulgeometrie durchgeht, so trifft man sogleich wenigstens auf einen Fortschritt: Die meisten hieher gehörenden Schriften haben den enormen unnöthigen Ballast gewegworfen; sie beschränken sich mehr auf das Wesentliche und Nothwendige und sehen hiebei hauptsächlich auf das, was, ohne die Kräfte der Schüler zu übersteigen, im Leben mit Vortheil angewendet werden kann. Deswegen sehen wir hier, statt der dickleibigen Bände der Formen- und Größenlehre, geometrische Leitsfaden, Übungsbücher, Aufgabensammlungen 2c. mäßigen Umfangs vor uns, die dennoch darin vollständiger sind, als jene umfangreichen Werke, daß sie die geometrische Konstruktionslehre (das geometrische Zeichnen), sowie auch die körperliche Geometrie in mäßiger Ausdehnung ebenfalls behandeln, während in vielen jener frühern Bearbeitungen diese Theile entweder gänzlich mangeln oder zu wenig berührt sind. Wir unterlassen es, aus der Menge der vorhandenen neuern Schriften dieser Art einzelne der bessern mit Namen anzuführen; wir werden nur die Hauptrichtungen der methodischen Auffassungsweise verfolgen.

Auch die Franzosen sind in dieser Beziehung einigermaßen vorwärts gekommen, obwohl eigentlich die „Volksschule“ für sie fast ganz noch ein Germanisme ist. Doch haben wir ein paar bemerkenswerthe „Cours théoriques et pratiques de Géométrie à l'usage des écoles primaires“ vor uns, die, obwohl methodisch nicht sehr fortgeschritten, denn sie sind immer noch in der Manier von Vater Legendre, also à la Euclide, abgefaßt, dennoch in ihren Aufgaben eine sehr sorgfältige Rücksicht auf

die angewandten Theile der Geometrie, namentlich mit Beziehung auf Handwerke, Künste und Gewerbe, nehmen.

Unter den neuern deutschen Lehrmitteln für den geometrischen Unterricht machen sich zwei von einander abweichende Richtungen geltend, nämlich die oben genannte flach praktische Richtung und die der Entwicklung, gewöhnlich der genetischen Entwicklung; dabei gibt es noch eine Menge von Spielarten, indem sich die eine Richtung der andern, oder umgekehrt, nähert.

Die Praktiker schlechtweg führen die geometrischen Resultate einfach vor, lassen probiren, machen und berechnen*. Die Resultate für sich sind vereinzelte Erscheinungen, dem fähigeren Schüler ist überlassen, sowohl die einzelnen Erscheinungen für sich zu rechtfertigen oder wenigstens zu begreifen und einen geistigen Faden herauszufinden, der von der einen zur andern führt.

Die entwickelnden Methodiker wollen den Schüler an die gemeinschaftliche Quelle führen, aus welcher jene sämtlichen Erscheinungen fließen; sie wollen aber dadurch den Schüler nicht bloß geistig anregen und bilden, sondern ihn auch praktisch auf feste Füße stellen.

Wenn sich die letztere Richtung vor Weitläufigkeiten hütet — im Rückblick auf die Verstöße, welche die frühere Pestalozzianische Schule gemacht hat — so kann nicht lange zweifelhaft bleiben, welcher der beiden angedeuteten Richtungen bei einem vernünftig organisirten Schulwesen der Vorzug gehören wird.

Weitaus am meisten Vorzüge finden wir in derjenigen entwickelnden Methode, welche den Schüler aus der Entstehung der geometrischen Größen die einzelnen Wahrheiten erkennen und diese also in ihrem sachgemäßen Zusammenhange auffassen läßt. Wir haben diese Methode oben die psychologisch genetische genannt. Wird hieran die Selbstthätigkeit der Schüler in Lösung geeigneter methodisch geordneter Aufgaben ungefähr in der Weise, wie wir in den frühern Betrachtungen auseinandersehten, geknüpft, so dürfte dadurch auch sicher bei den Schülern eine solche geistige Fertigkeit erzielt werden wie sie Göldi der geisti-

* Der Spruch eines Weisen sagt dagegen: Nichts ist gut, was nicht mit Einsicht geschieht. (Sokrates.) Und von der Kraft der Einsicht sagt Pythagoras, „daß sie das Stärkste sei?“

gen Ungelenkigkeit selbst höherer Schüler gegenüberstellt, wenn er in der Einleitung zu seiner Raumlehre bei ähnlicher Veranlassung sagt:

„Es ist in der That traurig zu sehen, wie sogar ältere Schüler, die selbst auf höhern Schulen schon allerlei gehört haben, hinter gut geführten Elementarschülern in manchen Beziehungen zurückstehen; wie sie ohne geübtes Anschauungsvermögen sind, wie ihnen jede Fähigkeit, sich leicht zu orientiren und jeder freie und schnelle Blick fehlt, so daß es ihnen zuweilen große Anstrengung kostet, Dinge und Verhältnisse zu entdecken, die jüngere Schüler gleichsam spielend wahrnehmen.“

Ueber die Richtung der Gelegenheitsmethodiker läßt sich eigentlich sehr wenig sagen; man muß warten, bis dieselben ihre Schulbücher geschrieben haben, bevor man genau urtheilen kann. Aber vielleicht währt dieses zu lange, oder wenn es geschieht, so hören sie wohl auf, den Gelegenheitsmethoden das Wort zu reden und werden dann eben auch die Vertheidiger eines bestimmten, d. h. wohl des von ihnen aufgestellten oder angerathenen Lehrverfahrens.

Die meisten derselben scheinen bis jetzt die sonderbare Meinung zu haben, die Methodik als solche führe nur auf Abwege und die Anstrengungen derselben, den Lehrstoff eines Schulfaches nach Gründen der Erfahrung und der wissenschaftlichen und speziell pädagogischen Forschung der Bedeutung der Volksschule gemäß methodisch zu gestalten, führen zur Befangenheit und Einseitigkeit.

Nach ihnen hat sich ein Lehrer mit Leib und Seele einer Methode verpfändet, wenn er dieselbe aus empirischen und wissenschaftlichen Gründen als die vorzüglichste erkannt und dann auch als solche erprobt hat, und sie deshalb bei seinem Unterrichte fort befolgt; er ist nach ihrer Meinung unselbstständig und unfrei geworden und vermag nicht aus andern Richtungen zur Ergänzung und Vervollkommenung seines Verfahrens das Bessere zu entnehmen.

Deshalb beruht ihre ganze Kunst bis jetzt darauf, daß sie sagen: der Lehrer soll recht unterrichten, d. h. bei seinem Unterrichte keine Verstöße gegen die Gesetze der menschlichen Entwicklung und gegen das Wesen des Lehrgegenstandes machen. Das ist gewiß sehr einfach, und wenn damit dem Lehrer gedient ist, so hört die Methodik auf, und die Pädagogik ist einer sehr mühevollen und schwierigen Aufgabe enthoben.

Wir aber sind der Meinung Scherr's, der sich in seinem Hand-
buche der Pädagogik vielfach dahin ausspricht, „daß ihm nichts so ver-
derblich vorkomme, als die Zumuthung oder Zulassung, nach welcher
angehende Lehrer sich selbst Lehrstoff und Methode auswählen mögen.
Viele finden so in ihrem ganzen Leben nicht den rechten Weg, und
häufig wird dadurch die Schule der Schauplatz unüberlegter, planloser
Experimente.“

Zweite Abtheilung.

Anschauungsunterricht

als geometrischer Vorbereitungsunterricht auf der ersten
Schulstufe; Elementarschule.

Vom zurückgelegten 6. bis 9. Altersjahre.

§ 9.

Auffassung von Ort, Form und Größe, zur Unterstützung allgemei-
ner Unterrichtszwecke, wie z. B. des Schreib-, Zeichnungs- und
geometrischen Vorbereitungsunterrichts.

Wir wiederholen, daß wir es für unzweckmäßig erachten, wenn auf dieser Schulstufe ein eigentlich geometrischer Unterricht oder eine sogenannte Formenlehre mit ausschließlich geometrischer Tendenz begonnen werden wollte. Die Richtungen des Unterrichts über Form und Größe müssen hier vereinigt bleiben; sie sprechen sich aus im elementarischen Zeichnungsunterricht, wovon der Schreibunterricht (natürlich bloß in Beziehung auf die Darstellung der Buchstabenform) einen Ausläufer bildet.

Wir müssen ferner bemerken, daß wir uns nicht erlauben wollen noch können, hier eine vollständige Darstellung des elementarischen Zeichnungsunterrichts zu geben, dagegen müssen wir denselben berühren, weil in ihm eben das geometrische Element als zu pflegender Keim eingeschlossen ist und sein soll.

Wohl müssen wir uns aber erlauben, der Tendenz entgegenzuwirken, nach der auch im elementarischen Zeichnungsunterricht schon geometrische Entwicklungen und geometrische Bezeichnungen antizipiert werden sollen, die einer natürlichen Entwicklung des geometrischen Unterrichts nur hindernd in den Weg treten. Wir glauben dadurch dem Zeichnungsfache der Elementarschule selbst einen Dienst zu erweisen, und also auch im Interesse der Methodiker dieses Faches zu handeln, wenn wir aus

demselben eine Zurüstung zu entfernen suchen, die ihm bloß zum Glitterlappen, zur Erschwerung und zum Zeitaufwande dient.

So werden nicht selten beim elementarischen Zeichnen Entwicklungen und Erklärungen über Linien, Winkel, Flächen 2c. gegeben, die weit über dieser Schulstufe stehen.

Wenn hier z. B. den Kindern schon erklärt und veranschaulicht werden will, daß zwei Punkte die Richtung und Größe einer geraden Linie bestimmen; daß zwei gerade Linien (in der ebenen Fläche) entweder sich durchschneiden (zusammenlaufend) oder gleichlaufend sein müssen; daß man den Richtungsunterschied derselben Winkel nenne; welches die Arten der Winkel seien; daß z. B. der rechte Winkel den vierten Theil des Raumes um einen Punkt herum ausmache; daß es wenigstens dreier gerader Linien bedürfe, um einen Flächenraum einzuschließen; welches die Arten der Dreiecke, der Vierecke, Vielecke 2c. seien, und wie jedes derselben entstehen könne; daß das Flächenmaß in der Form des Quadrates ausgewählt werde, und so noch vielerlei dergleichen Dinge aus der geometrischen Formen- und Größenlehre, — so sind dieß alles Unterrichtsmittel, die man auf dieser Schulstufe dem Zeichnungsunterrichte ebenso wenig als einem geometrischen Unterrichte zugestehen darf und zwar jenem noch um so weniger, als derselbe alle diese Dinge schon im ersten Schuljahre und zwar möglichst bald verlangen möchte, um damit auch bald — und wie gemeint wird — gründlich und natürlich zum Zeichnen von Figuren übergehen zu können.

Wir aber sind der Meinung, daß der erste Zeichnungsunterricht am natürlichsten ganz ohne diesen geometrischen Apparat ertheilt werden kann. Dinge, die für das Kind verfrüht sind, können ihm unmöglich zu irgend Etwas nützen, sie müssen ihm schaden und sie schaden ihm leider oft in mehr als einer Richtung. Das elementarische Zeichnen ist aber für sich wichtig genug, ohne daß man irgend nöthig hat, durch Herbeiziehung höherer Mittel demselben noch einen größeren Schein der Wichtigkeit zu geben.

Die kleinen Bilder, die das Kind in dieser Zeit von einfachen, ihm bekannten Gegenständen so gerne entwirft, kann es ausführen, ohne daß ihm vorher obige geometrische Kenntnisse abgeleitet werden; und unterzieht man sich dennoch dieser Mühe, so zwingt man ihm eine Beigabe auf, die ihm das Ganze, von allem Uebrigen abgesehen, jedenfalls lästiger als angenehm macht. Die unmittelbare Auffassung der Form eines

Dinges und die unmittelbare Wiedergabe durch den einfachsten Umriss (Zeichnung) desselben entspricht dem in dieser Periode des Kindesalters sich vorzugsweise kundgebenden Auffassungs- und Nachahmungstriebe am besten.

Fast alle Kinder, sobald sie den Schieferstift handhaben können, versuchen sich sofort im Zeichnen einfacher Umrisse und stellen aus sich selber bald diesen, bald jenen Gegenstand ihrer Umgebung dar. Ein Viereck, das sie zeichnen, ist ihnen keine geometrische Figur; sie stellen dadurch den Spiegel, die Tafel, das Fenster, den Tisch, den Ofen, den Schrank zc. dar; das Bild muß ihnen etwas sein, es muß etwas Konkretes, Bekanntes bezeichnen.

Nun kann der Lehrer die Kleinen auf dieser ersten Entwicklungsstufe des Form- oder Zeichnungsunterrichts naturgemäß weiterführen; er kann sie zur vielseitigen Auffassung räumlicher Formen und Gestalten, zur sauberen und deutlichen Darstellung ihrer Umrisse hinführen und anleiten, ohne schon speziell geometrische Betrachtungen wie die oben angeführten vorzunehmen; ja wir wissen aus Erfahrung, daß durch einen solchen Zeichnungsunterricht auf den nachfolgenden geometrischen Unterricht um so besser vorbereitet und vorgearbeitet wird, d. h. daß die Schüler diesen mit um so größerer Gewecktheit und Frische und mit um so größerem Erfolg erfassen, je weniger man bei jenem schon direkte auf rein geometrische Beziehungen losgegangen ist. Es ist auch natürlich. Bevor der Schüler befähigt sein kann, sich die idealen geometrischen Formen zu bilden, muß er vorher mit Sicherheit Form und Gestalt wirklicher Dinge unterscheiden und in sich fixiren. Das elementare Zeichnen bildet die beste Uebung hiezu und ist somit die natürlichste Vorschule des geometrischen Unterrichts.

Wir halten nun immer noch die Art und Weise wie Seminardirektor Dr. Scherr den Formunterricht in der Elementarschule behandelt wissen will, für die beste, die bis jetzt vorgeschlagen und versucht worden ist.

In seinem ersten Bande macht er zwar, ohne daß es nothwendig gewesen wäre, den ausführlichen speziellen Formenlehren noch einige Konzessionen, indem er z. B. in die Unterscheidungen der bekannten Arten der Winkel, der Figuren zc. eintritt; im zweiten Bande dagegen finden wir nur die Uebungen zur Auffassung und Nachbildung der Formelemente, hauptsächlich zur praktischen Vorbereitung auf den Schreibunterricht. Eine speziell geometrische Formenlehre ist hier ganz weggelassen und damit sind

wir vollständig einverstanden. Dagegen dürften wohl die gleichen Uebungen zur Auffassung und Nachbildung der Formelemente auch für einen ganz einfachen elementaren Zeichnungsunterricht benutzt werden, der, wie wir oben andeuteten, nur die Fortsetzung von den Zeichnungsübungen sein müßte, welche die Kinder schon im elterlichen Hause zum Theil aus sich selber, zum Theil in Folge sehr unvollkommener anderseitiger Anleitung mit so großer Lust treiben.

Den Elementarschülern kann man gewiß hiezu noch einige freie Zeit in der Schule einräumen und wäre es auch hauptsächlich nur zur stillen Selbstbeschäftigung. Den geistigen Trieb, der sich bei den Kleinen in der Neigung zum Zeichnen und Abbilden so unverkennbar ausspricht, darf man in der Elementarschule nicht unberücksichtigt lassen.

Die vortheilhaftesten Folgen eines solchen in Hinsicht auf Zeit und Uebungsstoff sich nicht zu sehr ausdehnenden Unterrichts können unmöglich ausbleiben: Auge und Hand werden fortschreitend in der Auffassung und Darstellung der Form geübt und erlangen hiedurch einen gewissen Grad der Sicherheit, der, wenn auch noch nicht sehr hoch, doch immerhin von entschiedenem Werthe ist, und diese Auffassung, Unterscheidung und Uebung in abbildlicher Darstellung körperlicher Gestalten bildet die beste Grundlage, auf welche der mit der Realschule beginnende geometrische Unterricht bauen kann. Die ästhetische Seite dieses Zeichnungsunterrichts ist endlich auch nicht außer Acht zu lassen und würde dieselbe auch noch weniger in der Anregung des eigentlichen Kunstsinnes als bloß in der Hinlenkung auf reinliche und saubere Darstellung und Anordnung bestehen, es bliebe das Ganze immer noch der Berücksichtigung und Pflege werth.

Wir gehen nun über zur kurzen Besprechung des elementaren Zeichnungsunterrichts in den drei ersten Schuljahren.

Erstes Schuljahr.

Vom zurückgelegten 6. bis 7. Altersjahre.

A. Allgemeine Vorübungen.

Die ersten Uebungen mögen ziemlich allgemeiner Natur sein. Die Kinder bringen schon manche Vorstellungen über Verhältnisse des Ortes, der Form und Größe mit sich in die Schule; einzelne haben sie sich ziemlich sicher erworben, andere dagegen nicht und manche Bezeichnungen wenden sie noch ganz falsch an. Im Anfange, also bevor die Kinder schon verschiedene Uebungen im Zeichnen von Punkten und Linien und im Zählen derselben

gemacht haben, zeigt der Lehrer den Schülern eine Anzahl ganz verschiedenartig geformter Gegenstände, die schon ihrer abweichenden Gestalt wegen das Interesse und die Aufmerksamkeit der Kinder auf sich zu ziehen im Stande sind.

Hieran knüpfen sich dann verschiedene Unterscheidungen.

a. Unterscheidungen des Ortes und der Lage.

Hieher gehören die Verhältnisse: Neben (links, rechts), vor, hinter, oben, unten, auf, über, zwischen, mitten, (oberhalb, unterhalb) 2c.

Zur Unterscheidung dieser Verhältnisse nimmt der Lehrer zwei der obigen Gegenstände z. B. zwei Würfel, oder einen Würfel und eine Kugel, oder zwei Bauhölzchen (meist rechtwinklig geschnittene Körper, mit denen die Kinder so gerne spielen), oder zwei platte kleinere Steine 2c. und legt sie neben einander vor die Kinder.

Hierauf Fragen und Antworten und Uebungen: Was ist das?

— Und das?

Wie liegen diese Dinge? Sie liegen neben einander; die Kugel liegt neben dem Stein und der Stein liegt neben der Kugel.

Lege diese Bauhölzchen neben einander! — (Und nachdem die Kinder die beiden Hände als rechte und linke sicher unterscheiden gelernt:)

Zeige mir mit der rechten Hand die Kugel; mit der linken den Stein!

Auf welcher Seite liegt die Kugel; — auf welcher der Stein?

Welches der beiden Dinge liegt rechts; — welches links?

Kann man sie nicht noch anders legen? — Wie? — Ja, und auch so: die Kugel vor den Stein, den Stein hinter die Kugel. Und umgekehrt.

Lege diese Würfel neben einander! Hinter einander! Welcher ist vorn; welcher hinten?

Man kann die Würfel noch anders legen: den unten, den oben darauf. Welches ist der obere? Welches der untere?

Lege einen Würfel auf diesen Stein? Eine Kugel auf den Würfel! Was liegt zu oberst? Zu unterst? In der Mitte?

Diese Hölzchen liegen neben einander, — hinter einander. Lege zwischen sie eine Kugel. Was liegt rechts, links

von der Kugel? — Was liegt hier zu vorderst, zu hinterst, in der Mitte?

Lege auf die eine Seite dieses Würfels noch einen Würfel. Und auf die andere Seite auch einen. Welcher ist in der Mitte?

b. Unterscheidungen der Lage und der Richtung.

z. B. aufrecht oder stehend, liegend, schief, rechts schief, links schief zc.

Der Lehrer veranschaulicht die hier genannten Richtungen mittelst eines geraden, nicht zu kurzen Stäbchens. Die Lektion geschieht ähnlich wie vorhin; durch Fragen und Uebungen wird bei der Auffassung die rechte Aufmerksamkeit und Thätigkeit der Schüler erzielt.

c. Unterscheidungen verschiedener Formen und Gestalten.

Der Lehrer legt vor die Schüler (aber nicht gerade auf ein Mal) eine Anzahl verschiedengeformte Körper, z. B. ein paar Kugeln und Ringe, einen eiförmigen Körper (etwa von Holz), einen kugeligen, einen plattenförmigen und einen ganz unregelmäßigen Stein und wenn gerade vorhanden, etwa auch einen schöngeformten Bergkrystall; ferner aus Holz oder Pappe gefertigt einen Würfel, ein Tetraeder, Octaeder zc., ferner etwa auch ein paar prismatische, walzenförmige und kegelförmige Körper, wenn auch nur in Form der gewöhnlichen Bauhölzchen. Nun Uebungen, z. B. so:

Kannst du mir eine Kugel zeigen? — Noch eine? — Welches ist die größere? — Die kleinere?

Wie ist eine Kugel (was für eine Form hat sie)? Gut, eine Kugel ist rund.

Ist dieser Stein auch ganz so schön rund wie die Kugel? — Nein, er ist nicht ganz so rund; er ist bloß abgerundet.

Da ist noch ein abgerundeter Körper, der aber vorn etwas spiziger ist als hinten; wem sieht der gleich? — Ja, der ist wie ein Ei, er ist eiförmig. — Was ist das? — Ein Ring. Ist der auch ganz rund? — Ja, aber anders als die Kugel. Zeig du mir noch einen Ring! Du noch einen größern! Was sieht der Kugel mehr gleich, das Ei oder der Ring.

Merkt euch nun gut, wie etwas sein muß, wenn es kugelförmig (kugelrund), oder wenn es eiförmig (eirund) oder wenn es endlich ringförmig sein soll.

Seht da, ich kann mit der biegsamen Ruthe beinahe einen Ring bilden! So jetzt ist das fast ein Ring, die Ruthe ist ringförmig gebogen — Und jetzt — ist sie wieder gerade wie zuvor.

Nun wollen wir andere Dinge beschauen, die nicht rund sind. Zeige du mir eines! Du auch eines! u. s. f. Ja, die sind nicht rund, die haben Ecken, sie sind eckig. — Hat es da viele eckige Dinge?

Welches gefällt dir am besten? — Und dir?

Wenn ihr recht ernst habet, dann sollet ihr auch die Ecken zählen lernen. (Bei spätern Zählübungen läßt dieß der Lehrer wirklich thun.)

Seht hier Kinder, dieser Würfel ist da an den Seiten und auch oben und unten ganz glatt und grad, man heißt dieß eben.

Kannst du mir hier noch einen Gegenstand zeigen, der auf den Seiten auch so eben ist? — Gut, fast alle diese Bauhölzchen, auch da diese schönen auf allen Seiten gleich aussehenden Körper. (Die oben genannten regulären Körper.)

Hat dieser Stein auch solche ebene Seiten? — Nein, der ist nirgends eben, er ist auf allen Seiten uneben.

Nenne du mir noch mehr Dinge, die auch so uneben sind!

Nun will ich euch hier ein Ding zeigen, das ist wie ein runder Stab; es hat keine Ecken und ist auf der Seite ganz rund. Das ist eine Walze oder Welle! Seht, so wälzt sie sich!

Hast du auch schon solche Walzen oder Wellen gesehen? — Wo? Und welche?

Solche Dinge nennt man auch walzenförmige.

Also, das ist nicht gleich: rund wie eine Kugel, rund wie ein Ei, rund wie ein Ring, rund wie eine Walze, merkt euch das!

Wer kann mir hier noch ein Ding zeigen, das auf der Seite auch abgerundet ist, oben aber eine Spitze hat? — Gut, das ist ein Kegell!

Ist der Kegel wie eine Walze? — Wo ist er nicht gleich? — Und wo gleich?

Seht, Dinge, die aussehen wie der Kegel, also eine solche Form haben, sind kegelförmig. — U. s. f. je nach der disponibeln Zeit und den Umständen.

Endlich: Nun dürst ihr nochmal wiederholen, was für eine Form jedes dieser Dinge hat.

Die Antworten ganz kurz. Z. B. Wie ist dieses Bauhölzchen? Es ist eckig: Und an den Seiten? — Glatt und grad oder eben.

Wie ist dieser Stein? — Gut, er ist auch eckig, aber auf den Seiten uneben u. s. f.

Also nur solche Unterscheidungen sollen die Kinder hier zunächst machen lernen, wie solche auch im häuslichen Kreise vorkommen, wo der Vater oder die Mutter sich mit dem Kinde anregend über Dinge der Umgebung unterhält. Wir wünschen also bloß naturgemäße Vorbereitung zur Weckung des geometrischen Formensinnes, aber nicht schon geometrische Distinktionen selbst. So wollen wir dem Kinde hier gar nicht erklären, was eine Fläche oder was eine Linie ist, wir wollen gar nicht näher in die Form der Flächen eintreten, von denen ein Körper begränzt ist, überhaupt wollen wir davon hier gar nichts sagen; wir wollen den Schüler bloß den Gegenstand oder das Ding anschauen und dann im Allgemeinen angeben lassen, wie dessen Form ist.

d. Unterscheidung der Ausdehnung im Allgemeinen.

Lang, kurz (groß, klein); hoch, tief, niedrig; weit, nicht weit, enge; dick, dünn; breit, schmal.

Hier ist ein Stäbchen, und da noch eines. Welches ist länger? — Dieses. Und das andere? — Ist der Griffel auch so lang? — Wie ist er denn? Zeige mir etwas das noch kürzer ist.

Nun aber stelle ich die Stäbchen auf. Was kannst du mir jetzt von dem einen sagen? Und was von dem andern?

Auf welcher Seite steht das höhere? Auf welcher das niedrigere?

Nun lasse ich beide vom Tisch an abwärts gehen. Welches reicht tiefer hinab? — Welches weniger tief?

Ich halte beide mit ihren Enden an die Wand. Welches ragt weiter hervor? — Welches weniger weit?

Andere Beispiele: Bis auf den und den Berg, an den und den Ort ist es weit. — Jener Weg ist nicht weit. — Ferner: Der Hals der Flasche ist eng. — Dieser Korb ist weit u. s. f.

Der Lehrer nimmt nun zwei Brettchen, die gleich lang und breit sind, von denen aber das eine ziemlich dünn, das andere bedeutend dicker ist. Indem er sie aneinanderhält: Sind diese

Brettlein auch ungleich lang? — Wo sind sie denn ungleich? — Wie heißt man das? — Ja, das eine ist ganz dünn, das andere ist viel dicker.

Kannst du mir noch etwas nennen, das dünner ist, als dieses Brettchen? — Gut, das Papier ist dünner; die Fensterscheibe ist dünner; das Messer (die Messerflinge) ist dünner 2c.

Kennst du Dinge, die noch dicker sind, als das andere Brettchen? — Es werden wieder solche genannt.

Vergleichen den Griffel mit dem Lineal! — Wie ist der Griffel gegen das Lineal? — Er ist kurz und dünn, u. s. f. und umgekehrt.

Diese Lineale sind gleich lang, das eine aber ist breit, das andere schmal.

Wie ist die Tischplatte gegen das Gesimsbrett? Sie ist breiter und dieses ist schmaler.

Noch mehr solche Dinge! — Die Hand ist breiter als der Daumen. Der Mund ist breiter als die Nase. Das Bündelchen ist schmaler als der Gurt. Der Faden ist dünner als die Schnur. Die Straße ist breit; der Fußpfad ist schmal, u. s. f.

e. Belehrungen über Form, Gestalt und Ausdehnung nach vorgelegten Abbildungen.

Seminardirektor Dr. Scherr hat in seiner Pädagogik einen vollständig glücklichen Versuch gemacht, in den Kreis unserer Elementarschulen belehrende Unterhaltungen nach Bildern hereinzuziehen. Bei diesen an solche Abbildungen geknüpften Unterhaltungen kann die Vorbereitung für den geometrischen Unterricht im Sinne der vorausgegangenen Uebungen ganz leicht und in angemessener Weise ebenfalls im Auge behalten werden. Wir wollen also die Unterhaltung nach Bildern durchaus nicht auf einen einseitigen Zweck beschränken, sondern sie in ihrer allgemein bildenden Richtung vollständig erhalten wissen. Allein wir heben hier bloß hervor, was in jene Unterhaltungen mit Rücksicht auf die Anschauung von Form, Gestalt und Ausdehnung in passender Abwechslung verflochten werden kann.

Ueberfluß an geeigneten Bildern für den Anschauungsunterricht hat man nun freilich nicht und das Gute ist stets noch bedeutend theuer. Zu den besten sind immer noch die im Verlage von Schreiber und Schill in

Stuttgart und Göttingen erschienenen Bilderbücher zu zählen. Wir stellen uns nun vor, der Lehrer betrachte mit den Schülern hier eben die Abbildung der Schulgeräthe auf den ersten Seiten dieses Bilderwerkes. Indem er mit dem Finger auf die Abbildung der schwarzen Schultafel deutet:

Was ist das? * Das ist die große Schultafel.

Worauf ist sie festgemacht? — Ja, sie steht auf einem hölzernen Gestelle, und da ist etwas darauf geschrieben, das müßt ihr dann auch lernen.

Zeige mir die Ecken der Tafel. — Wie ist die Tafel da vorn? — Gut, sie ist grad und glatt. Wo ist sie auch noch so? — Wo nicht? — Wie stehen die Stäbe des Gestelles? Diese sind aufrecht, aber die übrigen sind liegend. — Welches ist der obere? — Der untere? — Welcher ist rechts, welcher links? — Seht da rechts und links an der untersten Stange sind Kreuze, die machen, daß das Ganze fest steht, das sind die Füße. Und hier ist die Tafel in Fugen eingeschoben; da auf den beiden Zapfen liegt sie fest; man kann diese Zapfen auch in die untern Löchlein bringen, wenn man die Tafel tiefer stellen will. Wie steht sie jetzt? — Jetzt ist sie am höchsten, man kann die Zapfen nicht mehr höher hinauf stecken. Die Tafel reicht höher hinauf als das Gestelle. — Wir wollen jetzt sehen, wie dick die Tafel ist; wo sieht man das? — Gut, sie ist nicht gar dick, sie ist ziemlich dünne, die Stäbe sind dicker. Wo sieht man, wie lang (breit) sie ist, und wie hoch? — Ist sie wohl länger als hoch? u. s. f.

Da ist noch eine Tafel; was für eine? — Das ist eine Schiefertafel; sie ist in Rahmen gefaßt, da sind die Rahmen zusammengesügt; diese Strichlein bedeuten die Fugen. Wo sind die Ecken? Wie sind die Seiten der Rahmen? Welche Tafel ist größer, die Schiefertafel oder die Schultafel auf dem Gestelle? Ist die Schultafel viel dicker als die Rahmen der Schiefertafel? — Aber länger und höher? Wer braucht die Schiefertafel? — Wozu? —

* Oder, was stellt das vor? Die Kinder haben aber diese Frageform nicht gern, denn sie antworten lieber: das ist das und das, und nicht: das stellt das vor, oder ist das Bild von dem und dem. Nun im Anfange mag die etwas leichtere Redeweise wohl angehen.

Wollt ihr auch zeichnen und schreiben lernen? — Was muß man hiezu noch haben? u. s. f. u. s. f. — Was für Bilder hat es weiter auf dem ersten Blatte? (Es wird ähnlich in dieselben eingetreten. Natürlich wird aber nicht nur über Form, Gestalt und Ausdehnung der dargestellten Dinge gesprochen, sondern über die andern Beziehungen, die für die Kinder Interesse haben, ebenfalls).

Was für Bilder bemerkt ihr auf dem zweiten Blatte? Schulbänke, sonst noch eine lange Bank, und ein Pult mit einem Sessel davor. Sehet da, die Schulbänke und das Pult haben schief aufsteigende Tischbretter oder Tischplatten. Warum macht man das wohl so? — Wo geht es schief aufwärts. Wo nicht? — Wie stehen die Beine der Bank? — Ja, sie stehen schief und sind schräg auswärts gerichtet, damit die Bank weniger leicht umfällt, sie steht so fester. Die Beine des breitem Pultes stehen dagegen gerade aufrecht. Bei den Schulbänken hat es statt der Beine aufrecht stehende Bretter, die geben den Bänken noch einen festern Stand und dann sind hier Tisch und Bank erst noch aneinander; seht da unten gehen die stehenden Bretter in einen gemeinsamen liegenden Balken und auf der andern oder der entgegengesetzten Seite auch. Wo steigt man hinein? — Wo kann man sitzen? — Wo anlehnen? — Wohin legt man Buch und Tafel? — Und den Griffel? — Wohin hält man die Hände? — Ja, und da oben auf dem schmalen liegenden Rande der Tische, was bemerkt ihr da? Runde Löcher. Was thut man da hinein? — Gut, da hinein kommen die Tintengefäße für die größeren Schüler zum Schreiben. Hat es beim Pulte auch solche runde Oeffnungen? — Was ist da darin? — Nein, das hier mit den vielen Löchlein oben, das ist kein Tintengefaß, darin hat es Sand, den man auf die nasse Schrift streut, wenn man umkehren muß; das ist eben ein Streusandgeschirr. — Was ist sonst noch auf dem Pulte? Hefte, ein Buch, ein Lineal, Federn, ein Federmesser und — eine Ruthe. — Für wen ist das Pult und der Sessel da? — Und wer muß dort auf die lange Bank sitzen? — u. s. f. mit möglichster Abwechslung und möglichst ungezwungen.

Natürlich werden auch, so bald man mit der Zahlbildung ein wenig vorgerückt ist, Uebungen im Zählen mit der Betrachtung dieser Bilder vereinigt; das bringt Abwechslung und befestigt auch die Zahlenbegriffe.

Ueberhaupt sind diese Unterhaltungen nach Bildern nicht für eine Richtung allein da, sondern für alle zugleich und Scherr hat in seinen Beispielen gezeigt, wie dieser Unterricht nicht nur für die realen, sondern gerade auch für die zarteren Gebiete der Aesthetik, der Moral und Religion anregend ertheilt werden kann.

B. Uebung des Auges und der Hand in Nachbildung der Formelemente.

Nachdem die Schüler die allgemeinsten Begriffe über Verhältnisse des Ortes und der Lage, der Form und Gestalt, sowie der Ausdehnung (Größe) an wirklichen Dingen aufgefaßt, so wie auch in Abbildungen wieder erkannt und befestigt haben, kann man auf diesen Grundbauend sicher weiter gehen und mit den Uebungen des Zeichnens beginnen.

Es handelt sich hier zunächst um die Darstellung und Nachbildung der Formelemente. Die Anfänge können in der Weise gemacht werden, wie sie z. B. von Göldi und Andern, am besten wohl aber auch von Scherr in seiner Pädagogik dargestellt sind. Zuerst werden Punkte in den Stellungen zu einander unterschieden und gezeichnet, wie wir dieselben oben, unter den allgemeinen Vorübungen A., an wirklichen Körpern unterschieden haben.

1. Verbindung von Punkten durch die gerade Linie.

Der Lehrer macht z. B. mit der Kreide einen wagrechten Strich an die Wandtafel, indem er spricht:

Seht Kinder, das ist ein Strich, ein gerade liegender Strich; da hört der Strich auf, das ist sein Ende; da fängt er an, das ist sein Anfang. Wir wollen jetzt Alles durchwischen bis an den Anfang und an das Ende. Was ist nun noch übrig? — Nun, das Tüpflein im Anfang, das nennt man einen Punkt, und das Tüpflein da am Ende heißt auch ein Punkt.) Von einem Punkt in streng mathematischem Sinne darf hier gar keine Rede sein.) Wie liegen die beiden Punkte gegen einander? — Gut, der eine liegt rechts, der andere links, beide liegen neben einander.

Seht, ich kann nun wieder vom Punkt links bis zum Punkt rechts einen geraden Strich, man sagt auch Linie, ziehen, so! — Was ist das für eine Linie? — Eine gerade liegende Linie oder kurz: eine liegende Linie.

Ich mache da noch einen Punkt. Macht ihr jetzt mit dem Griffel auch einen solchen auf euer Täfelein! So, und jetzt noch einen daneben, wie ich es hier mache! Wer kann jetzt den schönsten Strich vom linken bis zum rechten Punkt machen? — So, was ist nun das? — Ein liegender Strich oder eine liegende Linie. Es haben nicht Alle eine schöne gerade Linie gemacht. Seht da, ich will jetzt auch eine solche vom ersten bis zum zweiten Punkt ziehen; so zieht man eine schöne gerade Linie!

Jetzt macht wieder einen Punkt! Und noch einen zweiten, aber gerade unter dem ersten. Ich will beide ebenfalls an die Wandtafel machen. — Und jetzt kann ich vom obern bis zum untern auch einen geraden Strich ziehen, so. — Was ist das? — Gut, das ist eine Linie, die steht wie ein aufrechtes Stäbchen; es ist darum eine stehende Linie. — Macht auch eine solche!

Nun repetirt der Lehrer mit den Schülern die übrigen Stellungen, die zwei oder drei Punkte auf der Tafel in gerader Linie haben können, z. B.

Ein Punkt auf der linken Seite der Tafel oben, der andere auf der rechten unten. Wie liegen dieselben? Der erste liegt links oben, der zweite rechts unten.

Ferner ein Punkt rechts oben! Ein Punkt links unten!

Er verbindet die beiden ersten Punkte (von oben nach unten) und nennt die Linie rechts schief abwärts. Er verbindet die zwei folgenden (wieder von oben nach unten) und nennt die Linie links schief abwärts. Wird umgekehrt von unten nach oben gezogen, so heißt die erstere Richtung links schief aufwärts, die zweite rechts schief aufwärts. Diese Züge werden eingeübt.

Nun drei Punkte: oben, unten, gerade mitten, oder rechts, links, gerade mitten. — Linie durch die ersten, durch die zweiten! — (Drei Punkte schräg sind jetzt schon kaum nöthig, ebensowenig drei Punkte, die nicht in gerader Linie liegen.)

2. Verbindung von geraden Linien.

a. Vorübungen.

Der Lehrer sieht zuerst, ob die Schüler die Linien in den oben unterschiedenen Richtungen gehörig ziehen können. Er dictirt also

(der Ausdruck „Linie“ steht hier der Kürze wegen stets statt „gerade Linie“):

Stehende Linie abwärts gezogen (von oben nach unten)!

Stehende Linie aufwärts gezogen (von einem Punkte unten nach oben)!

Liegende Linie nach rechts gezogen (von einem Punkt links nach rechts)!

Liegende Linie nach links gezogen (von einem Punkt rechts nach links)!

Linie rechts schief aufwärts (von einem Punkt links unten nach einem Punkt rechts oben)!

Linie rechts schief abwärts (von einem Punkt links nach einem andern rechts unten)!

Linie links schief abwärts (von einem Punkt rechts nach einem andern links unten)!

Linie links schief aufwärts (von einem Punkt rechts nach einem andern links oben)!

Nun verbindet der Lehrer zwei Linien folgendermaßen und läßt sie nachmachen:

Ich mache eine stehende Linie abwärts und daran eine liegende Linie nach rechts.

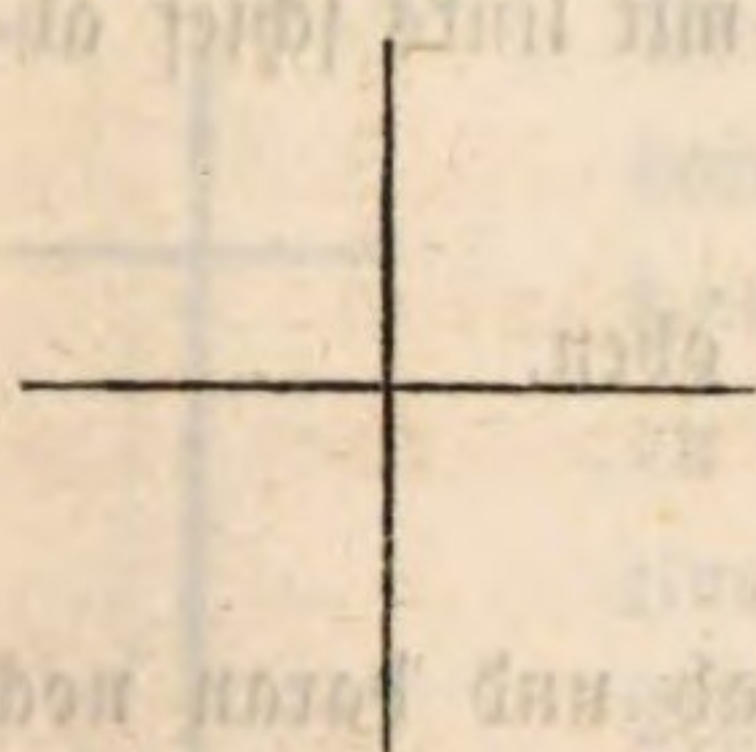
Eine stehende Linie aufwärts und daran eine liegende Linie nach links.

Eine liegende Linie nach links und daran eine stehende abwärts.

Eine liegende Linie nach rechts und daran eine stehende aufwärts. U. s. f.

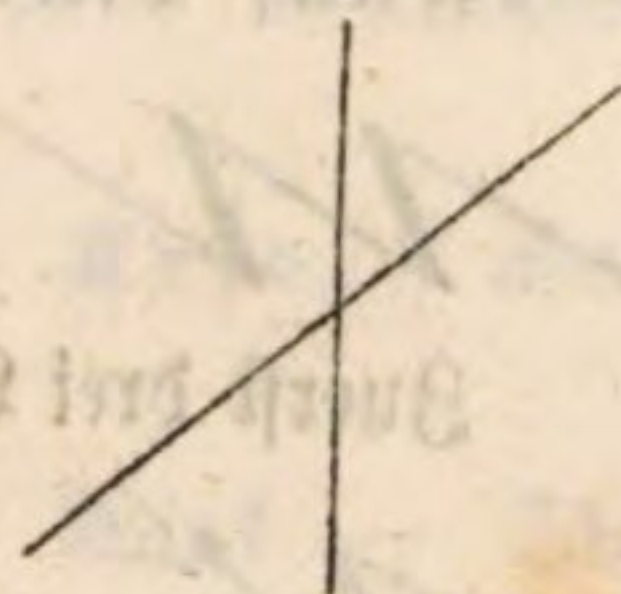
Wenn die Schüler diese Züge gehörig unterscheiden und richtig aus dem Gedächtniß, wie der Lehrer es befiehlt, wiederholen können, so werden folgende Züge geübt:

Liegende Linie und Punkt in die Mitte! Stehende und Punkt in die Mitte! Gerade schief aufwärts und mitten ein Punkt! Schief abwärts und mitten ein Punkt!

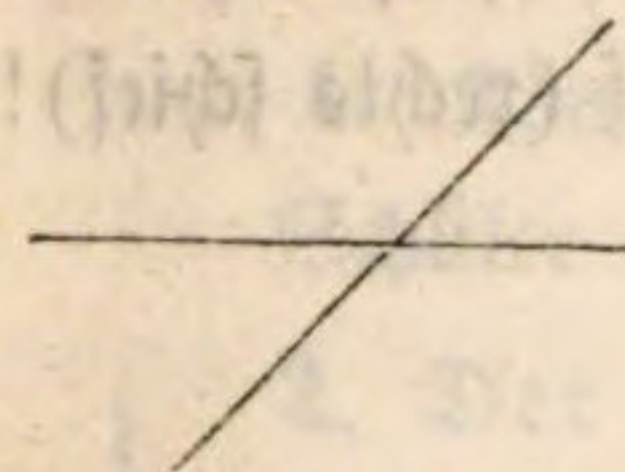


Liegende gerade und durch die Mitte eine stehende.

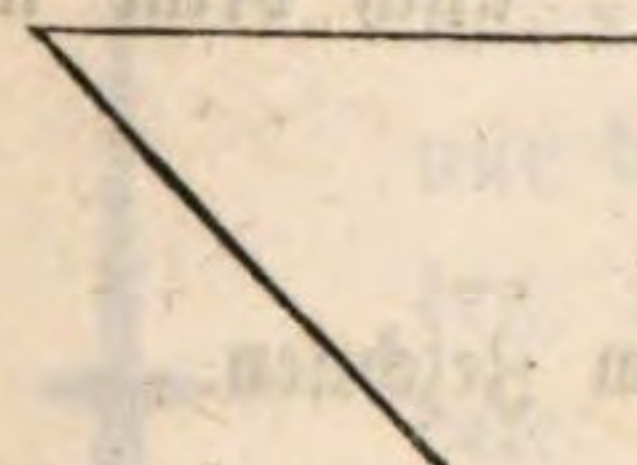
Rechts schief aufwärts und durch die Mitte eine stehende.



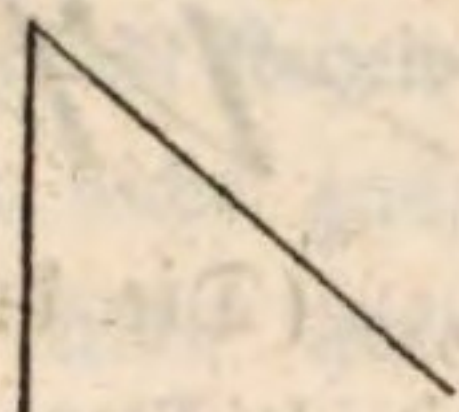
Rechts schief aufwärts und durch die Mitte eine liegende.



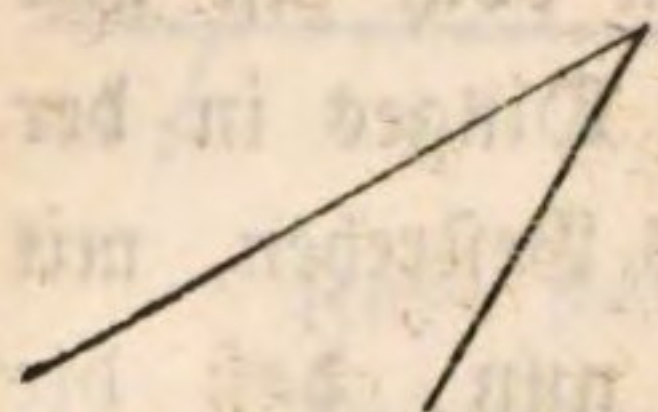
Links schief aufwärts und daran eine stehende Linie abwärts.



Links schief aufwärts und daran eine liegende nach rechts.



Rechts schief aufwärts und stehende abwärts.



Rechts schief aufwärts und ein wenig nach links abwärts.

Rechts schief aufwärts und dann rechts schief abwärts. U. s. f.



Die obigen Uebungen mögen auch noch mit Strichen, die verschiedene Stärke haben sollen, gemacht werden.

b. Benutzung zu Schriftzügen.

Drei Linien!



Rechts schief aufwärts, dann stehende abwärts und daran wieder rechts schief auf.

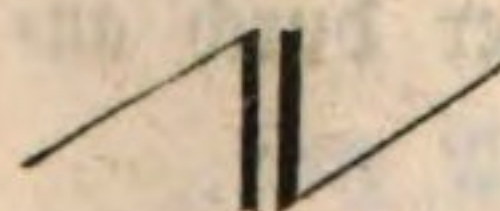


Oder noch anders: Rechts schief auf, ein wenig nach links schief ab und dann wieder rechts schief auf.



Noch einmal so und darüber einen Punkt.

Vier Linien!

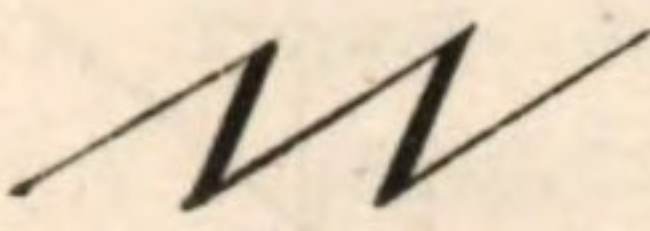


Rechts schief auf, stehende ab, nahe daneben noch eine stehende und dann wieder rechts schief auf.

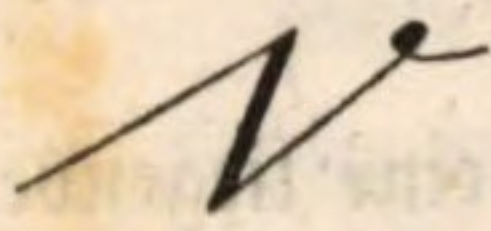
 Oder das Gleiche statt mit stehenden mit links schief abwärts gezogenen Linien.

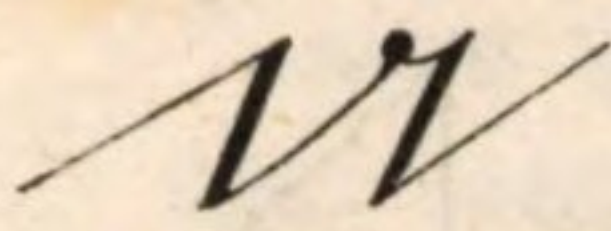
 Oder noch mit einer kleinen schiefen oben.

Fünf Linien!

 Rechts schief auf und links schief ab und daran noch zwei solche und wieder auf.

Zuerst drei Linien, dann ein Punkt und eine kleine Linie rechts, nämlich:

 Auf (rechts schief)! ab (links schief)! auf (rechts schief)! und oben Punkt und kleine Linie rechts.

 Wieder so, dann ab! auf!

(Die drei letzten noch einmal mit Strichlein darüber, auch beim u ein leichtes Böglein.) U. s. f. siehe Scherrs Pädagogik.

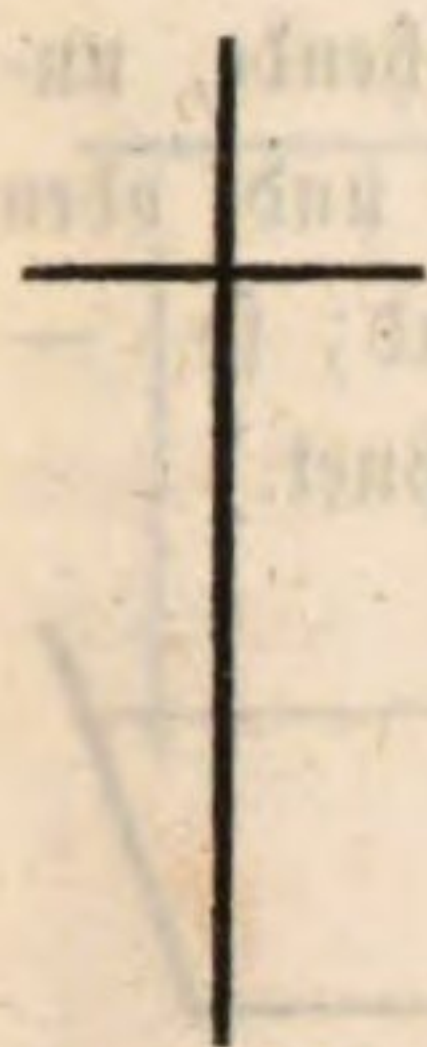
c. Benutzung zu den ersten und einfachsten Übungen im Zeichnen.

Man kann die ersten Zeichnungen, welche die Kinder entwerfen, wohl noch kaum eigentliche Bilder nennen; allein so viel treffen doch fast alle Kinder, daß sie die charakteristischen Ausdehnungen eines Dinges in der Zeichnung berücksichtigen. Dabei verfolgen sie sichtlich das Bestreben, mit möglichst wenigen Strichen auszukommen. Wir glauben nun, daß die Schule gut thut, sich gerade auf diesen Standpunkt herabzulassen und mit Zeichnungen zu beginnen, die das Kind lebendig als Abbildungen ihm bekannter Gegenstände erfäßt und gelten läßt, obwohl sie noch aus so wenigen Linien zusammengesetzt sind, daß sie von einem höhern Standpunkte aus manche Ausstellungen zu gewärtigen haben.

Wir wollen versuchen, anzudeuten, wie das Vorausgegangene zu den Anfängen des genannten Zeichnens benutzt werden kann.

Der Lehrer mag hiebei abwechselnd besonders zwei verschiedene Gänge befolgen. Nach dem ersten stellt er den Schülern einen einfachen Gegenstand vor und läßt sich dessen Haupttheile und deren Richtungen angeben; und dann stellt er dieselben mit wenigen Linien dar. Nach dem zweiten diktiert er den Schülern Verbindungen von Linien, ähnlich wie vorhin unter a. und b. und fragt dann, was das Ganze vorstelle.

Zur Erläuterung folgen hier einige Beispiele, die der Lehrer nach Belieben bei seinem Unterrichte anwenden oder verändern, oder durch andere ersetzen mag.



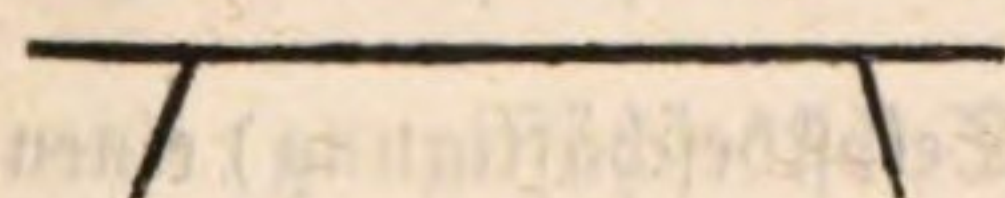
1. Der Lehrer stellt z. B. durch Bauhölzchen ein Kreuz auf; dann sagt er: Seht, dieser Theil des Kreuzes ist stehend, dieser Theil oben liegend. Nun mache ich da an der Tafel eine gerade stehende und da oben hindurch eine kurze liegende Linie; was ist jetzt das, oder was stellt das vor?

Die Kinder werden wohl sagen: ein Kreuz, oder jenes Kreuz.

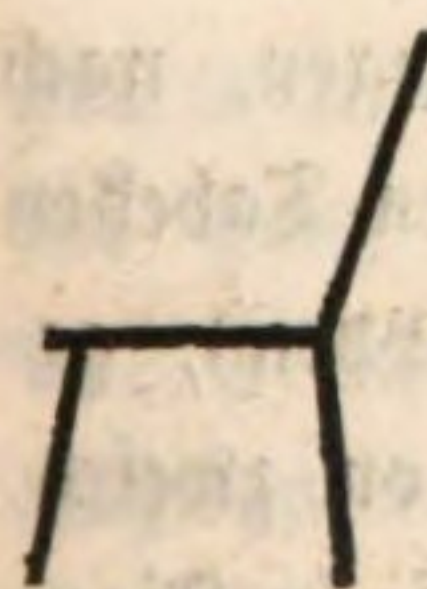
Könnt ihr jetzt auch ein Kreuz zeichnen? — Wie? — Die Schüler versuchen es.



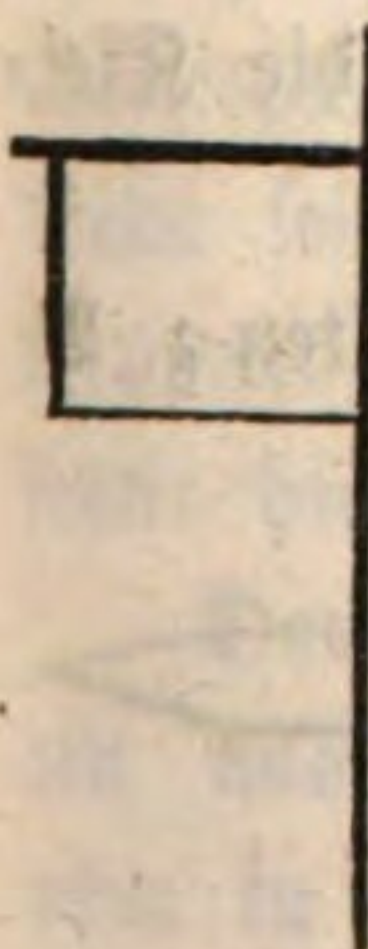
2. Der Lehrer: Ziehet wie ich auf der Tafel einen gerade stehenden Strich, der nach unten dicker wird, und dann nicht ganz unten hindurch einen kurzen liegenden Strich, so. Was wird nun das vorstellen? — Die Kinder antworten vielleicht verschieden, die einen werden es treffen und sagen: ein Schwert, andere: ein umgekehrtes Kreuz. Der Lehrer mag die Schüler an ihre hölzernen Schwerter erinnern.



3. Lehrer: Nun wollen wir hier die Bank zeichnen. Da gehts ganz gerade liegend; nur die Füße sind ein wenig schief. — So! — Nun ähnlich der Tisch. Richtung der Tischplatte liegend, zwei Füße stehend.



4. Jetzt machet schön, was ich euch sage: Liegende Linie nach rechts, dann rechts schief auf; auf beiden Seiten der liegenden zwei gleiche stehende abwärts (beide können auch ein klein wenig schief auseinandergehen)! — Was wird jetzt das sein (vorstellen)? — Ein Stuhl, ja! Wo ist der Sitz — die Lehne — wo sind die Füße?



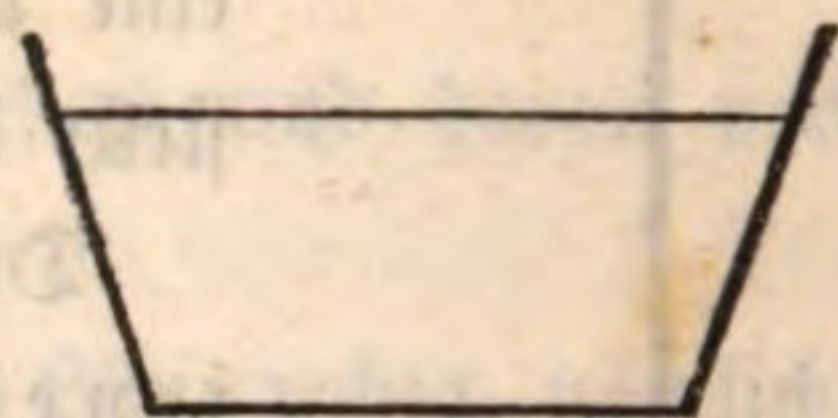
5. Wer kann aber errathen, was ich jetzt mache? Zuerst stehende Linie, dann fast oben nach links eine liegende, dann (nicht zu äußerst) stehend abwärts und wieder nach rechts liegend! So! — Und jetzt zuletzt noch ein Kreuzchen hinein! — Zeichnet das auch!

6. Aber wer könnte jetzt auch seine Schiefertafel abzeichnen? (Wenn die Schüler zwei liegende und zwei stehende Linien ordentlich zusammenfügen, so reicht diese Darstellung für den Anfang ganz aus.)



7. Und was gibt das? Zwei gleich hohe stehende, unten zwischen beiden Enden eine liegende und oben zwei schiefe, in eine Spitze zusammenlaufend; so! — (Wird von den Schülern ebenfalls gezeichnet.)

8. Und das?



9. Aber jetzt wollen wir einmal ein Fenster zeichnen. — Zwei gleich hohe stehende Linien, unten und oben durch zwei liegende geschlossen, dann eine stehende mitten hinab und eine liegende mitten hindurch! — So!



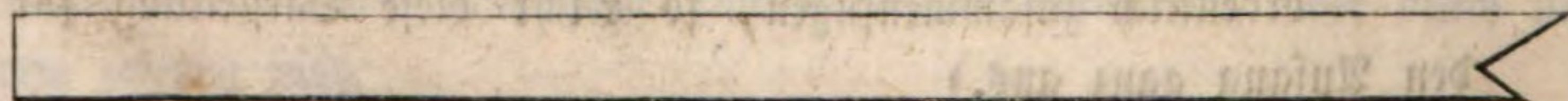
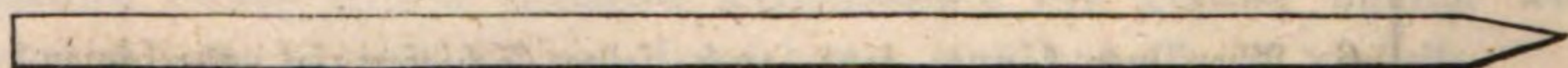
10. Aber jetzt noch eine schwere Zeichnung! Zwei gleich hohe stehende Linien, oben zwei in eine hohe Spitze zusammenlaufende, unten rechts daran zwei schiefe und eine stehende wie beim Haus; zu oberst ein Kreuzlein! Was mag das sein? — Macht's auch so!

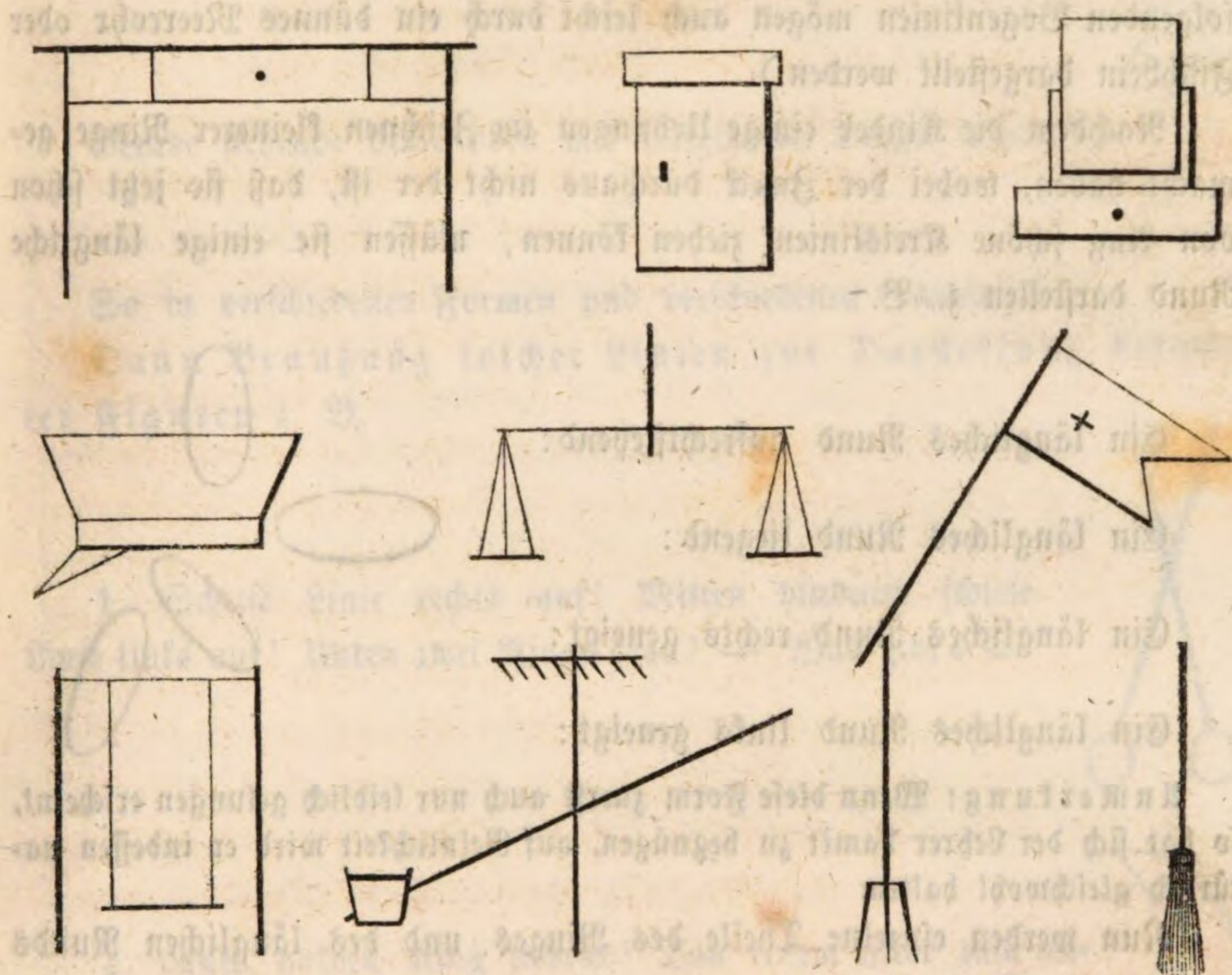
11. Sucht nun für euch (zur stillen Selbstbeschäftigung) einen Bleistift, ein Lineal, ein Buch 2c. zu zeichnen u. s. f.

Zur Abwechslung dürfen die Schüler bisweilen auch zeichnen, was ihnen einfällt und wozu sie gerade Lust haben.

Dann sind den Schülern ebenfalls passende Tabellen vorzulegen, nach denen sie ihnen bekannte Figuren zu zeichnen haben. Die ersten Tabellen enthalten: Punkte in verschiedener Lage und Anordnung (Gruppen), gerade Linien in verschiedener Lage (einzeln) und Verbindungen von zweien, wie solche oben unterschieden und dargestellt wurden, ganz einfache Figuren bekannter Gegenstände aus wenigen geraden Linien zusammengesetzt. Man geht oft nur zu schnell zu Zeichnungen über, welche für die Kleinen zu schwer sind.

Als ganz einfache Figuren mögen außer den oben dargestellten z. B. auch solche wie die folgenden gewählt werden:





3. Krumme Linien und Zusammensetzungen aus solchen Linien unter sich und mit geraden Linien.

Die Uebungen, die hier durchzunehmen sind, haben hauptsächlich ihre praktische Beziehung auf die krummlinigten Schriftzüge. Wir verweisen hierbei ganz auf die dießfällige Behandlungsweise in Scherr's Pädagogik und berühren hier nur dasjenige, was für den Zeichnungsunterricht benutzt werden kann.

Die Kinder haben die Ringform kennen gelernt und der Lehrer zeichnet ihnen nun eine Ringlinie (Kreislinie) vor, zuerst am besten durch Umziehung eines wirklichen Ringes. Natürlich kann hier noch gar keine Rede sein von dem gleichen Abstände ihrer sämtlichen Punkte vom Mittelpunkt; man sagt einfach: sie muß ganz rund sein! und beim Verbes-
sern: hier ist sie nicht recht rund!

Dann führt ihnen der Lehrer ein längliches Rund vor: es wird z. B. ein aus elastischem Material gemachter Ring etwas elliptisch gedrückt oder in die Länge gezogen, oder eine Rolle (aus festem Papier), deren beide Enden kreisförmig sind, wird etwas zusammengedrückt, so daß dieselben länglich rund werden. (Dieselben Krümmungen sowie die später

folgenden Bogenlinien mögen auch leicht durch ein dünnes Meerrohr oder Fischbein dargestellt werden.)

Nachdem die Kinder einige Uebungen im Zeichnen kleinerer Ringe gemacht haben, wobei der Zweck durchaus nicht der ist, daß sie jetzt schon von Aug schöne Kreislinien ziehen können, müssen sie einige längliche Rund darstellen z. B.

Ein längliches Rund aufrechtstehend:

Ein längliches Rund liegend:

Ein längliches Rund rechts geneigt:

Ein längliches Rund links geneigt:

Anmerkung: Wenn diese Form zuerst auch nur leidlich gelungen erscheint, so hat sich der Lehrer damit zu begnügen, auf Reinlichkeit wird er indessen natürlich gleichwohl halten.

Nun werden einzelne Theile des Ringes und des länglichen Runds gezeichnet z. B.

Ringbogen nach rechts gekrümmt:

Ringbogen nach links gekrümmt:

Ringbogen abwärts gekrümmt:

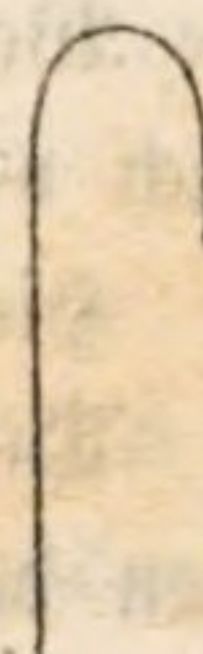
Ringbogen aufwärts gekrümmt:

Ebenso mit länglichen Bogen!

Hierauf Verbindung dieser Bogen mit geraden Linien z. B.

Gerade stehende Linie unten mit Ringbogen rechts:

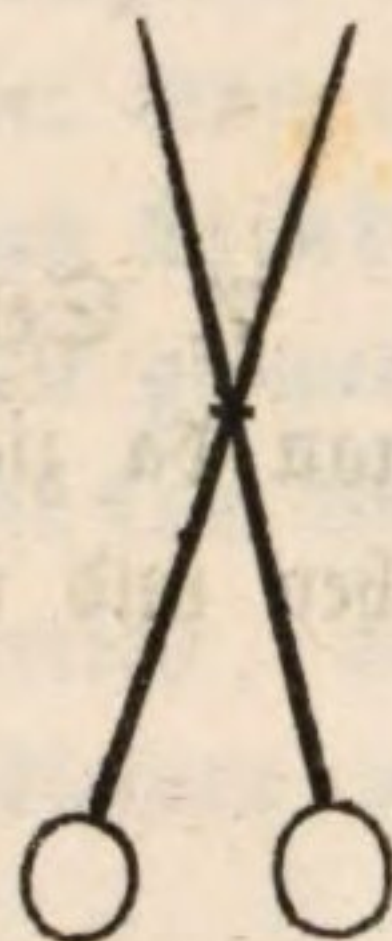
Gerade stehende Linie oben mit länglichem Bogen rechts:



So in verschiedenen Formen und verschiedenen Stellungen 2c.

Dann Benutzung solcher Linien zur Darstellung bekannter Figuren z. B.

1. Schiefe Linie rechts auf! Mitten hindurch schiefe Linie links auf! Unten zwei Ringe dran! — Was gibt's so?



2. Einen halben Ring stehend! Von einem Ende zum andern einen länglichen Bogen in gleicher Lage:



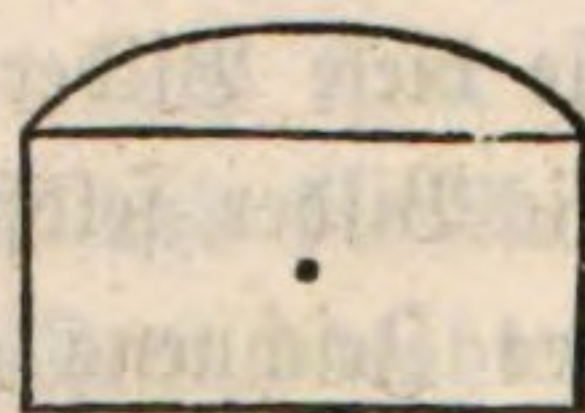
3. Ein Ringlein. Rings daran vier oder sechs längliche Rund! Nach unten ein gebogener Strich!



4. Ein längliches Rund liegend! Rechts und links daran zwei gerade Linien abwärts und ein wenig gegen einander. Unten durch einen Bogen geschlossen, so:



5. Zwei gleiche liegende Linien! Links und rechts geschlossen durch zwei stehende! Oben daran einen länglichen Bogen; in der Mitte einen Punkt!

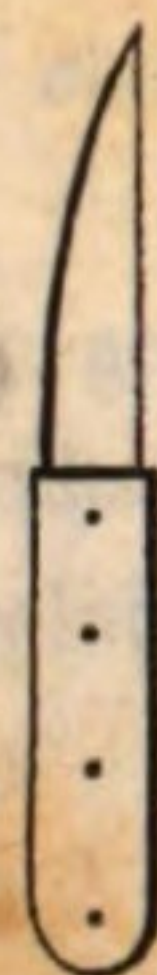


6. Zur Abwechslung mit den Zeichnungsübungen nach bloßer Angabe durch den Lehrer, der meistens gleichzeitig das, was er diktirt, an

die Wandtafel zeichnet, werden hauptsächlich auch einfache Figuren nach vorgelegten passenden Gegenständen entworfen, z. B.

Hier ist ein kleines Sackmesser, das wollen wir einmal zeichnen!

Die Schneide oder Klinge ist da an der scharfen Seite gerade. Von der Spitze an bildet der Rücken einen länglichen Bogen abwärts. Die Seiten des Hefstes sind gerade, nur das Ende bildet einen Ringbogen, so:



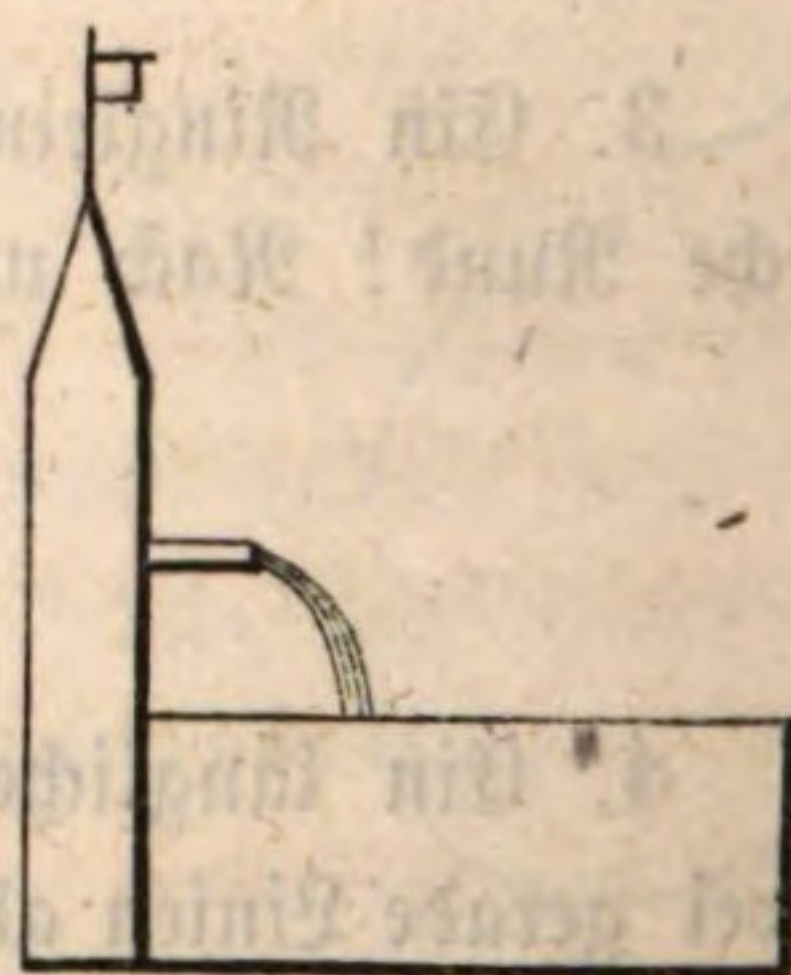
7. Seht, dieses Federrohr halte ich gerade aufrecht; wie muß man da ziehen, wenn man dasselbe zeichnen will? — Gut, und oben und unten? — Nun wollen wir das so machen!



8. Aber jetzt etwas Schweres; dort die Wanduhr! Die vordere Seite sieht aus wie bei einem Haus; in der Mitte ist das runde Zifferblatt mit den Zeigern; unten hängen die Gewichte an Schnüren und das Hin-und-her heißt ein Pendel. Also zuerst machen wir das Haus; in die Mitte den Ring mit den zwei Zeigern. Das Pendel wollen wir aber jetzt stillhalten; dann zeichnen wir es so durch diese stehende Linie mit dem runden Scheiblein unten u. s. f.



9. Den Brunnen wollen wir auch zeichnen; zuerst den Brunnenstock, oben zugespitzt und zu oberst das Fähnlein; dann den Brunnentrog durch zwei gleiche liegende Linien nach rechts und geschlossen durch eine stehende Linie; zuletzt in der Mitte des Stocks die Röhre mit dem ausfließenden Wasser in der Bogenlinie.



u. s. f. auch mit Hülfe geeigneter Wandtabellen.

Es ist natürlich, daß man von den Schülern nicht erwarten kann, daß sie diese Bilder auf den Schiefertafeln ohne Fehler zu Stande bringen; die Bilder selbst wollen und können noch nicht eigentlichen Anforderungen des Zeichnens genügen; sie sollen bloß die einfachsten Einleitungen zu demselben bilden. Die Verhältnisse einzelner Schulen lassen es kaum zu, daß der Lehrer im ersten Schuljahre fürs Zeichnen gar viel thun könne.

Zweites Schuljahr.

Vom zurückgelegten 7. bis 8. Altersjahre.

Fortsetzung der Uebungen im Zeichnen.

Wir werden von hier an keine speziellen Ausführungen hinsichtlich des Zeichnens mehr geben, sondern die weitere Fortsetzung bloß andeuten. Bis jetzt aber handelte es sich darum, zu zeigen, daß wie der Schreibunterricht, so auch der Unterricht im Zeichnen auf der ersten Elementarstufe ohne die Hülfsmittel eigentlich geometrischer Kenntnisse am natur- und sachgemähesten ertheilt werden kann. Der Schüler kann alle obigen Figuren zeichnen, ohne daß er vorher gelernt hat, was Winkel, Dreiecke, Vierecke, Fünfecke 2c. sind; überhaupt bilden die geometrischen Figuren weder den nothwendigen, noch naturgemäßen Ausgangs- und Anfangspunkt für den Elementarzeichnungsunterricht, auch ganz abgesehen davon, daß geometrische Unterscheidungen Kindern von diesem Alter eben so wenig zusagen als verständlich sind.

Dagegen ist es hier vollständig ausreichend, wenn die Kinder neben den allgemeinsten Unterscheidungen des Ortes, der Lage und der Größe verstehen, gerade und gebogene Striche annähernd richtig und ordentlich hervorzubringen, um mit diesen Zügen sowohl die Schriftbuchstaben als die einfachsten Zeichnungen auszuführen. Da nun zu den Buchstaben gebogene Züge unerläßlich sind, dieselben aber schon im ersten Schuljahre erlernt werden, so kann man sie sofort auch zu den einfachsten Zeichnungen benutzen. Die Kinder ziehen die krumme Linie ohnedieß schon aus sich selber zu ihren ersten Zeichnungen herzu und diese charakterisiren sich besonders dadurch, daß sie aus möglichst wenigen Zügen, seien diese krumm oder gerade, zusammengesetzt sind.

Im zweiten Schuljahre werden die Zeichnungen etwas zusammengesetzter und sie beginnen auch den kunstgerechten Anforderungen etwas mehr zu genügen. Wenn z. B. bei den Zeichnungen des vorigen Schuljahres gewisse Theile eines Gegenstandes, bei denen vorzüglich die Ausdehnung in die Länge hervortrat, nur durch eine einzige Linie dargestellt wurden, so mögen dieselben nun besser und richtiger durch eine geschlossene Fläche dargestellt werden. Es dürfen aber hier ebenfalls noch keine zu komplizirten Gegenstände zur Darstellung gewählt werden und die Ausführung darf nur die nothwendigsten Einzelheiten berühren, während man sich im vorigen Schuljahre mit der Begränzung oder dem Umriß eines Dinges fast ausschließlich begnügte.

So mögen auch schon früher vorgekommene Zeichnungen aufs Neue wiederholt, bei denselben aber einzelne Haupttheile noch weiter ausgeführt werden, wie z. B. beim Haus die Fenster, die Thüre, die Treppe u. s. f.

Die geometrische Vorbereitung des zweiten Schuljahres liegt nun hauptsächlich in der bestimmtern Ausprägung der Züge beim Schreiben und Zeichnen, in der regelmäßign Anordnung und Eintheilung der Formen und in der richtigern Schätzung ihrer Größenverhältnisse.

Da in vielen Schulen, die mehrere Klassen zählen, der Lehrer sich mit der zweiten Klasse nicht mehr so viel im Zeichnen beschäftigen kann, wie mit der ersten in der Darstellung der Formen zum Schreiben und Zeichnen, so sind hier geeignete Wandtabellen zur Bethätigung der Schüler im Zeichnen unerläßlich. Der Lehrer hat dann natürlich die nöthigen Vorübungen zuerst mit den Schülern vorzunehmen.

Die Tabellen zum elementaren Zeichnungsunterricht von Lehmann, die mit dessen Zeichnungsschule für die folgenden Jahresklassen einen vollständigen Unterrichtsgang bilden, enthalten sehr viel Gutes und Zweckmäßiges; nur scheinen sie etwas weit zu gehen, und manche zu schwierige Zeichnungen zu enthalten; daneben ist die besonders in der Anleitung hervortretende Richtung, auf dieser Stufe schon geometrische Resultate zu entwickeln, um dieselben beim Zeichnungsunterrichte mitzubenußen, zu tadeln. Diese Mängel können aber in der Folge leicht verbessert werden und das Ganze bleibt immer eine sehr beachtenswerthe, brauchbare Arbeit.

Drittes Schuljahr.

Vom zurückgelegten 8. bis 9. Altersjahre.

Fortsetzung der Uebungen im Zeichnen.

Es hat hier in mehrfacher Richtung ein Fortschritt zu geschehen. Die Umrisse vorliegender oder bekannter Gegenstände werden allmählig noch weiter ausgeführt. Da würde es aber zu viel Zeit erfordern, wenn der Lehrer alles vorzeichnen sollte, und Tabellen, deren Figuren etwas zusammengesetzter sind, können einer Schulklasse nicht so vorgelegt werden, daß alle einzelnen Schüler jeden Zug, wie es nothwendig ist, gehörig übersehen können. Schon die ganz einfachen Figuren der Tabellen des ersten und zweiten Schuljahres lassen sich den Schülern nicht immer so vorstellen, daß sie jedem derselben von der richtigen Seite und in der rechten Form zu Gesichte kommen.

Es sind also hier zweckmäßig geordnete Vorlegblätter in hinreichender Anzahl nothwendig, um den Schülern die Art und Weise zu zeigen, wie sie die hier passenden Zeichnungen am besten ausführen können.

Das macht die eigene Thätigkeit des Lehrers doch nicht überflüssig. Er wird einzelne Gegenstände, deren Abbildungen auf den betreffenden Vorlegblättern vorkommen, den Schülern wirklich vor die Augen führen, die Lage der einzelnen Theile betrachten, ihre Größe gegen einander vergleichen und alsdann das, was in die Darstellung fällt, in der möglichst angenäherten Form auf die Wandtafel zeichnen, worauf die Uebereinstimmung mit der Zeichnung des betreffenden Blattes nachgewiesen und die weitere Ausführung sodann den Schülern überlassen wird.

Die Hauptaufgabe dieses Schuljahres im geometrischen Vorbereitungsunterricht liegt nun besonders darin, daß der Schüler schärfer die Größenverhältnisse der Formen auffassen lerne. Es genügt hier nicht mehr, daß er die Ausdehnungen im Allgemeinen als größer oder kleiner unterscheide; er soll hier bereits darin geübt werden zu erkennen, was zweimal so groß, dreimal so groß *zc.* als eine gewisse Länge bedeutet; er soll also die Ausdehnungen nach den Begriffen der Zahl vergleichen, worin er bis jetzt bereits zum Verständniß der Vielfachen gelangt ist.

Von den wirklichen bürgerlichen Längenmaßen braucht hier noch fast gar keine Rede zu sein, noch weniger von den Flächenmaßen *zc.*

Natürlich gehört aber hieher das Eintheilen einer gewissen Länge in gleiche Theile. Hülfsmittel seien dabei erlaubt, aber der Zweck darf nicht vernachlässigt werden, den Blick des Schülers hier schon so vorzubilden, daß dieser von Auge kleinere Längen annähernd ordentlich in gleiche Theile eintheilen kann. So auch beim Vergleichen von Längen.

Die Vorlegblätter haben diesen Zweck besonders zu erleichtern; es kommen Figuren vor, deren Ausführung hauptsächlich auf der gleichartigen Anordnung und der Eintheilung nach gleichen Stücken beruht. Diese Uebungen sind schon ziemlich schwierig und wir würden sie nicht schon in einem frühern, jedenfalls nicht im ersten Schuljahre vornehmen. Viel leichter kann der Schüler schon im ersten Schuljahre eine krumme Linie ziehen als seine Züge nach gleichen Verhältnissen eintheilen und abmessen.

Eine weitere Vorübung für die Geometrie wird die sein, daß der Schüler einzelne Zeichnungen auch so ausführen lerne, daß er die einzelnen

Linien doppelt so lang als auf der Vorlage macht, dann auch wieder halb so lang u. s. f.

Ueberdieß soll hier der Schüler angeleitet werden, verschiedene Seitenansichten eines einfachen Gegenstandes zu zeichnen. Er zählt, wie viele Hauptseiten am Gegenstande zu unterscheiden seien, ebenso zählt er auch die Ecken.

Der Schüler wird bis jetzt schon oft in die Verlegenheit gekommen sein, daß er die dritte Ausdehnung eines Gegenstandes auf seiner Zeichnung nicht, oder nicht gehörig berücksichtigen konnte. Wenn er hier nun hauptsächlich noch bei platten Bildern verweilen muß, so wird die allseitigere Betrachtung der Gegenstände ihn doch zum unmittelbaren Bewußtsein der dritten Ausdehnung bringen. Dieß ist ebenfalls eine Hauptvorbereitung für den geometrischen Unterricht, der mit dem nächsten Schuljahre beginnt.

Bei diesem ganzen Zeichnungsunterrichte soll es also der Schüler nie mit eigentlich geometrischen Gebilden zu thun haben. Die Figuren, die er macht, sind ihm alle Bilder wirklicher, bekannter Gegenstände, und die Erkenntniß des geometrischen Gebildes, als Gegenstand der Abstraktion, soll ihm erst auf der nächsten Schulstufe erschlossen werden. Der Uebergang wird dem Schüler durch diese Vorbereitung leichter, ohne diese wird es oft manchen Schülern der Realabtheilung noch schwer, sich beim geometrischen Gebilde vom materiellen zu trennen.

Ein letzter Fortschritt dieses Schuljahres für die geometrische Vorbereitung bildet endlich noch die größere Genauigkeit und Reinheit, womit hier die Züge beim Schönschreiben und Zeichnen ausgebildet werden.

Zum Uebergange dürfte es nicht schaden, bisweilen eine einfache Zeichnung auch mit Bleistift ausführen zu lassen.

Schlußbemerkung zur zweiten Abtheilung.

Obwohl auf der nächsten Schulstufe die Richtungen des Zeichnens und der Geometrie besonders auseinandergehalten werden, so hört das Zeichnen dennoch nicht auf, in einer innern Verbindung mit der Geometrie zu stehen und es üben beide auf einander ihren gegenseitigen Einfluß aus. Das Zeichnen unterstützt die Geometrie besonders von der mechanisch technischen und die Geometrie das Zeichnen besonders von der begründend konstruktiven Seite. Die Geometrie erhält die überwiegendere

Macht der Kombination des Verstandes und wirkt sonach unterstützend in allen Gebieten mit, in denen die Größenvergleichung eine Hauptrolle spielt; das Zeichnen dagegen stützt sich vorzüglich auf die Thätigkeit der Phantasie und wirkt so zunächst als Kunstbildungsmittel, dann aber allerdings auch für technische Zwecke.

Auf der nächsten Schulstufe müssen wir den bloßen Zeichnungsunterricht größtentheils ganz verlassen, um das geometrische Gebiet nach seiner Stellung im Organismus der Unterrichtsfächer der Volksschule im Zusammenhange durchzuarbeiten.

Dritte Abtheilung.

Beginn des geometrischen Unterrichts

auf der zweiten Schulstufe, oder der ersten Realabtheilung.

Vom zurückgelegten 9. bis und mit dem 12. Altersjahre.

I. Viertes Schuljahr.

(Vom zurückgelegten 9. bis 10. Altersjahre.)

§ 11.

Aufgabe.

Bewußte Bildung der Raumelemente und abbildliche Darstellung derselben. Verbindung der Linien durch Messung; einfaches praktisches Längenmessen durch die gesetzlichen Längenmaße. Verbindung von Linien durch Drehung; Winkel und damit zusammenhängende Konstruktionen und Messungen.

§ 12.

Die Raumelemente.

Durch die Uebungen der Elementarschule haben die Schüler bereits in sich mehr oder weniger reine Vorstellungen von den Raumelementen unmittelbar, d. h. durch einfache Anschauung und Uebung, ohne Hülfe irgend welcher Definition gebildet; die meisten werden bei sich unterscheiden zwischen Linie (Strich, Zug) und dem Gegenstand (dem Körper) selbst, ebenso zwischen Punkt und Linie und Fläche (am Boden, an der Wand, an der Seite).

Nun aber handelt es sich zunächst darum, diese Vorstellungen zum bestimmten Bewußtsein zu bringen, d. h. der Schüler soll die Merkmale oder die Eigenschaften, welche die Fläche vor dem Körper, die Linie vor der Fläche 2c. unterscheiden, nicht bloß dunkel vermuthen, sondern wissen. Es ist dieß ein Schritt vorwärts in der Abstraktion, der gehörig eingeleitet ein sehr leichter, allmäliger und naturgemäßer ist. Dabei muß man

sich aber vor allen Subtilitäten hüten; es ist ein großer Fehler, wenn Manche meinen, die Schüler hätten diese Begriffe hier schon so perfekt aufzufassen, wie es der Mathematiker thut, das wäre eine Absurdität. Hier so wenig wie anderwärts sind solche Sprünge möglich. Im Gegentheil haben sich im Verlaufe des Unterrichtes jene Begriffe stets noch zu läutern, zu schärfen, zu vervollständigen. Wenn z. B. der Schüler nach und nach die Gebilde kennen lernt, die sich in der Fläche, insbesondere der ebenen konstruiren lassen, so wird er nicht allein im geometrischen Bildungstoffe weiter geführt, sondern er lernt zugleich jene Elemente Fläche und Linie immer wieder reiner und schärfer auffassen.

Wir sagen dieses ausdrücklich, um einzelne Lehrer von der Meinung abzulenken, als müßten auf dieser Stufe dem Schüler mit einem Male jene Begriffe schon in der Reinheit beigebracht werden, wie sie dieselben selbst inne haben. Es handelt sich beim Bildungsgange um eine fortwährende Läuterung, ja der Lehrer selbst würde jene Elemente bei weiterem Studium immer noch schärfer und allgemeiner auffassen*; so daß er sich leicht überzeugen kann, daß auch beim kleinen Schüler ein reinstes und vollkommenstes Erwerbnis mit einem Schlage nicht möglich ist.

Wir würden also gar nie den Versuch machen, dem Schüler auf dieser Stufe zu allererst schon den Begriff eines rein mathematischen oder geometrischen Körpers (als eines von allen Seiten begränzten Raumes ohne jede materielle Ausfüllung) beizubringen. Man gehe vom physischen Körper auch hier wieder aus und mache den Schüler auf die Begränzung dieses Körpers aufmerksam und zwar besonders auch dadurch, daß man durch Abschneidung von Stücken diese Begränzung verändert. Ist so der Blick des Schülers auf das aufmerksam gemacht, was das Aeußere eines Körpers bildet, d. i. das, worin er von seiner Umgebung abgegränzt oder abgeschnitten ist, so nenne man dieses Aeußere oder diese Begränzung die Oberfläche und deren einzelne Theile die Flächen des Körpers. Die Eigenschaften der Flächen, ihre Begränzung, die Linien und ihre Eigen-

* Jeder kann an sich selber diese Erfahrung machen, wenn er von der gewöhnlichen Elementargeometrie zur abstrakteren rechnenden gelangt. Niemand wird läugnen, daß derjenige, der sich Fläche und Linie und ihre Verbindungen auch unter dem Ausdrucke analytischer Gleichungen zu denken vermag, jene eben auch wieder um so allgemeiner und geläuterter auffasse, als früher auf dem Standpunkte der ersten Elementargeometrie.

schaften ergeben sich hierauf ohne Schwierigkeit. Dabei ist es durchaus noch gleichgültig, ob der eine Schüler sich die Fläche nur in Verbindung mit einem wirklichen Körper, oder ob ein anderer geweckterer Schüler sich dieselbe vom Konkreten abgezogen schon als abstraktes Ding vorstellen könne. Das Erstere genügt vollständig und der Lehrer bleibe daher nur bei diesem Erstern.

Die spezielle Manier der Entwicklung kann der Lehrer in Uebereinstimmung mit den allgemeinen methodischen Grundsätzen bald so, bald anders gestalten. Die folgenden Uebungen sollen nur als einzelne Beispiele nicht als strikte Norm gelten.

Nr. 1. Körper und Flächen.

Der Lehrer legt mancherlei für den Unterricht geeignete Körper vor die Schüler, besonders auch solche, von denen er leicht einzelne Stücke abbrechen oder wegschneiden kann. Alsdann läßt er sie durch die Schüler betrachten, läßt gleichartige und ungleichartige Körper angeben, ihre Form bezeichnen, auf verschiedenartige Größenverhältnisse zc. Rücksicht nehmen, Ecken und Seiten zählen u. s. f. Dieß bloß zur Repetition dessen, was die Schüler schon in der Elementarschule aus dem Anschauungsunterrichte gelernt haben. Dann als Fortsetzung z. B.:

Hier ist ein Körper (etwa ein Stück von einer Rübe oder einer Kartoffel zc.), von dem ich leicht beliebige Stücke wegschneiden kann.

Welche Form hat dieses Stück? Es ist rundlich, — eckig, — zugespitzt (je nach seinem wirklichen Aussehen).

Nun seht, hier schneide ich eine Ecke weg. Seht ihr den Abschnitt, den ich da gemacht habe?

Wie ist dieser Schnitt hier am großen Stück? — (Er ist grad und glatt. — So hat man diese Eigenschaft schon in der Elementarschule genannt.)

Ich will noch mehr solche Stücke abschneiden. (Der Lehrer macht die Schnitte so, daß ungefähr eine Würfelform entsteht.)

Ist jetzt das Körperstück auch noch so wie im Anfange? — Nein, es ist kleiner, ist nicht mehr rundlich (oder walzenförmig oder zugespitzt zc.), es hat glatte Seiten und sieht aus wie ein Würfel.

Gut, durch das Abschneiden der Stücke habe ich seine Gestalt, sein ganzes Aeußeres verändert.

(So noch ein Beispiel einer andern beliebigen Formveränderung nur nicht zu weitläufig, damit das Ziel bald erreicht wird.)

Nun seht Schüler! Allemal, wenn man von einem Körper Stücke wegschneidet, so wird dadurch sein Aeußeres verändert, er bekommt eine andere Begränzung.

Jetzt merkt, diese äußerste Begränzung des Körpers nennt man seine Oberfläche!

Was ist also die Oberfläche eines Körpers?

Gut, das Aeußerste (oder die Begränzung) rings um denselben.*

Oder auch das, worin er von seiner Umgebung abgegränzt oder abgeschnitten ist zc.

(Der Lehrer weist nun den Schülern Körpermodelle mit verschieden geformter Oberfläche vor, siehe die Abbildungen von Körperformen in Uebung 1 des ersten Heftes der geometrischen Aufgabensammlung**) z. B.:

Hier sind Körper mit ganz verschiedenen Oberflächen. Bei diesem ersten (ein Tetraeder) bemerkt man vier Haupttheile der Oberfläche; man nennt dieselben einzelne Flächen; da sind drei solche Flächen an den Seiten und eine unten am Boden. Man nennt die erstern deshalb auch Seitenflächen und die untere Bodenfläche (Grundfläche).

Hier stelle ich euch einen zweiten Körper (einen Würfel) vor. Wie viele Seitenflächen hat der? — Und da zu oberst ist noch eine Fläche, das ist die Deckfläche. Wie viele Flächen hat dieser Körper im Ganzen? — U. s. f. mit einer Reihe eben begränzter Körper.

* Wir nehmen diese Antwort, wie wir sie einmal von einem Schüler der dritten Elementarklasse hörten, nachdem wir auf einem etwas andern aber ebenfalls anschaulichen Wege auf die Bedeutung der „Oberfläche“ hingeleitet und hierauf von den Schülern manche ganz bezeichnende Antwort erhalten hatten. Einer sagte nämlich zuletzt: „D'Oberfläche ist das z'usserst z'ringelum.“

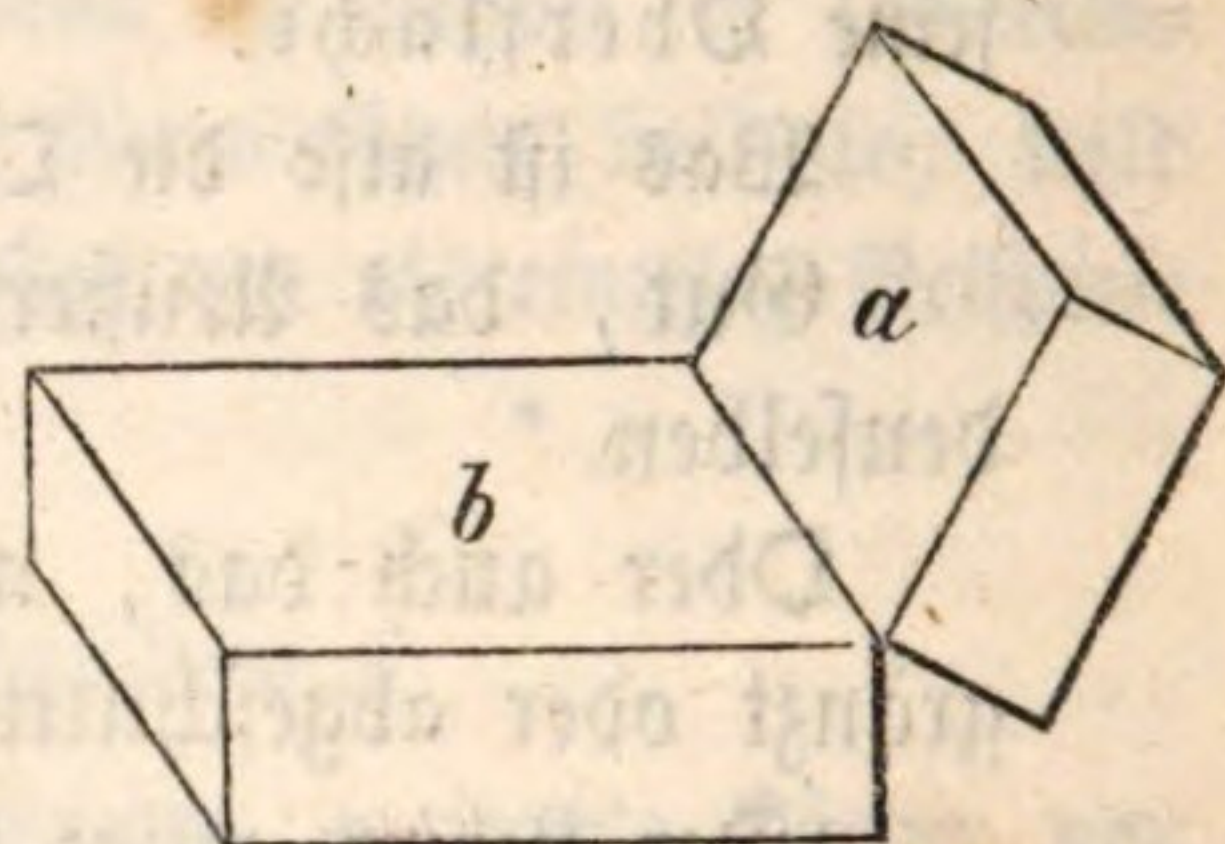
Eine solche allgemeine Auffassung genügt für den Anfang vollständig. Wir halten es nicht für zweckmäßig, wenn man sich hier zu weit einlassen und zu lange verweilen will; man kommt leicht auf Abwege. So hörten wir schon die „Oberfläche“ als abzuschälende oder abzuziehende Haut den Kindern vorführen zc.

** Im Staatsverlag der obligatorischen Lehrmittel für die zürcherische Volksschule und zu haben beim Kantonschulverwalter in Zürich.

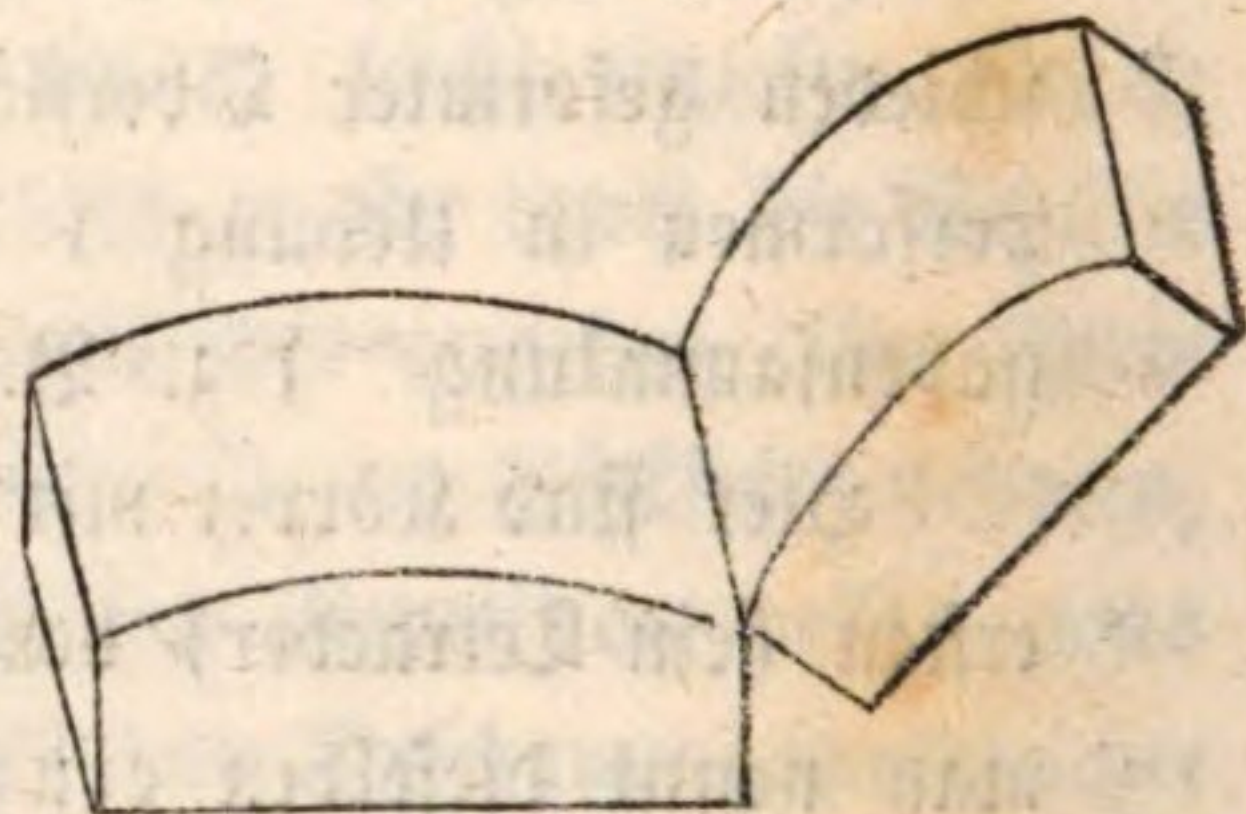
Hierauf:

Wir haben bis jetzt lauter Körper mit solchen Flächen betrachtet, die grad und glatt waren; man nennt diese Flächen auch eben, ebene Flächen.

Man kann leicht wissen, wann eine Fläche eben ist oder nicht. Seht, wenn ich an diesem Körper ein beliebiges Stück abschneide und diese Fläche des abgeschnittenen Stückes (siehe a in nebenstehender Figur) auf diese (siehe b) umlege, so ist eine jede eben, falls sie vollständig an einander passen oder in einander fallen.



Wenn aber ein Theil einer Fläche so umgelegt nicht in dieselbe paßt (oder nicht mit derselben zusammenfallen kann) so ist diese Fläche uneben, krumm. Wie hier:



(Wenn der Lehrer nicht gleich solche Formen von Holz bei der Hand hat, so kann er, was fast noch vorzuziehen ist, sich dieselben aus einer Rübe schnell zurechtschneiden. Zur Veranschaulichung der nämlichen Eigenschaften kann man etwa auch eine Ecke von einem festen, ebenen, dann von einem unebenen Blatt Papier umfalten. Dann Vorweisung etwa von Kugel, Walze, Kegel.)

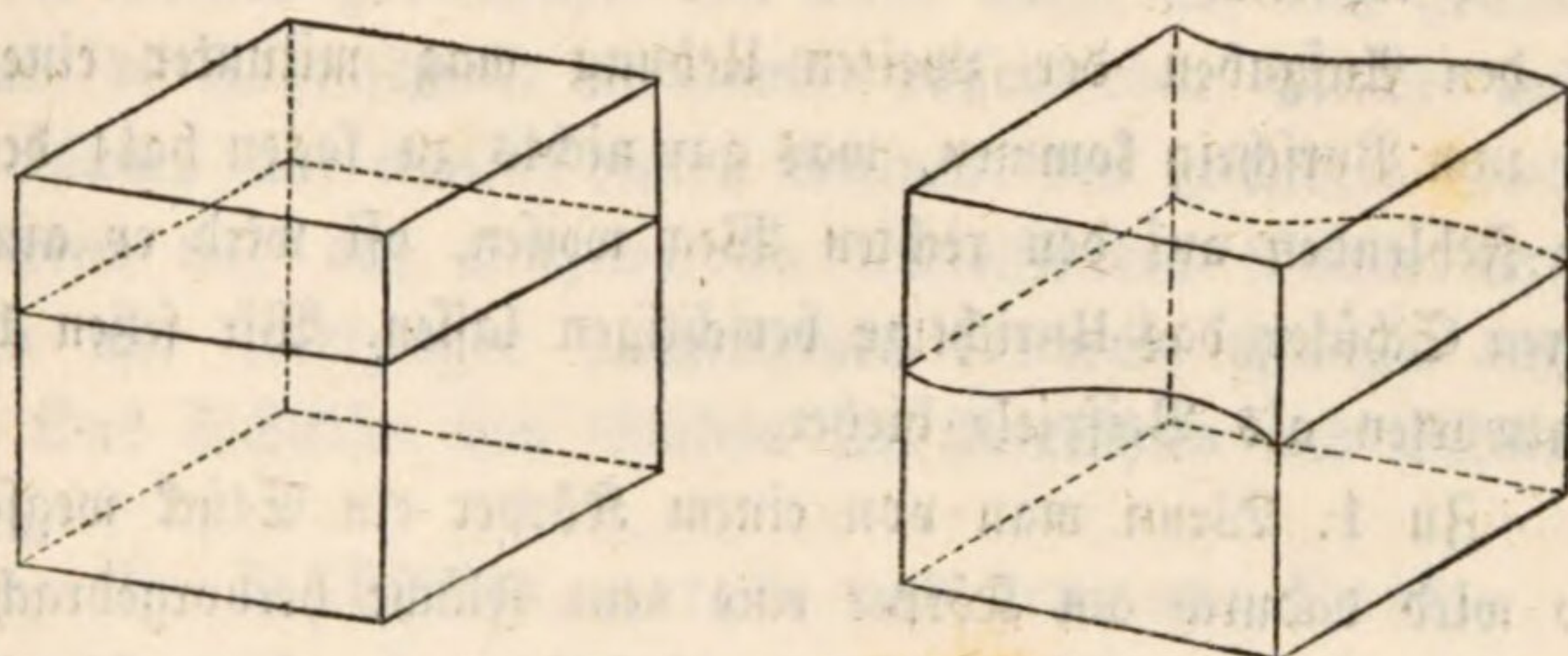
Weil die Flächen (ebene wie krumme) die äußerste Begrenzung der Körper bilden, so sagt man, die Flächen sind nicht dick, sie haben keine Dicke, und dieß ist die Eigenschaft, welche alle Flächen zum Unterschiede von den Körpern haben, welche sämmtlich Dicke besitzen. Beispiele:

Alle Dinge unserer Umgebung sind wirkliche (materielle) Körper, das dünnste Blatt Papier besitzt noch Dicke, ist also nicht eine bloße Fläche; viele Blätter zusammen können ein dickes Buch bilden u. s. f.

Anmerkung: Wir halten es nicht für nöthig, und im ersten Entwicklungsgange nicht für ganz angemessen, die Fläche den Schülern als abgesondertes, vom Körper getrenntes, abstraktes Ding vorzuführen. Glaubt ein Lehrer bei einer an Fähigkeiten und Kenntnissen vorgerückteren Klasse weiter gehen zu können, so mag er im Einzelnen etwas einläßlicher sein und z. B. die Eigenschaft der

Flächen, daß sie keine Dicke haben und so bloß etwas Gedachtes sind, den Schülern auf folgende anschauliche Weise noch mehr zum Bewußtsein bringen:

Er durchschneidet einen Körper durch einen ebenen oder krummen Schnitt (noch besser ist's wenn solche Formen aus Holz genau gearbeitet hiezu benutzt werden können).



Der erste Körper ist eben durchschnitten. Wenn man das obere Stück abhebt, so zeigt sich da eine ebene Gränzfläche. Der zweite Körper ist krumm durchschnitten. Wird das obere Stück hier weggenommen, so sieht man da eine krumme Fläche. Auf einandergelegt fügen sich aber bei beiden Körpern die Schnittstücke genau aneinander an; das feinste Papier durchgeschoben, würde dieselben von einander trennen, es wäre noch zu dick; die Schnittfläche läßt aber beide Stücke in vollständiger Berührung, sie hat also gar keine Dicke.

Die fragliche Eigenschaft macht sich so dem Schüler sehr fühlbar, indessen ist, wie schon gesagt, diese Hinweisung hier noch leicht entbehrlich.

Nr. 2. Aufgaben über Körper und Flächen.

Erst jetzt werden die Schüler die Aufgabensammlung vorzunehmen und die Aufgaben über Körper und Flächen bis zu Übung 4 zu lösen haben. Ohne eine vorausgegangene Lektion durch den Lehrer wäre aber der Gebrauch der Aufgabensammlung nicht der rechte. Damit der Lehrer aber nicht bei jeder Aufgabe dem Schüler erklärend und helfend zur Seite stehen muß, sind eben die Hauptgesichtspunkte, auf die sich die Aufgaben beziehen, in der Lektion ins Auge zu fassen. Dessenungeachtet wird nicht jede Aufgabe richtig gelöst werden. Das hat aber nichts zu sagen, denn das Fehlen gehört auch zum Lernen. Die Aufgaben der ersten Übung des Heftes I. der Aufgabensammlung bieten dem Schüler fast keine Schwierigkeiten. Aufgabe 7 dieser Übung verlangt, daß den Schülern die dort abgebildeten Körperformen wirklich vorgelegt seien; so wird es ihnen

nicht schwer fallen, die Zahl und die Art der einzelnen Gränzflächen anzugeben.

Die einzelnen Aufgaben mögen bald schriftlich, bald mündlich gelöst werden; kurze bestimmte Antworten ohne minutiöse Genauigkeit sind vorzugsweise zu erzielen.

Bei den Aufgaben der zweiten Uebung mag mitunter eine falsche Antwort zum Vorschein kommen, was gar nichts zu sagen hat; der Lehrer wird die Fehlenden auf den rechten Weg weisen, oft wird er auch durch die besseren Schüler das Unrichtige berichtigen lassen. Wir setzen bloß ein paar Antworten als Beispiele hieher.

Zu 1. Wenn man von einem Körper ein Stück wegschneidet, so wird dadurch am Körper eine neue Fläche hervorgebracht.

Zu 2. Ein Würfel ist von 6 Flächen begränzt, schneidet man bloß eine Ecke ab, so wird der übrige Theil von 7 Flächen begränzt sein.

Man kann den Würfel auch so entzweischneiden, daß jedes der Stücke noch von 5 Flächen begränzt ist (3 Seitenflächen, 1 Grundfläche, und 1 Deckfläche). Den Schnitt quer durch 4 einander gegenüberstehende Ecken gerichtet!

Schneidet man aber vom Würfel ein plattenförmiges Stück ab, so wird auch der übrigbleibende Theil noch von 6 Flächen begränzt sein.

Zu 3 und 4. Wenn man je ein Stück einer Fläche in sie so umlegen kann, daß beide ganz in einanderfallen, so ist die Fläche eben. Wenn dieses Zusammenfallen aber nicht möglich ist, so ist die Fläche krumm oder uneben. Wenn eine Ecke von einem ebenen festen Blatt Papier umgefaltet (ein „Dhr“ gemacht) wird, so wird dieselbe genau wieder ins Blatt passen, bei einem unebenen oder krummen Blatt aber nicht. U. s. f.

Die Aufgaben in Uebung 3 mögen am besten mündlich behandelt werden, entweder unter Leitung des Lehrers oder eines ältern Schülers, der die Sache versteht. Der Lehrer kann hieraus ersehen, ob die Schüler im Leben schon mit aufmerksamem Auge auf die Form der Flächen geachtet haben, die einzelne Handwerker an Gegenständen ihrer Berufsthätigkeit hervorzubringen haben. Beispiele, auf die man verweisen kann:

Maurer und Steinhauer untersuchen mit der schmalen, aber langen Seitenfläche eines Rechtscheites, ob eine Fläche eben sei oder nicht. Der Maurer

ebnet den Bestich an einer Mauer, indem er mit einem ebenen Brettchen den weichen Kalkwurf gleichmäßig bestreicht. Der Schreiner macht mittelst des ebenen Hobels ein unebenes Brett eben, das Messer schneidet die Unebenheiten weg, bis die ebene Grundfläche des Hobels an die frische Fläche des Brettes gut anpaßt. Der Rüfer macht auf dem großen ebenen Fügbaume die Fugenschnitte der Dauben passend eben. Metall- und Steinplatten können auf ebenen harten Steinen eben geschliffen werden; auf eingewölbten und auf ausgewölbten Schleifsteinen können verschiedenen Geräthen und Werkzeugen entsprechende krumme Flächen angeschliffen werden. Das Schleifen von Gläsern für Fernröhren und Brillen re.

Nr. 3. Linien, gerade und krumme; Punkt.

Erste Lektion.

Die Lektion, die der Lehrer hier voraus zu geben hat, kann eben so kurz, oder noch kürzer sein, als die Lektion in Nr. 1.

Der Lehrer zeigt den Schülern an den frühern Körperformen, daß, wo zwei ebene Flächen zusammenstoßen, ein gerader Durchschnitt, eine gerade Kante entsteht. Diese Kante stellt eine gerade Linie dar.

Jedes Stück einer geraden Linie paßt, von beliebiger Seite in sie umgelegt, ganz in dieselbe. (Eigenschaft, durch die später das Lineal geprüft werden soll.)

Findet dieses Zusammenpassen oder Ineinanderfallen nicht Statt, so ist die Linie eine krumme.

Verschiedene Beispiele der einen und der andern Art an Körperstücken! Durchschnitte von Papierstücken!

Die Kanten der Körper stellen die Gränzlinien der Fläche dar. Eine Fläche kann dadurch verschiedenartig begränzt werden, daß man von ihr beliebige Stücke wegschneidet. (Anschauliche Beispiele wie bei den Körperformen.) Man sagt also: die Gränzen der Flächen sind Linien, und diese dehnen sich als äußerste Enden der Flächen nur in die **Länge** aus; sie sind nicht dick und nicht breit.

(Wünscht der Lehrer eine handgreiflichere Nachweisung dieser Eigenschaft zu geben, so kann er dieß durch die Schnittstücke einer Fläche thun, die gerad- oder krummlinig durchschnitten wurde und deren Schnittstücke sich in der Schnittlinie allenthalben unmittelbar berühren. Das Ganze also ähnlich wie oben in Hinsicht auf die Eigenschaft der Flächen.)

Wenn von einer Linie irgend ein Stück abgeschnitten wird, so ist das Ende jedes Stücks ein Punkt.

Was entsteht da, wo zwei Linien zusammentreffen oder sich durchschneiden?

Was stellen die Ecken an einem Körper dar?

Wie in der gleichen Ecke mehrere Kanten zusammentreffen können, so können auch mehrere Linien sich im gleichen Punkte durchschneiden.

Der Punkt als Gränze oder Ende der Linie hat keine Ausdehnung; er ist nicht dick, nicht breit und nicht lang.

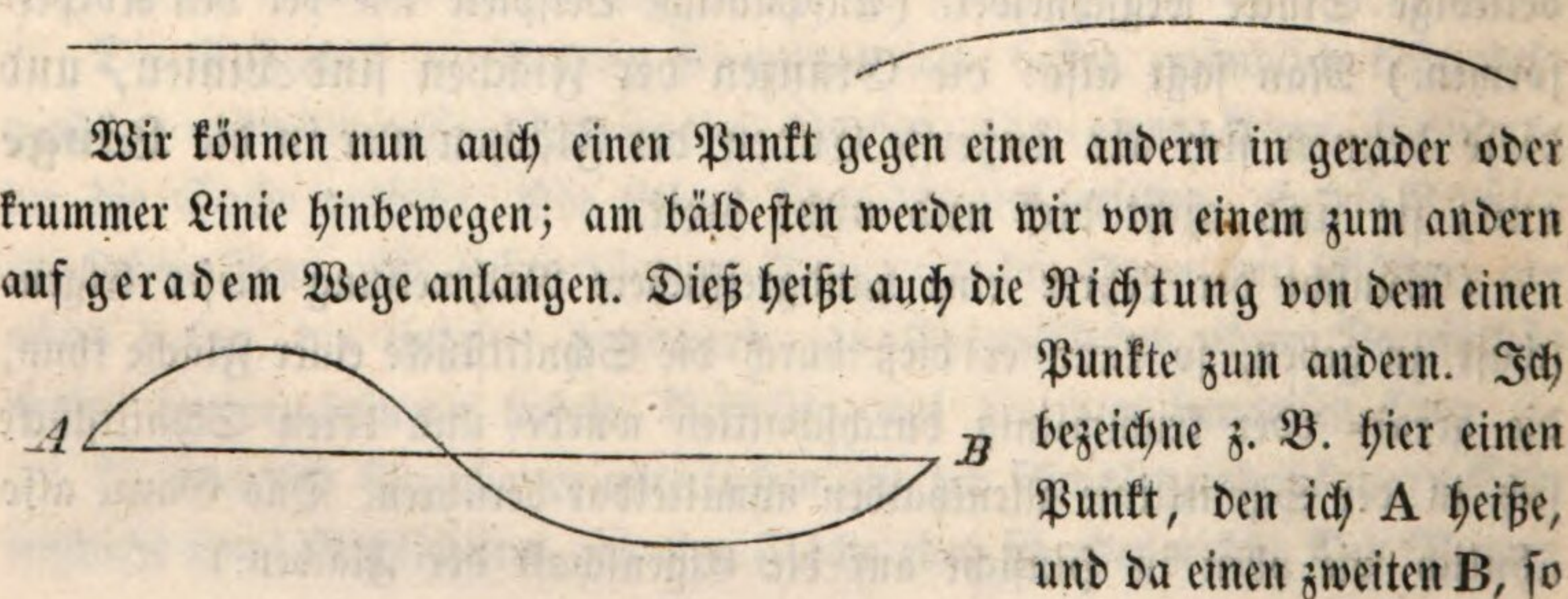
Man kann allenthalben in einer Linie Punkte annehmen, weil man sie allenthalben durchschneiden und begränzen kann. Ebenso können allenthalben in einer Fläche, in einem Körper Punkte angenommen werden.

Zweite Lektion.

Lehrer: Wie ihr schon in den vorigen Uebungen gesehen habt, werden Punkte, Linien, Flächen, Körper auch abbildlich dargestellt. Ich mache mit der Spitze der Kreide ein Tüpfchen an die Wandtafel, das soll ein Zeichen für einen Punkt sein. Wenn ich von diesem Tüpfchen an die Kreidenspitze vorwärts bewege, so können wir uns auch vorstellen, der Punkt, den das Tüpfchen bezeichnet, werde vorwärts geschoben. Der Weg, den der Punkt hierbei durchläuft, ist eine Linie und das Zeichen für dieselbe ist der Strich, den die Kreidespitze macht. So!

Eine gerade, wie eine krumme Linie kann also auch durch einen sich bewegenden Punkt hervorgebracht (erzeugt oder beschrieben) werden.

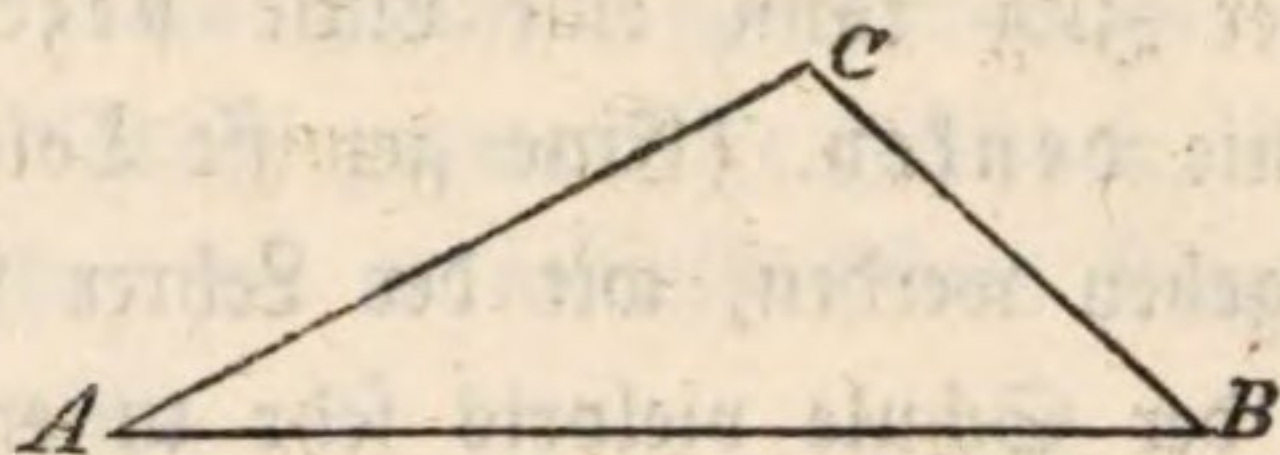
Man zeichnet oder zieht eine gerade Linie auf dem Papier oder auf der Tafel am besten, wenn man die Spitze des abfärbenden oder zeichnenden Stifts längs einer geraden Kante hinbewegt. Führt man mit dem Stift längs einer krummen Kante hin, so zeichnet derselbe eine krumme Linie! Der Lehrer macht beides sorgfältig vor:



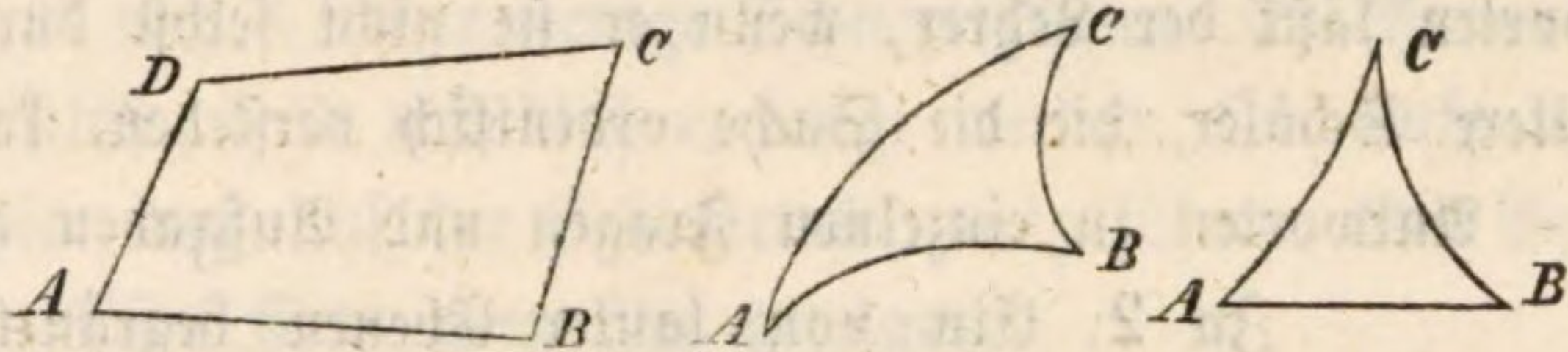
Wir können nun auch einen Punkt gegen einen andern in gerader oder krummer Linie hinbewegen; am baldesten werden wir von einem zum andern auf geradem Wege anlangen. Dieß heißt auch die Richtung von dem einen Punkte zum andern. Ich bezeichne z. B. hier einen Punkt, den ich A heiße, und da einen zweiten B, so

ist der Weg einer geraden Linie von A nach B kürzer als jede andere krumme. Der Lehrer zieht zwei solche Linien.

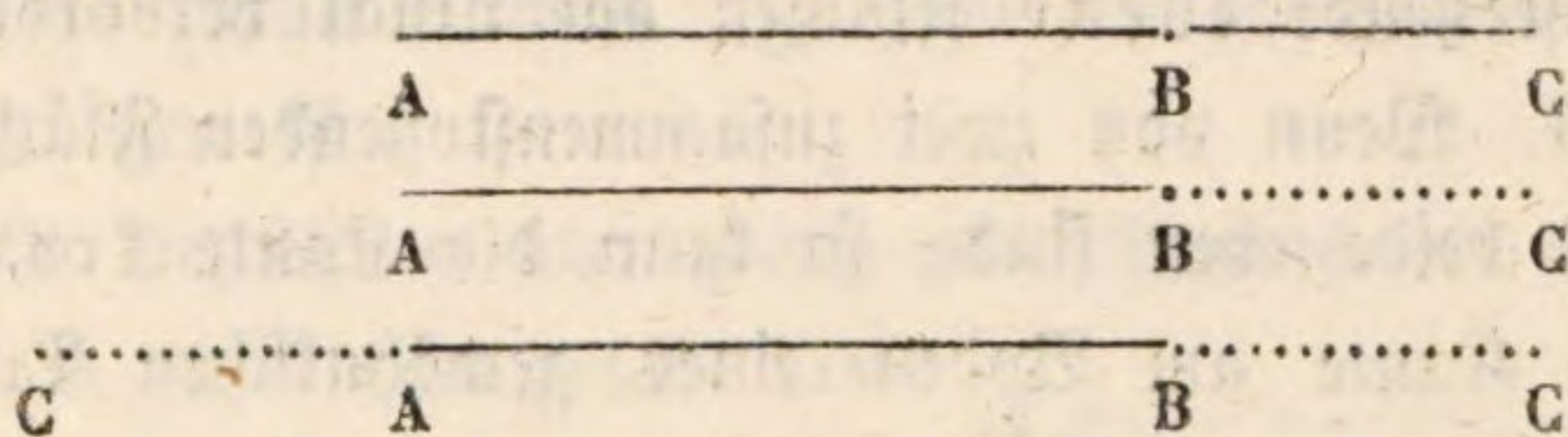
Mit geraden und krummen Linien können wir auch wieder beliebige Stücke von Flächen umziehen oder umgränzen. Ich ziehe z. B. von einem Punkt A zu einem zweiten B eine gerade Linie, dann von B zu einem dritten C wieder eine solche und endlich von C zu A eine dritte; so:



So kann man mit vier, fünf und mehr geraden Linien ein Stück einer Fläche umziehen. Ebenso mit krummen Linien, sowie auch mit krummen und geraden gemischt. Der Lehrer zeichnet solche Figuren vor.



Ebenso lehrt er hier noch das genaue Verlängern einer geraden Linie vorwärts und rückwärts ausgezogen und punktirt.



Nr. 4. Aufgaben über Linien und Punkte.

Nach der ersten Lektion in Nr. 3 können die Aufgaben in Uebung 4 und der größere Theil der Aufgaben von Uebung 5 der Aufgabensammlung I. Hest gelöst werden. Nach der zweiten Lektion in voriger Nr. 3 folgen die übrigen Aufgaben bis und mit Uebung 8 des I. Hestes.

Anmerkungen zu diesen Aufgaben:

Die Fragen in Uebung 4 werden die Schüler nach der Lektion fast alle ordentlich beantworten können. Die Uebung eignet sich am besten zur schriftlichen Lösung auf der Schiefertafel. Es ist ganz recht, wenn auf einzelne Fragen auch verschiedenartige Antworten erfolgen.

Wenn z. B. auf die Frage: Als was kann eine Linie angesehen werden? geantwortet wird: „Eine Linie kann man als die Gränze einer Fläche, oder als den Durchschnitt einer Fläche durch eine Fläche oder als die Kante an einem Körper, oder (später noch) als den Weg oder die Bahn eines sich bewegenden Punktes betrachten“; so wird der Lehrer wohl leicht darauf hinweisen können, wie dieß Alles auf das Nämliche

hinausläuft. Wenn sogar ein Schüler sagen würde: die Linie sei ein Strich oder Zug auf dem Blatt, oder der Tafel, oder dem Boden 2c., so würde der Lehrer auch eine derartige Antwort nicht ungerne anhören, obwohl sie nicht ganz richtig ist; er würde bloß berichtigen: jener Strich oder Zug kann eine Linie bezeichnen, man kann sich darunter eine Linie denken. (Eine gewisse Toleranz gegen Antworten, die nicht gerade gegeben werden, wie der Lehrer sie gerne haben möchte, wäre überhaupt in der Schule vielorts sehr zu empfehlen.)

Die übrigen Fragen der Uebung 4 sind für den Schüler nach der vorausgegangenen Lektion leicht zu beantworten. Die schriftlichen Antworten läßt der Lehrer, wenn er sie nicht selbst durchgehen kann, durch ältere Schüler, die die Sache ordentlich verstehen, corrigiren.

Antworten zu einzelnen Fragen und Aufgaben aus Uebung 5:

Zu 2. Ein von lauter Ebenen begränktes Lineal muß gerade Kanten haben. Der Schreiner, der ein solches verfertigt, sorgt bloß dafür, daß er mittelst des Füghobels je zwei und zwei zusammenstoßende ebene Flächen am Lineal hervorbringt.

Zu 3. Wenn von zwei zusammenstoßenden Flächen eines Körpers nicht beide eben sind, so kann die Kante krumm sein, wie z. B. die Kante am Boden eines gewöhnlichen Trinkglases; die Kante kann aber auch gerade sein, z. B. einzelne Kanten an Thüren, Fenstern, am Gefäße 2c., wo oft schmale krumme Flächen mit ebenen zusammenstoßen.

Zu 6. Ein ebenes Blatt Papier schön zusammengefaltet erhält eine gerade Falte (Kante) aus gleichem Grunde, nach welchem die Kante zweier zusammenstoßenden ebenen Flächen gerade wird.

Da so viele Schulkinder ihre Papiere sehr unordentlich falten und zusammenlegen, so ist eine geeignete dießfällige Hinweisung durch den Lehrer hier ganz am Platze.

Zu 7 und 8. Nach allen Seiten in einer Ebene sind gerade Linien möglich, weil eine Ebene durch eine zweite nach beliebiger Richtung durchschnitten werden kann. Deßwegen kann man auch eine ebene Fläche prüfen, wenn man bloß untersucht, ob eine gerade Kante nach allen Seiten in die Fläche paßt. Schreiner, Zimmerleute, Maurer, Steinhauer, u. s. f. machen etwa mittelst der geraden Kante eines langen Rechtscheites hievon Gebrauch.

Zu 9. Mit einem angespannten Faden oder einer angespannten

Schnur kann man die Richtung einer geraden Linie andeuten. Gärtner, Maurer, Zimmerleute u. s. w. machen Anwendung hievon.

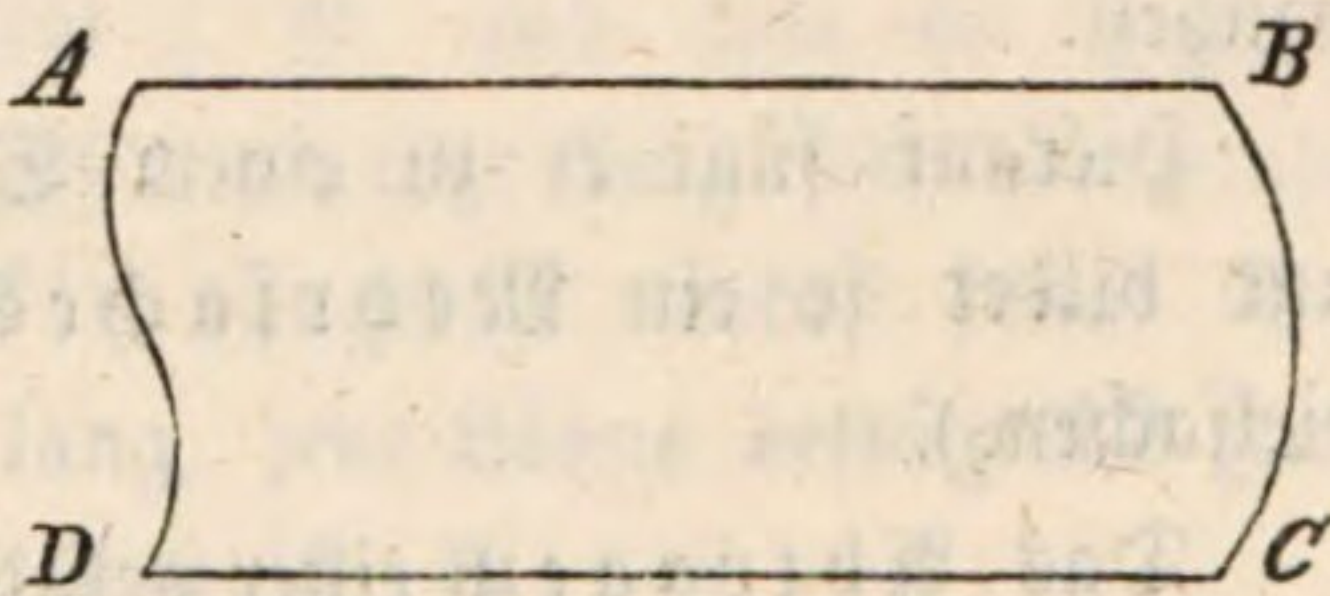
Bei 11. wird der Lehrer gut thun, wenn er selbst einmal vorzeigt, wie die Prüfung eines Lineals genau vorzunehmen ist. Es ist von Wichtigkeit für das nachfolgende geometrische Zeichnen, daß der Schüler zu untersuchen verstehe, ob er mittelst seines Lineals gerade Linien ziehen könne oder nicht.

Bei 13. wird besonders auch darauf geachtet, daß die Schüler ihre Hefte ordentlich liniren lernen.

Die Uebungen 6, 7 und 8 bieten wenige Schwierigkeiten. Die Antworten mögen bald schriftlich, bald mündlich verlangt werden. Die Aufgaben zum Zeichnen sind hier noch auf der Schiefertafel auszuführen. Ein Beispiel wie dieselben zu lösen sind, mag hier genügen.

Uebung 8. 4. g.: Ein Punkt bewege sich in gerader Linie von A zu B, dann in krummer Linie zu C, dann in gerader zu D, und hierauf in krummer Linie zurück nach A. Zeichnet ein Flächenstück, das von solchen Linien umzogen ist.

Die Schüler bezeichnen hier zuerst vier Punkte wie A B C D; dann ziehen sie von A zu B eine gerade Linie mittelst des Lineals, von B zu C eine beliebige krumm, dann von C zu D wieder wie zuerst eine gerade und endlich von D zu A eine beliebige krumme.



Nr. 5. Prüfende Fragen und Aufgaben über den ganzen ersten Abschnitt des geometrischen Unterrichts, d. i. über die Auffassung und abbildliche Darstellung der Raumelemente.

Der Lehrer wird gut thun, bevor er einen neuen Abschnitt beginnt, noch einmal durch eine kleine Prüfung sich zu überzeugen, ob die Schüler die Hauptpunkte des bis jetzt Behandelten aufgefaßt haben. Er wird hierbei je nach der Zeit, die er für den Gegenstand verwenden kann, kürzer oder einläßlicher verfahren, so wie er es überhaupt auch bei der Behandlung der Aufgaben des Lehrmittels gleichfalls halten kann. Bei beschränkter Zeit mag er manche Aufgaben, die weniger wichtig sind, weglassen, während dieselben ein anderer Lehrer unter günstigeren Verhältnissen vielleicht gerne lösen läßt.

Fragen und Aufgaben über Körper, Flächen, Linien, Punkte und deren Darstellung finden sich genug im Lehrmittel, so daß hier keine Beispiele weiter nöthig sind; indessen kann der Lehrer dieselben umformen und mehr oder mindern, wie er es für zweckmäßig findet.

§ 13.

Verbindung von Linien durch Messung. Das Messen gerader Linien, und die gesetzlichen Längenmaße.

Nr. 1. Kurzer Inhalt der hierüber zu gebenden Lektionen.

Der Lehrer wird hier zunächst eine Lektion zur Entwicklung des Begriffs „Längenmessen“ geben. Dabei wird er bei den Schülern die Kenntniß der vier Zählformen an ganzen Zahlen voraussetzen. Er zeigt zuerst, daß, wenn man an das Ende einer begrenzten geraden Linie noch ein gerades Stück Linie in der Verlängerung anfügt, man eine Linie hat, die so groß ist, wie die beiden Stücke zusammen. Dieses Hinzufügen entspricht dem Zusammenzählen im Rechnen, mit dem Unterschiede, daß man beim letztern eine bestimmte Einheit im Auge hat, aus der man sich die Summe bildet, während dieß beim erstern nicht gerade nöthig ist; man hat da die Gesamtheit, das Ganze, ohne Rücksicht auf eine gewisse Einheit.

Hierauf fügt er zu einem Stück Linie ein gleiches wiederholt hinzu und bildet so ein Mehrfaches einer Länge. (Analog wie beim Vielfachen.)

Das Abtragen einer geraden Linie auf eine andere hängt mit dem Wegnehmen, Wegzählen, zusammen. Geschieht dieses Abtragen wiederholt in aufeinanderfolgenden gleichen Stücken, so kann dabei untersucht werden, wie oft das abgetragene Stück in der zu Grunde liegenden Linie enthalten sei, d. h. von derselben weggenommen werden könne. Eine **Linie** oder eine **Länge** messen, heißt sonach untersuchen, wie oft in ihr eine bestimmte (gegebene) gerade Linie enthalten sei. Diese letztere wird das Maß für die erstere, das **Längenmaß**, auch die **Einheit** genannt, durch welche man die erstere ausdrückt.

Dieses Maß kann als solches zunächst in jeder beliebigen Größe angenommen werden. Im bürgerlichen Leben wendet man jedoch bestimmte, gesetzliche Maße an, damit jeder Einzelne die Messungsergebnisse oder die Messungsangaben des Andern verstehen und von der bezeichneten Größe eine richtige Vorstellung erlangen kann. Irrungen,

Täuschungen, Uebervortheilungen 2c. werden hiedurch soviel wie möglich verhindert.

Bevor nun der Lehrer zu den gesetzlichen Längenmaßen übergeht, zeigt er noch die Theilung der geraden Linie in gleiche Theile. Diese Theilung geschieht zunächst durch Versuch und allmälige Verbesserung des angenommenen Theils. (Siehe Uebung 11, Heft I. der geometrischen Aufgabensammlung.)

In einer besondern Lektion führt nun der Lehrer den Schülern die einfachern landesgesetzlichen Längenmaße im Zusammenhange vor. Wir betrachten hier für unsern nähern Zweck nur die neuschweizerischen Längenmaße.* (Das ganze Maß- und Gewichtssystem wird auf der folgenden Schulstufe [Ergänzungsschule] in Betrachtung fallen.)

Der Lehrer weist den Schülern den neuen Schweizerfuß in einem eben so langen Fußstabe vor. Der Zweck ist zunächst der, daß sich die Schüler diese Länge mit einiger Sicherheit merken. Wenn eine Zählrahme, die in jeder Reihe 10 zöllige Würfel hat, schon in den frühern Klassen gebraucht wurde, so werden sich die Schüler die Länge des Fußes wie die des Zolles schon lange eingeprägt haben.

Ein Messungsbeispiel, das der Lehrer selbst vornimmt, wird indessen in jedem Falle am Platze sein. Er mißt z. B. und läßt die Schüler zählen, wie manchmal die Länge des Fußes an eine Kante der Wandtafel oder an eine Längenkante der Schulbank 2c. angelegt werden kann. Da heißt es dann: diese Kante ist 5 Fuß lang, jene Länge beträgt 12 Fuß und noch ein Stück, das kleiner als 1 Fuß ist. U. s. f.

Zur Messung der Längen, die kleiner als 1 Fuß sind, theilt man diesen in 10 gleiche Theile, wovon ein jeder Theil 1 Zoll genannt wird. (Ausführung: zuerst Theilung in 2 gleiche Theile, wovon jeder nachher noch in 5 gleiche getheilt wird.) Hierauf Messung kleinerer Längen durch den Zoll. Endlich Theilung des Zolls in seine 10 Linien, und entsprechende Messungen, die sich für das kleine Maß am besten auf dem Papier eignen.

So führt der Lehrer noch auf einer Meßlatte die Länge von 1 Ruthe = 10 Fuß vor und macht auch damit entsprechende Mes-

* Natürlich wird jeder Lehrer die in seinem Lande gesetzlichen Maße erklären und durch diese das Messen lehren.

lungsbeispiele, so daß endlich die Schüler den Zusammenhang folgender Maße in Wirklichkeit aufgefaßt haben:

Linien	Zoll	Fuß	Ruthe
10'''	= 1'' 10''	= 1' 10'	= 1°

Daß diese Maße ähnlich aus einander gebildet werden, wie bei den Zahlen aus den Einern die Zehner, Hunderter, Tausender etc., hierauf braucht der Lehrer wohl bloß hinzudeuten. Wie diese Verwandtschaft sich im Rechnen macht, zeigt er durch ein paar Zahlenbeispiele:

1345''' machen 1° 3' 4'' 5'''. — Warum?

7213''' machen 7° 2' 1'' 3'''. — Warum?

Umgekehrt sind 2° 7' 8'' = 278''

90 9' 7'' 3''' = 9973''' u. s. f.

Um den Schülern die Nothwendigkeit verschieden großer Längenmaße, die in einem leicht zu behaltenden Verhältnisse zu einander stehen, noch fühlbarer zu machen, kann man sie eine und dieselbe Länge nach verschiedenen Längeneinheiten sich vorstellen und dieselbe auch darstellen lassen. Z. B. Lehrer:

Wie groß ist eine Ruthe?

Deute eine solche (aus bloßer Vorstellung) an einer Länge im Schulzimmer an.

Könnt ihr euch nun eine Länge von 3 Ruthen vorstellen?

Wer kann diese Länge annähernd richtig andeuten?

Wie viele Zolle machen 3 Ruthen?

Wenn man euch nun gleich Anfangs gesagt hätte: denkt euch eine Länge aus 300 Zollen, hättet ihr euch dieselbe mit der gleichen Sicherheit vorstellen oder sie gar aus 300 einzelnen Zollen mit gleicher Richtigkeit abtragen können wie die 3 Ruthen?

Die 3 Ruthen sind aber auch 3000 Linien. Sich eine Länge aus 3000 einzelnen Linien in Gedanken zusammensetzen, hält schon sehr schwer. Eine große Länge stellt man sich also leichter durch die größeren Maßeinheiten, eine kleine natürlich leichter durch die kleinen Maße vor, u. s. f. In allen Fällen ist aber nothwendig, den Zusammenhang dieser Maßeinheiten genau zu wissen.

Zum Schlusse macht der Lehrer die Schüler noch mit den üblichen

Längenmaßen: Elle = 2 Fuß, Stab = 4 Fuß, Klafter = 6 Fuß 2c. bekannt. Die Maßstäbe und die Meßruthe sind den Schülern in der Schule auf geeignete Weise dauernd zu Gesichte zu bringen und bei den nachfolgenden Uebungen sollen sie besonders auch ordentlich dieselben handhaben lernen.

Nr. 2. Aufgaben übers Längenmessen.

Zu diesen Aufgaben hat der Schüler durchaus einen ordentlichen Zirkel nothwendig, so wie auch der Lehrer zu einzelnen Darstellungen in den vorigen Lektionen ebenfalls eines größern Zirkels bedarf.

(Wir wiederholen, daß es durchaus wünschbar ist, daß die Schulpflegen diese Zirkel sammt den nöthigen Einsätzen, so wie die nöthige Anzahl Equerren zum späteren geometrischen Zeichnungsunterricht anschaffen; der einzelne Schüler schafft gewöhnlich nichts Brauchbares an und hat doch mehr Auslagen, als solche sich auf dem angedeuteten Wege verhältnißmäßig für die Schulkasse ergeben. Zudem ist, wenn das Opfer einmal gebracht, auf viele Jahre für das Bedürfniß in sehr wohlfeiler Weise gesorgt, indem die einzelnen Schulklassen nach einander von den gleichen Instrumenten Gebrauch machen können.)

Die Uebung 9 im I. Hefte der geometrischen Aufgabensammlung ist für die Schüler sehr leicht. Die zu zeichnenden Längen werden in einem besonderen Hefte, „Hest für geometrische Aufgaben“, mit Bleistift gezogen. Beispiele:

Zu 4. Zieht eine Linie, die 4 Mal so groß als eine gegebene Linie AB oder $= 4 AB$ ist.

Der Schüler zeichnet eine Gerade A ————— B,
und hierauf C ————— D,
und schreibt dazu $CD = 4 AB$.

Zu 9. Es sind zwei verschiedene Gerade AB und CD und dann eine dritte EF zu ziehen, die so groß ist als $2 AB + 3 CD$.

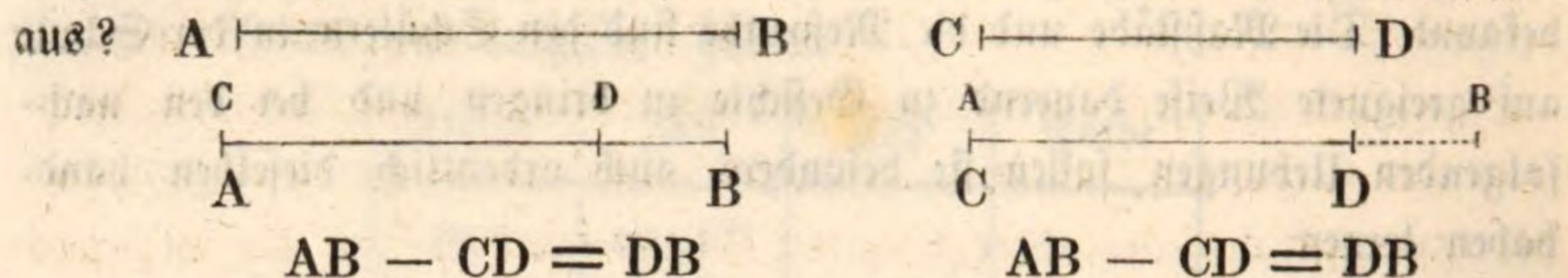
Der Schüler zieht A ————— B und C ————— D
und hierauf E ————— F
und schreibt $EF = 2 AB + 3 CD$.

Bei Fragen, die sich auf die gemachten Zeichnungen beziehen, können die Antworten gleich ebenfalls ins Hest geschrieben werden.

Aus Uebung 10.

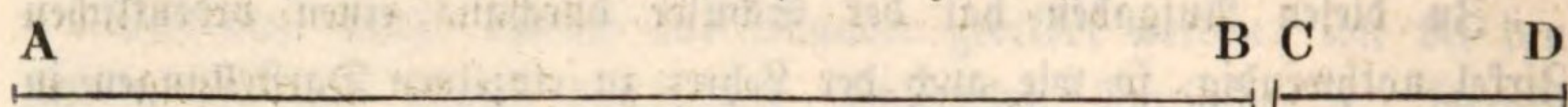
Zu 1 und 2. Ziehst zwei ungleiche Linien AB und CD und

traget dann je die eine auf die andere; wie fällt der Unterschied aus?

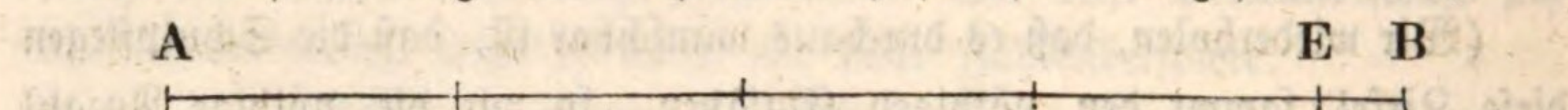


Der Unterschied fällt auf beide Arten gleich aus.

Zu 4. Sei die Linie AB durch CD zu messen:



Der Schüler trägt CD auf AB ab, so oft es angeht, nämlich:



und schreibt darunter:

Man kann CD 4 Mal von AB wegnehmen, dann bleibt noch EB.

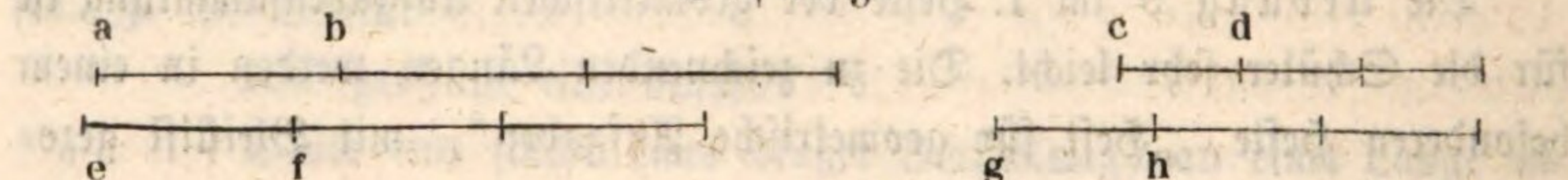
$$\text{Oder } AB = 4 CD + EB$$

„ $AB : CD = 4$, und es bleibt der Rest EB.

Aus Uebung 11.

Zu 7. Theilt durch Versuch jede der folgenden Linien, die genau nachzuzeichnen sind, in 3 gleiche Theile.

Lösung:



Die erste = 3 ab; die zweite = 3 cd;

die dritte = 3 ef; die vierte = 3 gh.

Die Uebungen 12, 13 und 14 haben nun gar keine Schwierigkeiten.

Daß alle Schüler den halben Fuß in die 5 Zolle und den ersten Zoll in die 10 Linien theilen und sich so einen Fußstab konstruiren, ist zu ihrer eigenen Uebung nothwendig. Wenn aber der Eine oder Andere noch einen genauern nicht selbst gefertigten Maßstab besitzt, so mag er denselben zur genauern Abtragung der Maße insbesondere benutzen.

Zur Messung und Abtragung größerer Längen auf der Wandtafel und dem Zimmerboden mögen auch die Meßruthe, das Klafter, die Elle benutzt werden.

Die Zeichnungsaufgaben in Uebung 14 sind alle nach dem eingetheilten Fußstabe zu machen.

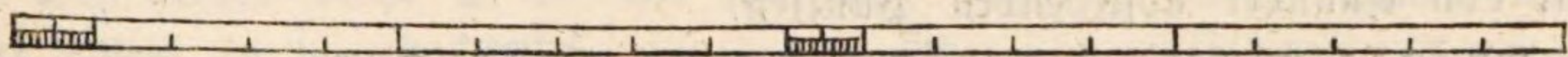
Uebung 15.

Zu 1. Die Bezeichnung der Uebungen unter 1.: a. b. c. d. e. f. ist

nur für den Lehrer da; er wird daraus je nach Zeit und Verhältnissen das Nothwendige ausführen. Wichtig ist es unbedingt, daß die Schüler auch im Messen und Schätzen von größeren Längen außerhalb des Schulzimmers geübt werden.

Zunächst werden gerade wagrecht liegende Linien zur Messung ausgewählt. Dieselbe geschieht im Anfange durch Maßstäbe und Meßstangen; der Lehrer läßt besonders darauf achten, daß dieselben genau an einandergefügt und in der rechten Richtung angelegt werden. Wenn die Schüler für dieselbe Länge nach wiederholter ungleich ausgeführter Messung dasselbe Messungsergebnis finden, so sind sie genau verfahren.

Zwei gleich lange Meßstangen, von denen die erste jedesmal wieder ans Ende der zweiten in der gleichen Richtung angefügt wird, bis die



zu messende Länge wenigstens bis auf einen Rest, der kleiner ist, als eine der Stangen, durchlaufen ist, leisten gute Dienste.

Um durch Schritte zu messen, müssen die Schüler angeleitet werden, dieselben vorerst zu messen. Auf einem ebenen Platze können zu diesem Ende hin auf einer geraden Linie vom Anfangspunkte aus Längen von 40', 50', 60', 70', 80' u. s. f. bezeichnet werden. Ein Schüler geht vom Anfangspunkte aus in natürlichem Schritte vorwärts und zählt die Schritte, die er machen muß, bis er einmal ziemlich genau mit einem der Theilungspunkte zusammentrifft. Er findet z. B., daß er in 30 Schritten die Länge von 60' durchlaufen hat, alsdann ist es für ihn noch Sache der Rechnung zu finden, wie viele Fuße er bei einer andern Anzahl von Schritten durchläuft.

Natürlich kann hier noch nicht viel geleistet werden, weil die Schüler dieser Klasse im Rechnen noch nicht gar weit sind; es handelt sich da also bloß um einen leichten Anfang, von dem aus später der Schüler auch aus sich selber weiter gehen kann. Allein schon dieser kleine Anfang hat für den Schüler viel Anregendes.

Daß sich jenes Verhältniß der Schritte bei ihm in einigen Jahren ändern kann, wird er leicht merken. Indessen kommt man bei spätern Messungen im Freien wieder darauf zurück.

Noch wichtiger als das Borige ist die Uebung des Blickes im Schätzen von Entfernungen. Wiederholte Uebung auf verschiedenem Platze leistet hierin das Meiste. Im Anfange werden die Schüler oft fehlschießen; nach

und nach, besonders in Verbindung mit dem wirklichen Messen werden sie mit mehr Sicherheit treffen.

Man gehe zuerst natürlich von kürzeren Distanzen aus. Die Schüler können mit ziemlicher Sicherheit die Länge eines Fußes, einer Ruthe angeben; man lasse sie Längen von 2, 3, 4, 5 Ruthen angeben, bis sie es ordentlich treffen; alsdann lasse man sie 50 oder 50' (die gewöhnliche Länge einer Meßkette) als Ganzes wiederholen u. s. f. bis einige Uebung erzielt ist. Dann umgekehrt: Schätzen von beliebig anzunehmenden kürzeren Distanzen.

Es werden z. B. zwei Ziele in nicht gar zu weiter Entfernung gesteckt, worauf alsdann die Schüler deren Entfernung in Fuß, Klaftern, Ruthen 2c. schätzen. Dann Entfernungen zwischen beliebigen nicht allzuweit von einander abstehenden Punkten.

Alle diese Meßübungen im Freien haben für die Schüler um so mehr Reiz, als sie fast in gleicher Weise wie freie Turnübungen betrieben werden können.

Eine ebenfalls gute Uebung ist die Absteckung von Linien nach bestimmter Richtung und deren Eintheilung in mehrere gleiche Theile u. s. f.

Hat man z. B. eine Linie abgesteckt, oder ist sie sonst irgendwie bezeichnet, und man soll dieselbe in 3 gleiche Theile theilen, so kann man sie etwa zunächst ausmessen, von dem Ergebnis den dritten Theil nehmen und diesen 3 Mal auf die Linie abzutragen suchen. Wäre die Linie z. B. 105' 7'' lang, so hätte man $105' 7'' : 3 = 35' 2'' 3'''$ (der Rest kann nun füglich vernachlässigt werden). Dieses Ergebnis sucht man 3 Mal auf die ausgesteckte Länge abzutragen.

Oder auch dasselbe auf einem andern Wege!

Endlich mögen die Umfänge einzelner Grundstücke gemessen werden. Kommen krumme Gränzlinien vor, so sucht man sie sorgfältig in kleinere Stücke zu zerlegen, die von geraden Linien nicht merklich abweichen.

Es versteht sich wohl von selbst, daß bei allen diesen Uebungen gar nicht weit gegangen werden kann; dazu würden die Lehrer auch keine Zeit finden. Wo aber hierin gar nichts geschieht, geschieht doch wohl zu wenig. Man findet mit Recht etwa Zeit, ein harmloses Spiel mit den Schülern zu treiben; die obigen Uebungen halten die Mitte zwischen Spiel und Ernst und wären so auch bloß zur Abwechslung schon empfehlenswerth.

§ 14.

Verbindung von Linien durch Umdrehung. Winkel und damit zusammenhängende Konstruktionen und Messungen.

Nr. I. Lektionen.*

Der vorliegende Theil ist einer der wichtigsten im entwickelnd geometrischen Lehrstoffe; er ist aber zugleich auch für die Schüler einer der anziehendsten.

Die erste Lektion wird sich wohl am besten darauf beziehen, dem Schüler auf geeignete Weise zur Anschauung zu bringen, was man eine Umdrehung, eine Kreislinie, einen Kreis nennt, wie man Umdrehung und Kreislinie theilen und so beliebige Winkel bilden kann.

Erste Lektion.

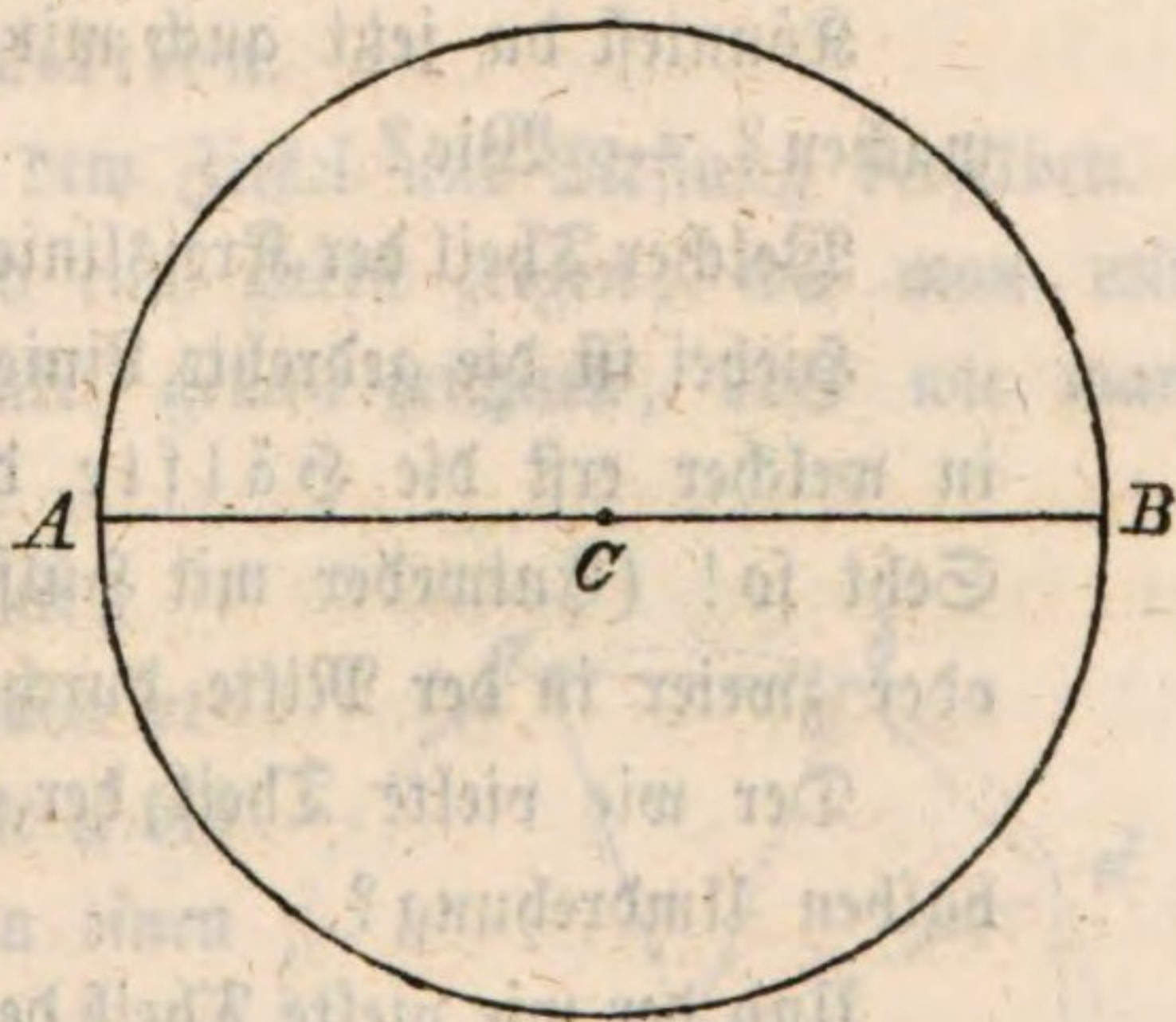
Der Lehrer dreht z. B. ein schmales, ziemlich langes Lineal um seine Mitte in der Tafelfläche ein ganzes Mal um (d. h. so, daß jeder Endpunkt desselben eine volle Kreislinie, deren Durchmesser gleich der Länge des Lineals ist, beschreibt). Hierauf:

Seht Schüler, ich habe das Lineal um seine Mitte ein ganzes Mal umgedreht. — Wir könnten uns statt des Lineals auch eine gerade Linie in der ebenen Fläche so gedreht denken, und dieß würde man dann auch eine ganze Umdrehung der geraden Linie heißen.

Habt ihr bemerkt, was für einen Weg oder was für eine Linie die Endpunkte durchlaufen, eine gerade oder eine krumme?

Statt um die Mitte, kann man auch um einen andern Punkt umdrehen, z. B. um einen Endpunkt. (Er dreht das Lineal um das eine Ende herum und bewegt mit dem andern die Spitze der Kreide auf der Tafelfläche fort.) —

Was für einen Weg macht das andere Ende? — Ja, diese



* Der Lehrer kann aus einer der Lektionen, wie sie hier in der Anleitung nur zur Aufführung des Hauptinhaltes immer gegeben sind, natürlich auch zwei oder drei machen. Ueberhaupt wird er abtheilen und abgränzen oder auch zusammenziehen, je nach seinen besonderen Verhältnissen.

krumme Linie rings um den Drehungspunkt, das ist eine Kreislinie.

Das Flächenstück, das von der Kreislinie umgeben ist, wird Kreis genannt.

Dies hier heißt der Mittelpunkt, wir wollen ihn mit C bezeichnen und die Länge der um C gedrehten geraden Linie mit AC.

Warum heißt der Punkt C wohl der Mittelpunkt? — Gut, weil alle Punkte der Kreislinie von C gleich weit, nämlich um AC abstehen, denn so hat man ja die Kreislinie gemacht.

Endlich nennt man noch AC einen Halbmesser und das Doppelte davon in gerader Linie, wie AB, Durchmesser. Warum wohl die Namen Halbmesser und Durchmesser?

Seht, eine Kreislinie kann ich auch mit einer Schnur und der Kreide ziehen! So. —

Aber am allerbesten geht das mit dem Zirkel. — So.

Hier muß man sich aber den herumlaufenden Halbmesser bloß denken und zwar von einer Zirkelspitze zur andern (Abstand der Zirkelspitzen gleich Zirkelöffnung). Kannst du nun an der Tafel auch eine Kreislinie mit diesem Zirkel ziehen? — Und nun einen Halbmesser? — Einen Durchmesser? — Gibt es noch viele? — Wie lang sind sie? (Maßstabzirkel mit einer Seitenspitze und verschiebbarem Kreidehalter.)

Was für eine Drehung macht der Halbmesser, wenn man mit ihm einen Kreis beschreibt? — Gut, eine ganze Umdrehung.

Könntest du jetzt auch mit dem Zirkel eine halbe Umdrehung machen? — Wie?

Welcher Theil der Kreislinie deutet also die halbe Umdrehung an?

Hierbei ist die gedrehte Linie auch einmal in die Lage gekommen, in welcher erst die Hälfte der halben Umdrehung gemacht war. Seht so! (Entweder mit Hülfe des Zirkels oder eines Stäbchens, oder zweier in der Mitte durch einen Stift verbundenen Stäbchen.)

Der wie vierte Theil der Umdrehung ist wohl die Hälfte der halben Umdrehung?

Und der wie vierte Theil der Kreislinie deutet diese Drehung an?

Wie stark habe ich hier diese Linie gedreht, wenn das eine Ende derselben den dritten, achten Theil einer ganzen Kreislinie beschreibt?

Nun merkt euch: durch jede solche Drehung bildet man einen **Winkel**.

Mache ich eine ganze Umdrehung, so kann man das einen vollen Winkel nennen. Eine halbe Umdrehung macht den gestreckten oder flachen Winkel. Seht so! (Der Lehrer macht dieselben mit Lineal, Schnur oder Zirkel.)

Der vierte Theil der ganzen Umdrehung bildet aber den rechten Winkel, das ist der merkwürdigste und wichtigste aller Winkel.

Ich will euch denselben noch ein Mal sorgfältig an der Tafel vormachen. (Der Lehrer thut es.)

Die Linie in ihrer ersten Lage und die Linie in ihrer letzten Lage, wo man zu drehen aufhört, nennt man auch die Schenkel des Winkels.

Hier beim rechten Winkel heißen diese Linien oder diese Schenkel auf einander senkrecht.

Wann sind also zwei gerade Linien auf einander senkrecht?

Wenn wir eine Drehung machen, die weniger als eine Viertelsumdrehung beträgt, so heißt ein solcher Winkel ein spitzer. Seht so!

Hierauf der stumpfe Winkel: mehr als ein rechter und weniger als ein gestreckter, der erhabene: mehr als ein gestreckter u. s. f.

Der Lehrer läßt alle diese Winkel anschaulich entstehen, gibt die nöthige Anleitung zum freien Zeichnen derselben und zur Benennung durch Buchstaben.

Die Schüler ziehen von Aug rechte, spitze, stumpfe Winkel an die Wandtafel und suchen solche auch an Gegenständen im Schulzimmer auf.

Zweite Lektion.

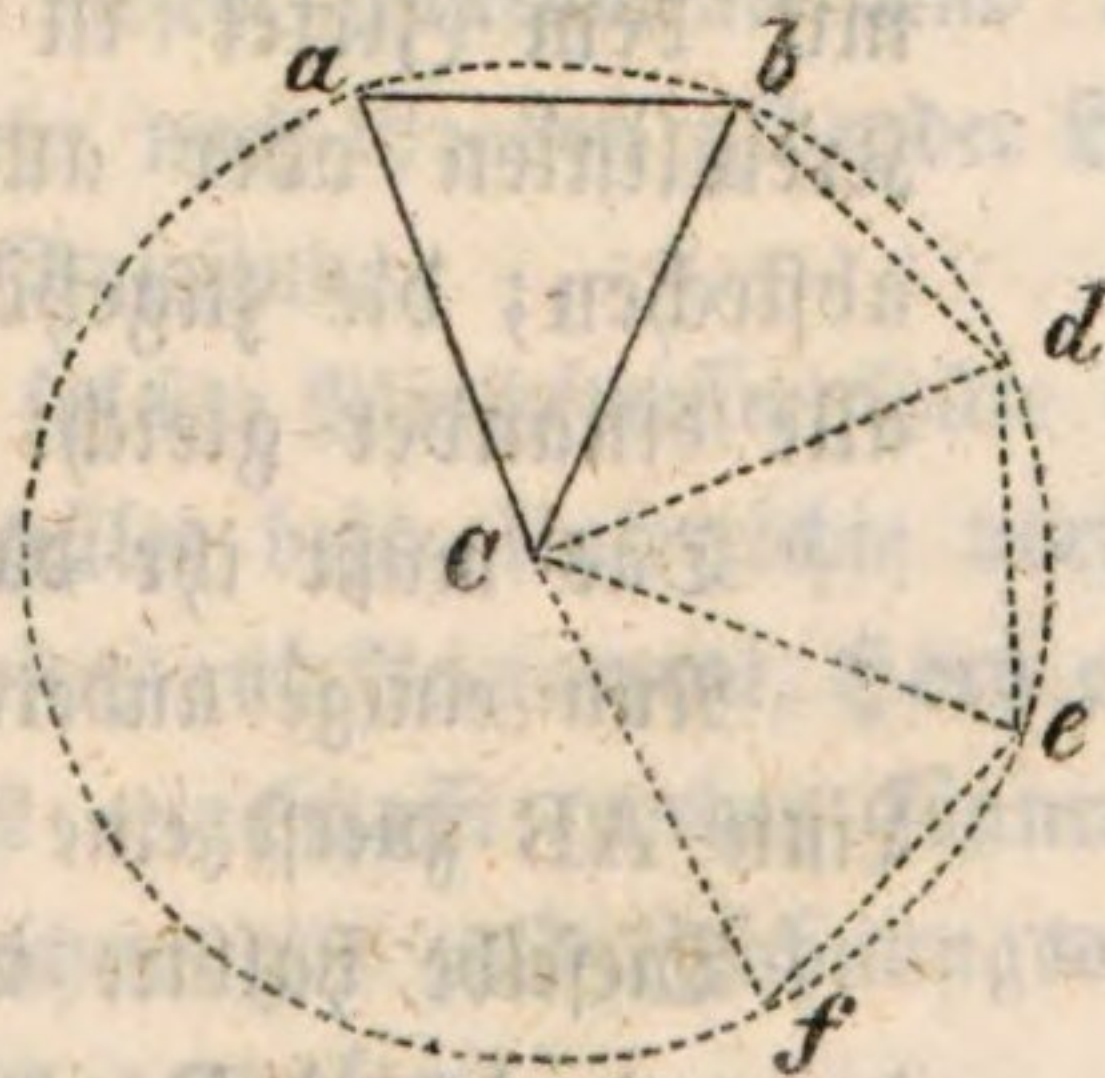
Genauere Zeichnung der Winkel mit dem Zirkel und Messung derselben.

Der Lehrer: Nun will ich euch zuerst zeigen, wie man mit Hülfe des Zirkels gleiche Winkel genau zeichnen, oder wie man auch sagt, konstruiren kann.

Ich ziehe hier eine Kreislinie:

Von derselben nehme ich einen beliebigen Theil, etwa vom Punkte a bis zum Punkt b; das heißt man einen Kreisbogen und die gerade Linie von a bis b seine Sehne.

Dieser Bogen deutet den Winkel aCb oder die Größe der Drehung des Halbmessers aC (nach rechts) bis zum



Halbmesser bC an. (Er macht mit dem Lineal diese Drehung.)
 Wäre der Bogen ab der achte Theil der Kreislinie, wie groß wäre
 dann der Winkel aCb ?

Gut, der achte Theil des vollen Winkels, oder der vierte
 Theil eines gestreckten (oder flachen) Winkels oder die Hälfte
 eines rechten.

Um nun von bC an genau noch eine solche Drehung anzudeuten,
 könnte man sich auch das Stück aCb (Kreisausschnitt) ausgeschnit-
 ten und dann um C gedreht denken.

(Der Lehrer hat einen solchen Kreisausschnitt aus etwas festem
 Papier schon bereit und dreht denselben um den Punkt C weiter
 bis auf bCd u. s. f., um den Schülern zu zeigen, daß der Bo-
 gen ab so immer in der Kreislinie fortlaufen muß, weil ja alle
 Punkte desselben vom Mittelpunkt gleich weit entfernt sind.)

Nun seht Schüler, wie sich beim Umdrehen des Ausschnittes
 der Bogen ab auf bd angelegt, also legt sich auch mit dem-
 selben stets eine gleich große Sehne wie ab an, und umgekehrt;
 es ist nämlich $bd = ab$; $de = ab$ u. s. f. Man kann daher ganz
 einfach, um gleiche Bogen in der Kreislinie oder gleiche Drehungen
 anzudeuten, nur gleiche Sehnen mit dem Zirkel abtragen. Seht
 so! (Der Lehrer thut es.)

Welche Winkel sind jetzt also einander gleich?

Gut, die Winkel, aCb , bCd , dCe , eCf u. s. f.

Warum? — Antwort: Weil bei jedem durch die gleiche Sehne
 ein gleich großer Bogen, also auch eine gleich große Drehung an-
 gedeutet ist.

Wir wollen uns also den Satz merken:

Um genau gleiche Winkel zu zeichnen kann man nur
 mit dem Zirkel in einer Kreislinie (oder in gleich großen
 Kreislinien oder auf den Bogen derselben) gleiche Sehnen
 abstecken; die zugehörigen Winkel am Mittelpunkt sind dann
 alle einander gleich.

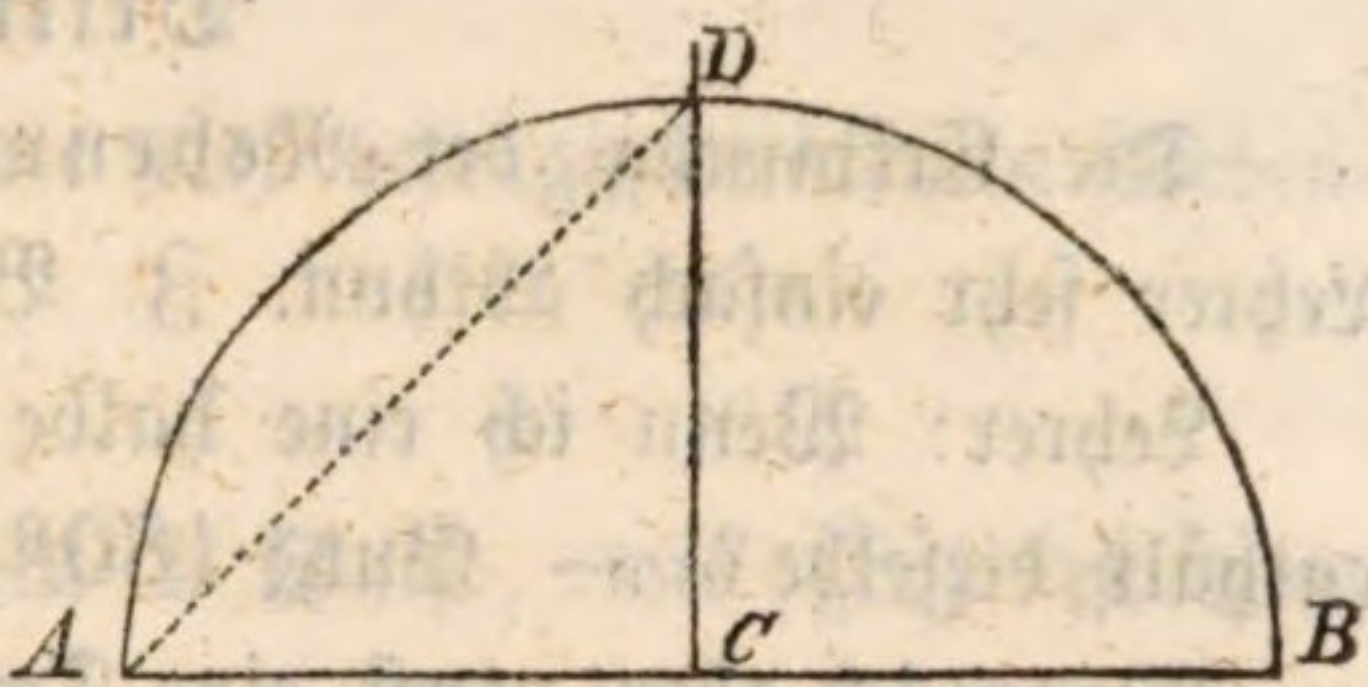
Das müßt ihr dann üben.

Nun einige andere Zeichnungen. Ich ziehe auf dieser geraden
 Linie AB zuerst eine halbe Kreislinie.

Dieselbe halbire ich, indem ich den Punkt in derselben suche,
 der von A und B gleich weit entfernt ist. (Der Lehrer zeigt durch

allmäliges Probiren, wie man die Sehne AD findet, die zweimal in den Halbkreis ADB als solche paßt.)

Da nun die Bogen AD und DB einander gleich sind; wie groß sind daher die Winkel ACD und DCB?



So kann man also genau einen rechten Winkel konstruiren, oder auf einander senkrecht stehende Linien ziehen.

Unter der Leitung des Lehrers werden nun auf gerade Linien von verschiedener Richtung und in beliebige Punkte derselben Senkrechte (Perpendikel) gezogen.

Hierauf zeigt dann der Lehrer die Theilung der halben Kreislinie in die 180 Grade. Es wird z. B. die Viertelskreislinie AD nochmals halbt, dann jede Hälfte noch in 3 gleiche Theile und jeder derselben noch in 5 gleiche Theile getheilt, alsdann läßt man die Schüler rechnen, wie viele der letztern Theilchen auf AD gehen. Sie werden finden, 30 solcher Theilchen. Wird endlich jedes der letztern noch in 3 gleiche Theilchen (etwa von Auge) getheilt, so fallen auf AD 90 und auf die halbe Kreislinie 180 derselben. Da alle gleich groß sind, so deuten sie auch gleich große Drehungen am Mittelpunkte an, jede ist der 90ste Theil von einem rechten Winkel oder der 360ste von der ganzen Umdrehung.

Dieser 90ste Theil des rechten Winkels oder 360ste Theil der ganzen Umdrehung wird 1 Winkelgrad und der zugehörige Theil der Kreislinie 1 Bogengrad (1°) genannt.

Der Lehrer weist hierauf den Schülern einen fertigen Transporteur vor, ungefähr so wie er sich auf Seite 23 des I. Heftes der geometrischen Aufgabensammlung gezeichnet findet.

Ueber das Nachzählen der Grade an diesem Instrumente und den Gebrauch desselben zum Messen von Winkeln nach Graden gibt der Lehrer hierauf den Schülern noch die nöthige Anleitung.

Eine Anzahl von kleineren Exemplaren solcher Winkelmesser sollte sich in jeder Schule zum Gebrauche für die Schüler beim Unterrichte vorfinden; es gibt solche Gradbogen auf festem Papier, auf Pergament, Horn oder Messing, die sehr wohlfeil für diesen Zweck angeschafft werden können.

Sachbezügliche Fragen, Messungs-, Rechnungs- und Zeichnungsaufgaben finden sich in der Aufgabensammlung genugsam.

Dritte Lektion.

Die Erklärung der Nebenwinkel und Scheitelswinkel wird der Lehrer sehr einfach abthun. Z. B.

Lehrer: Wenn ich eine halbe Umdrehung darstelle, wie viele Grade enthält dieselbe? — Gut, 180° .

Wenn ich aber zuerst eine Drehung von 50° machen würde, um wie viele Grade müßte ich dann noch weiter drehen, bis die Gesamtdrehung 180° oder einen gestreckten Winkel ausmachen würde? — Antwort: 130° .

Ich zeichne zwei sich durchschneidende gerade Linien:

Was für eine Gesamtdrehung stellen die beiden Winkel ACE und ECB dar? —

Antwort: Eine halbe Umdrehung, oder einen gestreckten Winkel, oder 180° , oder 2 Rechte.

Welche Winkelpaare machen ebenfalls so viel aus? —

Gut, ECB und BCD; BCD und ACD; ACD und ACE.

Solche Winkelpaare nennt man Nebenwinkel. Merkt euch:

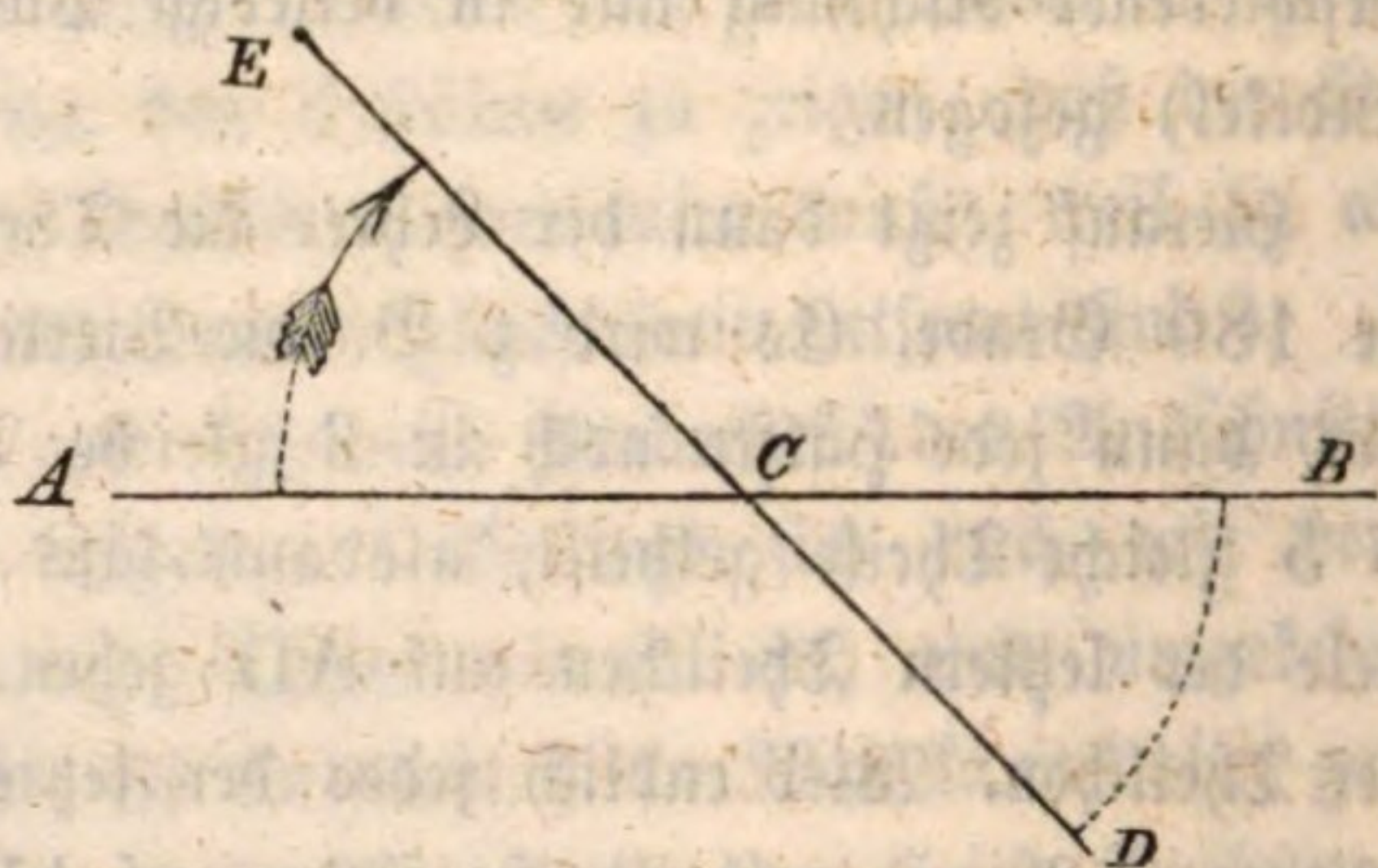
Zwei an einem Punkte (dem Drehungspunkt, Scheitelpunkt) auf einander folgende, oder an einander liegende Winkel, die zusammen eine halbe Umdrehung, d. i. 2 Rechte oder 180° bilden, heißen Nebenwinkel.

Denkt man sich die Gerade AB nach ED gedreht, so: (der Lehrer veranschaulicht diese Drehung um C mit einem Lineal), dann machen die beiden Schenkel AC und CB ganz die gleichen Winkel ACE und BCE; denn so wie z. B. der eine Schenkel eine Viertelsumdrehung macht, thut dieß auch der andere, und wie der erste die halbe Umdrehung vollendet, vollendet auch der zweite eine solche. Dergleichen Winkelpaare nennt man nun Scheitelswinkel.

Also merkt euch:

Scheitelswinkel sind die gleichen Winkel, welche beim Umdrehen einer geraden Linie (um einen in ihr liegenden Punkt) ihre beiden einander entgegengesetzten Schenkel beschreiben.

„Zeichnet hier ein paar Nebenwinkel an die Wandtafel!“



„Nun ein paar Scheitelwinkel.“

„Wenn ein Winkel 108° mißt, wie viel beträgt dann sein Nebenwinkel?“

„Und sein Scheitelwinkel?“

„Wenn einer von zwei Nebenwinkeln 1 R ist, wie groß ist dann der andere?“

Der Lehrer unterlasse hier nicht zu zeigen, wie ein Blatt so zusammengefaltet werden kann, daß genau gleiche Nebenwinkel oder rechte Winkel entstehen; hieran schließe er die Anleitung, wie man z. B. einen Brief ordentlich zusammenlegt. Die kleine Rußanwendung wird den Schülern wohl zu Statten kommen. Es ist ärgerlich, wenn besonders jüngere Leute sich in einer so einfachen Verrichtung doch so ungeschickt benehmen. Wir halten es ganz angemessen, wenn der Lehrer auch in solchen Punkten Ordentlichkeit und Genauigkeit strenge verlangt; darum entsprechende Übung!

Vierte oder Schlußlektion über die Winkel.

Endlich gibt der Lehrer noch die nöthigen Belehrungen über das Verhältniß der drei Ausdehnungen an Körpern oder im Raume zu einander.

Er kann z. B. anführen, indem er auf einen bestimmten Gegenstand oder einen bestimmten Raum hinweist, daß, wenn man hier eine gewisse Hauptrichtung die Länge nennt, alsdann eine zweite Hauptrichtung, welche mit der erstern gleiche Nebenwinkel bildet, die Breite (Dicke), und eine dritte, welche wieder mit jeder der beiden ersten gleiche Nebenwinkel bildet, die Höhe (Tiefe) genannt werden kann.

An manchen Gegenständen (Ofen, Kasten, Wandtafel 2c.) sind diese Richtungen schon durch die rechtwinklig zu einander stehenden Kanten angedeutet, an andern zeigt er, wie durch den Rechtwinkel diese Ausdehnungen aufgefunden werden können.

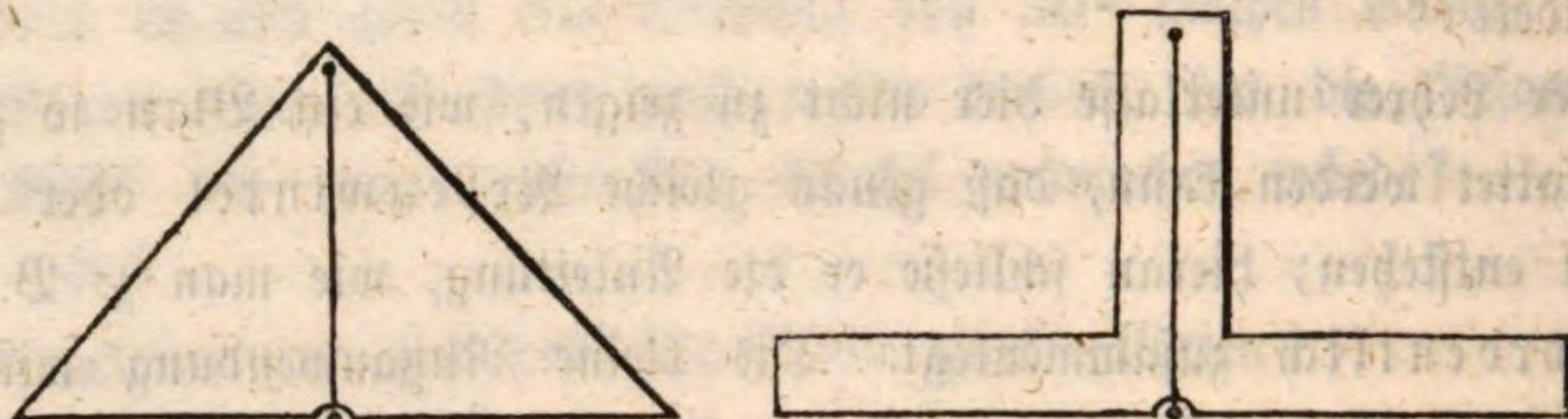
Wird hierauf noch das Loth oder Senkel (die Linie der Schwere) mit diesen Richtungen in Verbindung gebracht, so lernt der Schüler genau bestimmen, was eine wa g r e c h t e (wasserrechte) Richtung ist, nämlich eine solche, die mit der Lothlinie gleiche Nebenwinkel bildet, oder auf derselben senkrecht steht.

Der Lehrer thut nicht übel, mit zwei auf einander senkrecht stehenden Stäbchen, von denen er das eine lothrecht hangen läßt, zu zeigen, daß

die ruhige Wasserfläche eines Beckens voll Wasser nach allen Seiten die Richtung des wagrechten Stäbchens hat.

Nun genaue Unterscheidungen durch Fragen und Antworten; siehe Übung 24, Heft I der geometrischen Aufgabensammlung.

Dann Erklärung der gewöhnlichen Seß- oder Bleiwage und einfache



Anwendung derselben, um zu untersuchen, ob gewisse Richtungen wagrecht seien oder nicht. Die Hinweisung auf die Wasserwage mag noch auf später verspart bleiben.

Die Messung des Neigungswinkels schiefer Linien oder Flächen nach Graden mag ebenfalls noch auf spätere Zeit verschoben werden. Deswegen kann aber der größere Schultransporteur, wie er auf Seite 30 des I. Heftes der geometrischen Aufgabensammlung gezeichnet ist, gleichwohl als einfache Seßwage gebraucht werden.

Nr. II. Anmerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Übungen über die vorige Abtheilung, betreffend die Winkel etc.

A. Die erste Lektion in voriger Nr. I enthält die Hauptpunkte zum bessern Verständniß der Übungen 16 und 17 der Aufgabensammlung. Nach jeder Lektion, die der Lehrer gibt, haben die Schüler die betreffenden Aufgaben in der Sammlung zu lösen.

Übung 16 I wird von ihnen schriftlich gelöst. Es ist gut, wenn sie den Kreis in ihrem Aufgabenhefte mit dem Zirkel zeichnen, und dabei die in der Figur angedeuteten Hauptlagen des gedrehten Durchmessers ebenfalls ausziehen.

Die Fragen mögen das erste Mal ohne weitere Erklärung des Lehrers auf der Schiefertafel gelöst und erst nachher ins Heft eingetragen werden.

B. B. zu Frage 6. Der Schüler schreibt entweder kurz: „Die Drehung beträgt auch den dritten, fünften, sechsten Theil der ganzen Umdrehung. Der Bogen deutet daher immer die Größe der Drehung an.“ Oder er schreibt etwas ausführlicher: „Wenn bei der Umdrehung eines Schenkels

einer seiner Punkte den dritten Theil einer Kreislinie durchläuft, so ist die gemachte Drehung auch der dritte Theil einer ganzen Umdrehung."

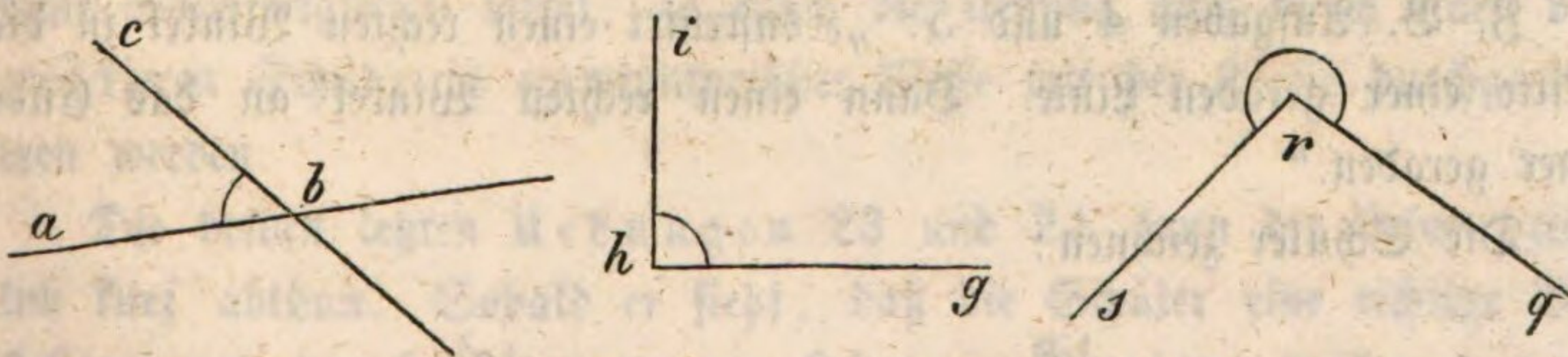
Zu 9. „Von zwei Winkeln ist derjenige der größere, bei welchem die Schenkel weiter von einander weg gedreht sind."

Wenn auch bisweilen eine ungeschickte Antwort kommt, hat dieß gar nichts zu sagen; die Schüler sind im sprachlichen Ausdruck noch nicht sehr geübt, allein nach und nach kommt's immer besser. Zum Korrigiren der Antworten können ganz gut mitunter auch ältere Schüler verwendet werden.

Die Fragen unter II können mündlich oder schriftlich gelöst werden, das erste Mal am besten mündlich. Die Antworten sind leicht. Es gibt etwa noch Schüler von diesem Alter, die nicht sicher die Stunde von der Uhr ablesen können, oder, wie man sagt, „die Zeit nicht kennen". Bei diesen Fragen II, die sich auf die Uhr beziehen, wird der Lehrer diejenigen, die in dem genannten Punkte noch zurückstehen, besonders ins Auge fassen und sie bei diesem Anlasse die Zeit genau von der Uhr ablesen lehren.

Von Uebung 17 können die meisten Fragen entweder schriftlich oder mündlich gelöst werden. Die Abhörung der Antworten kann hier wie noch in manchen Uebungen leicht durch einen der geschicktern ältern Schüler geschehen. Da die Antworten sehr leicht sind, so setzen wir bloß beispielsweise diejenigen für die Fragen 7: „Zu einem rechten Winkel braucht es wenigstens zwei spitze Winkel, zu einem stumpfen ebenfalls wenigstens zwei spitze (aber nicht gleiche wie vorhin), zu einem gestreckten wenigstens drei spitze, zu einem erhabenen ebenfalls wenigstens drei spitze, und zu einem vollen wenigstens fünf spitze Winkel."

Die Zeichnungsaufgabe 15 kann zuerst auf der Schiefertafel gelöst werden. Die Schüler setzen z. B.



Der Winkel abc ist ein spitzer Winkel, weil die Drehung weniger als eine Viertelsumdrehung beträgt.

Der Winkel ihg ist ein rechter Winkel, weil er eine Viertelsumdrehung anzeigt.

Der Winkel srq ist ein erhabener Winkel, weil die angedeutete Drehung mehr als eine halbe Umdrehung ausmacht. U. s. f.

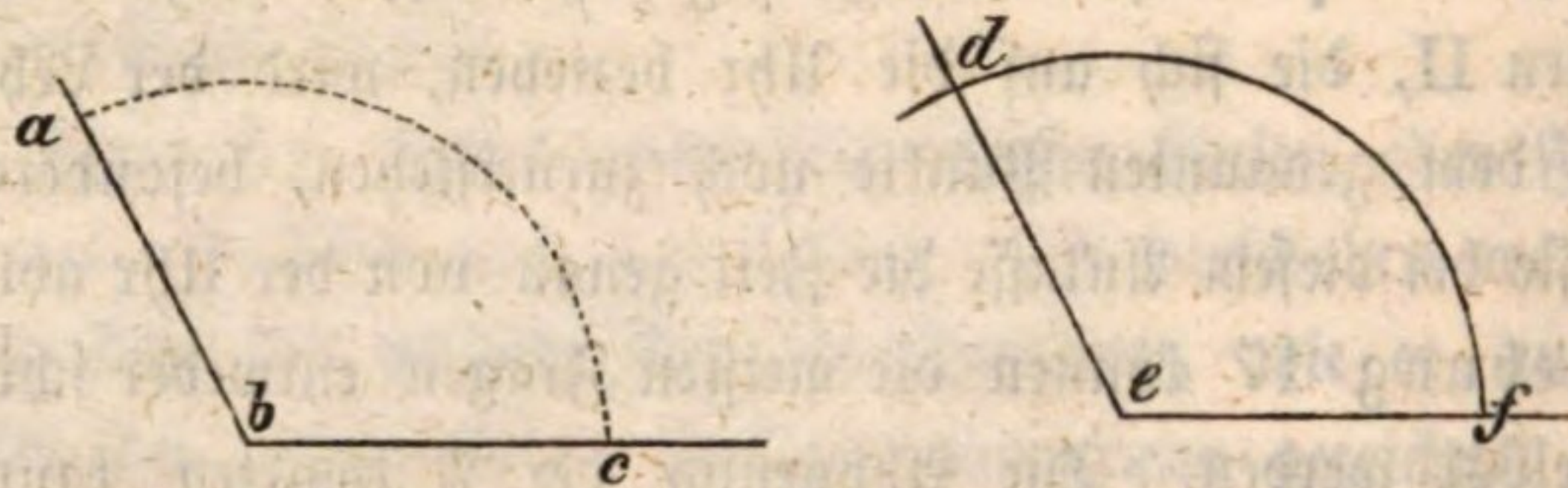
B. Der Inhalt der zweiten Lektion gilt für die Uebungen 18, 19, 20 und 21.

Hier muß der Schüler fast durchgehends den Zirkel benutzen und die Konstruktionen also auf Papier, am besten im „Heft für geometrische Aufgaben“ ausführen.

Die Uebung 18 ist nach den Anleitungen, die der Lehrer gegeben hat, nur eine Wiederholung durch den Schüler.

Beispiel: Aufgabe 8. „Geht euch einen stumpfen Winkel und zeichnet hierauf denselben zum zweiten Mal.“

Der Schüler zeichnet etwa:



und schreibt dazu: Gegeben der Winkel abc .

Demselben gleich gezeichnet ist der Winkel def ,
weil Bogen df gleich gemacht ist dem Bogen ac .

Oder auch kurz so: Gegeben $\angle abc$.

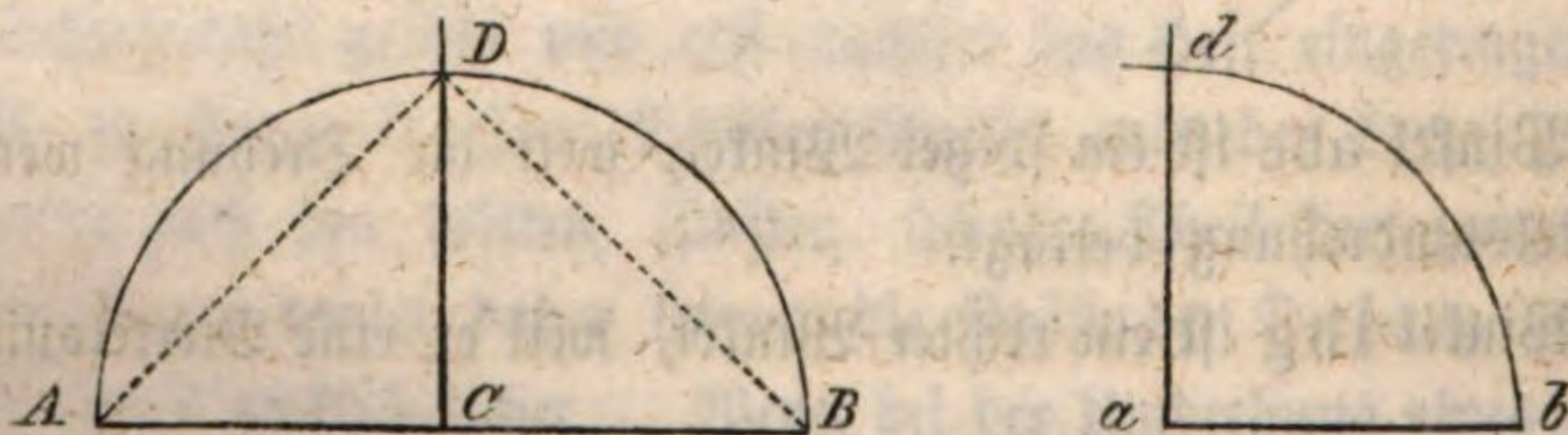
Gefunden $\angle def = \angle abc$,

weil $\cap df = \cap ac$.

In Uebung 19 bildet die genaue Konstruktion des rechten Winkels das Wichtigste. Die Aufgaben 1 bis 6 werden daher von allen Schülern gelöst.

3. B. Aufgaben 4 und 5: „Konstruirt einen rechten Winkel in die Mitte einer geraden Linie. Dann einen rechten Winkel an das Ende einer geraden.“

Die Schüler zeichnen:



und schreiben dazu: Die Gerade AB ist in C halbt.

Die Halbkreislinie ist in D halbt, daher ist:

$$\sphericalangle ACD = \sphericalangle DCB = 1 \text{ R.}$$

Ferner ist db = der Viertelkreislinie DB, also

$$\sphericalangle dab = 1 \text{ R. oder } da \perp ab.$$

In Beziehung auf Uebung 20 ist es zunächst bloß wünschenswerth, daß der Schüler im Aufgabenheft die halbe Kreislinie ordentlich in 18 oder 36 gleiche Theile eintheilen lernen, später werden sie bei etwas mehr Uebung die weitere Theilung leicht fortsetzen können.

Die Fragen sind nicht schwierig, z. B.

„Könnte ein Winkel auch kleiner als 1° sein?“ Antw. Ja, wenn die Drehung weniger beträgt als den 90sten Theil des rechten Winkels oder weniger als den 360sten Theil der ganzen Umdrehung.

„Was für Winkel sind Winkel von 30° , 50° , 93° , 123° , 2c.“ — Antw. Ein Winkel von 30° ist ein spitzer, von 93° ein stumpfer, von 123° ebenfalls ein stumpfer Winkel u. s. f.

Ebenso ähnlich die Aufgaben in Uebung 21. z. B.

„Wie kann man durch Rechnung finden, wie manchmal ein Winkel in einem andern enthalten ist?“ — Antw. Man sieht nach, wie viele Grade auf jeden Winkel gehen, und mißt die eine Zahl durch die andere, d. h. sucht, wie manchmal die eine in der andern enthalten ist“ u. s. f.

„Zeichnet von Aug einen Winkel von 45° , von 30° 2c.“

Hier müssen die Schüler bloß nach dem Blicke eintheilen und schätzen; durch einige Uebung bringen sie es hierin bald zu einer ganz ordentlichen Fertigkeit.

Die Fragen und Aufgaben von Uebung 22 eignen sich zur mündlichen oder schriftlichen Behandlung. Da das Einzelne hier durchweg keine Schwierigkeiten bietet, so kann die Uebung auch durch einen vorgerückteren Schüler in examinerischer Weise mit der Klasse durchgenommen werden.

Die beiden letzten Uebungen 23 und 24 kann der Lehrer ziemlich kurz abthun. Sobald er sieht, daß die Schüler eine richtige Vorstellung von dem haben, was man Länge, Breite, Höhe 2c. nennt und wie sich diese drei Richtungen zu einander stellen; daß die Schüler ferner die Richtungen lothrecht und wagrecht genau aufgefaßt haben und die gewöhnlichste Anwendung des Lothes und der Bleiwage kennen, so mag er damit sich vorderhand wohl begnügen.

Wem mehr Zeit zu Gebote steht, der mag Uebungen, wie sie im Lehrmittel Seite 31 angegeben sind, noch weiter ausführen.

II. Fünftes Schuljahr.

(Vom zurückgelegten 10. bis 11. Altersjahre.)

§ 15.

Aufgabe.

Bildung und Konstruktion des Dreiecks und Verarbeitung der hieraus sich ergebenden Beziehungen. — Parallellinien; Nutzenanwendung davon auf Dreiecke, Vierecke. Konstruktion regelmäßiger und unregelmäßiger Vielecke. — Einleitung zum Flächenmessen; Flächenmaße.

§ 16.

Das Dreieck.

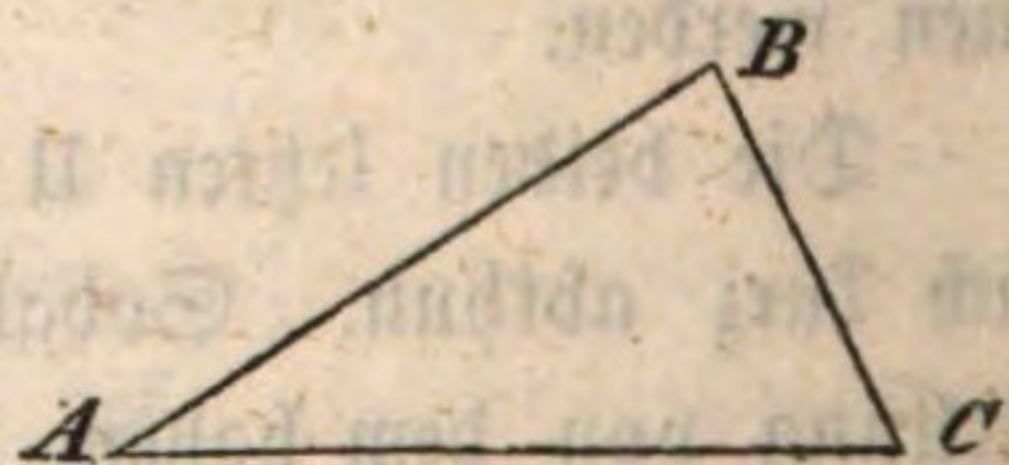
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

Die Dreiecks-konstruktion bildet für den Schüler einen sehr wichtigen Theil seiner ersten geometrischen Verrichtungen; hier soll er schon mit einiger Gewandtheit den Zirkel handhaben lernen; hier soll er in einer Reihe von verschiedenen Fällen namentlich erkennen, wie in der Geometrie die Größen von einander abhängig seien und wie aus einzelnen gegebenen Größen (Stücken) andere davon abhängige gefunden werden können. Was er in dieser Beziehung bei der Zeichnung der Winkel im vorigen Jahre schon begonnen, wird hier stufenweise weiter geführt. Der Lehrer bildet vor den Augen der Schüler zuerst auf verschiedene Weise einzelne Dreiecke z. B. A.

Lehrer: Ihr habt früher schon Flächenstücke mit geraden und krummen Linien umzogen. Wir wollen jetzt lauter solche Flächenstücke bilden, die von drei geraden Linien umschlossen sind. Ich zeichne hier an der Tafel drei Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen:

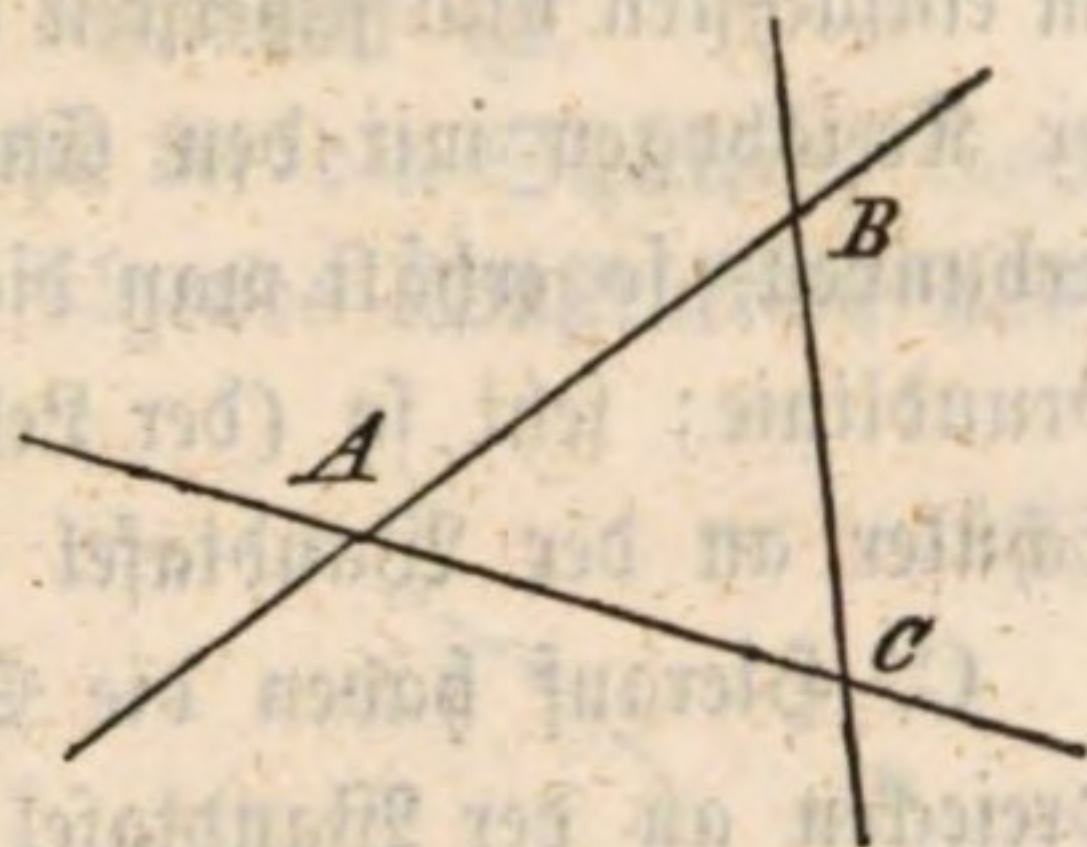
Von A bis B ziehe ich eine gerade Linie, dann von B bis C eine solche, dann von C bis nach A zurück wieder eine solche.

Ein solches von drei geraden Linien begrenztes ebenes Flächenstück heißt ein geradliniges Dreieck; wir wollen es hier ohne weiters bloß Dreieck nennen. — Wie viele Eckpunkte, wie viele Winkel im Innern hat das Dreieck? — Was sind die Seiten?



Aus jeder ebenen Fläche kann man solche Dreiecke herausschneiden: aber wenn man bloß nach zwei geraden Linien schneidet, so erhält man kein Dreieck, seht so! (Der Lehrer zieht zwei und zwei gerade Linien, die sich durchschneiden, und zeigt, daß so kein Dreieck umschlossen werden kann.)

Man muß zu den Geraden AB und AC noch ein dritte Gerade BC haben, alsdann kann man nach ihnen ein Dreieck herausschneiden. Dieses Dreieck wird hier ABC genannt. — Gut!



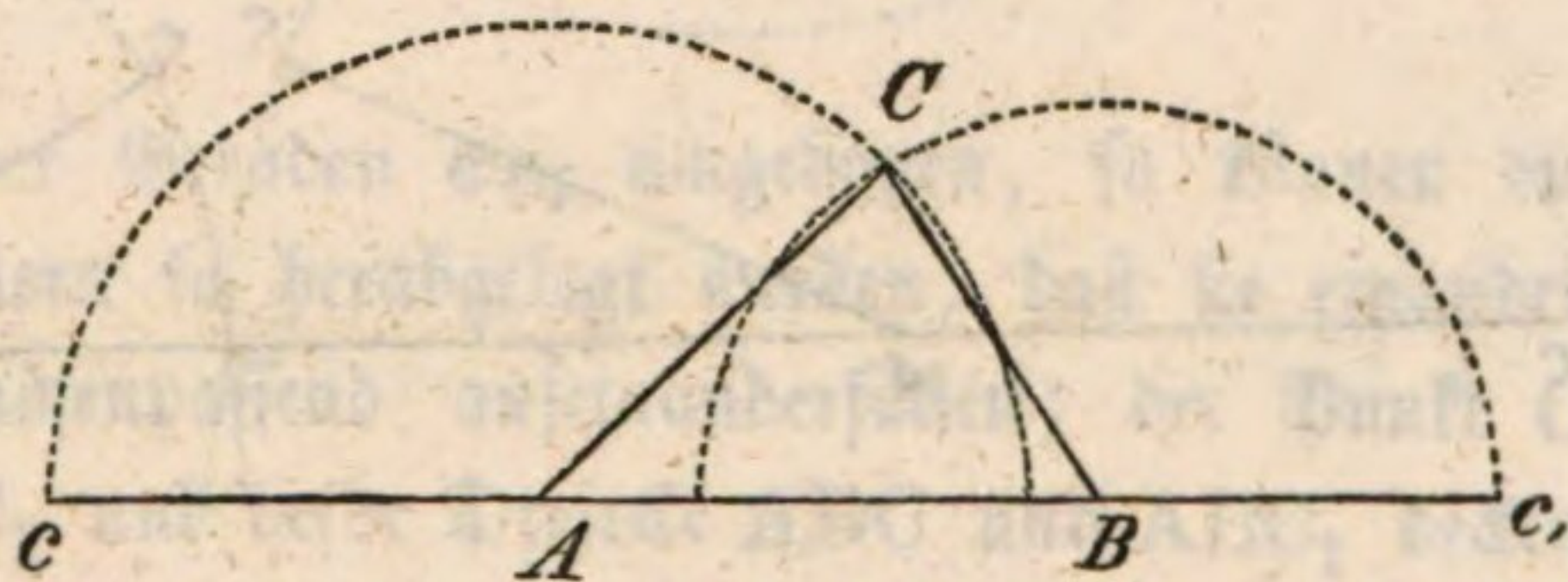
Um also ein Stück einer ebenen Fläche mit geraden Linien zu umgränzen, bedarf es mindestens deren drei.

B. Aber wie kann man nun mit drei geraden Linien von bestimmter Länge ein Dreieck umschließen? — Und wie werden alsdann die Winkel herauskommen?

Das wollen wir jetzt zuerst vornehmen und untersuchen.

Die geraden Linien nehmen wir wieder so, daß wir sie gegen einander drehen können wie die Schenkel der Winkel. Mit geraden Stäbchen kann man diese Drehungen leicht veranschaulichen. Seht so:

Ich nehme hier drei gerade Linien AB, Ac und Bc₁; die beiden letztern denke ich mir um A und B einander entgegengedreht, wie diese beiden Stäbchen.



(Der Lehrer dreht an der Wandtafel zwei Stäbchen wie Bc₁ und Ac um B und A gegen einander, bis ihre andern Endpunkte sich in C vereinigen.) Hier umgränzen sie nun mit AB, die wir die Grundlinie nennen wollen, ein Dreieck ABC. AC und CB sind dessen Seitenlinien.

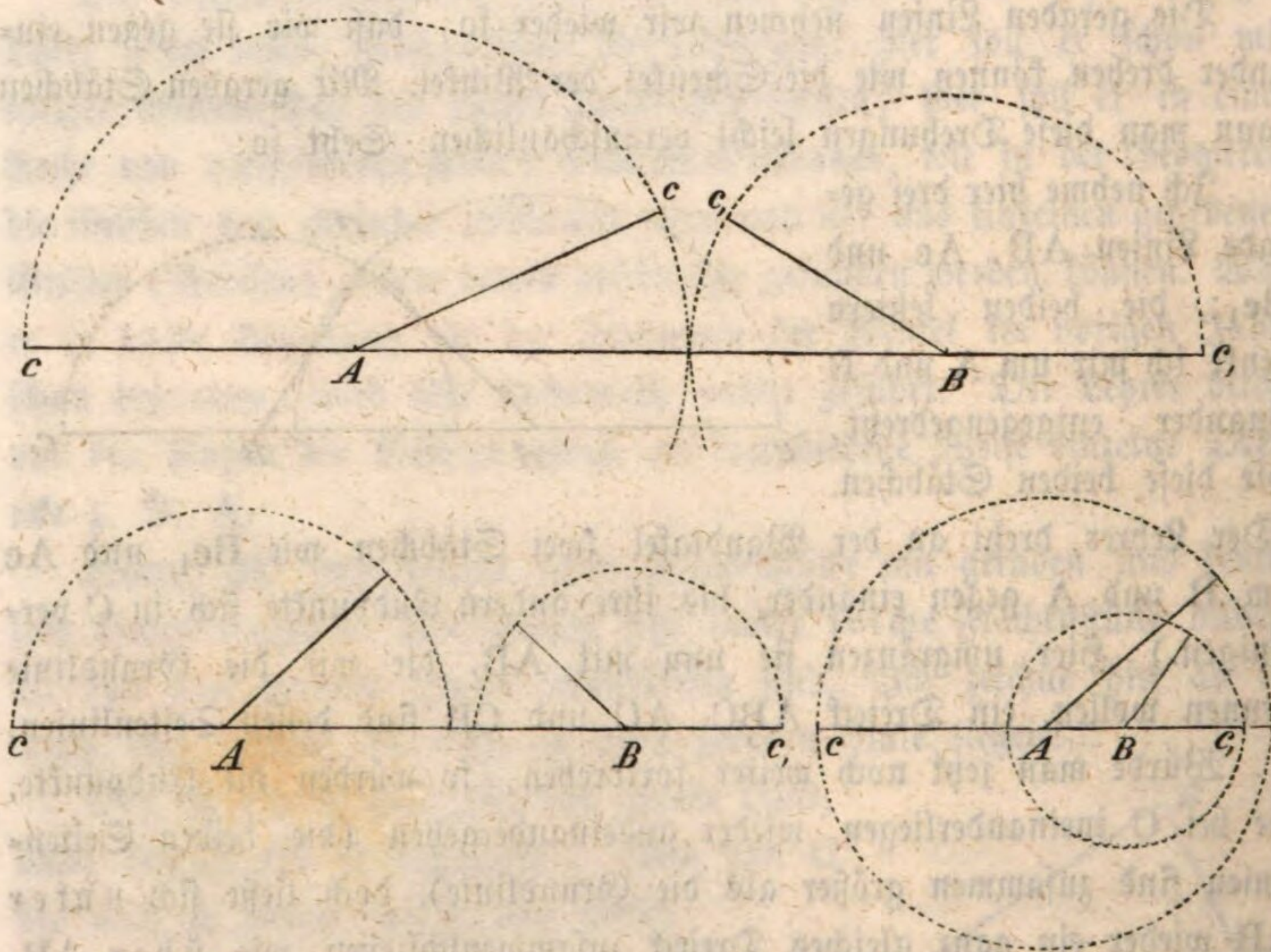
Würde man jetzt noch weiter fortdrehen, so würden die Endpunkte, die bei C ineinanderliegen, wieder auseinandergehen (die beiden Seitenlinien sind zusammen größer als die Grundlinie), doch ließe sich unter AB wieder ein ganz gleiches Dreieck zusammenschließen wie über AB. (Der Lehrer zeigt das mit den beiden Stäbchen, oder mit einem entsprechend geschnittenen Blatt Papier.)

Aber auf diese Weise ausgeführt, würde sich doch die Bildung (Konstruktion) von Dreiecken zu schwerfällig und zu ungenau machen; man

kann dieß auf andere Weise besser ausführen; setzt, diese Endpunkte der gegen einander gedrehten Schenkel beschreiben ja Kreislinien und wo diese zusammentreffen, gerade da schließen sich auch jene Enden an einander an. Man kann darum nur diese Kreislinien ziehen und zwar am einfachsten und sichersten mit dem Zirkel. Werden die Durchschnittspunkte der Kreisbogen mit den Endpunkten der Grundlinie durch gerade Linien verbunden, so erhält man die beiden gleichen Dreiecke über und unter der Grundlinie; setzt so (der Lehrer führt das aus und läßt das Gleiche die Schüler an der Wandtafel nachkonstruiren).

C. Hierauf haben die Schüler weitere Versuche in der Bildung von Dreiecken an der Wandtafel mit Hülfe des Zirkels zu machen. Der Lehrer gibt zwei Seitenlinien, die zusammen gerade so groß sind wie die Grundlinie, dann zwei, die zusammen kleiner sind als die Grundlinie, dann eine Grundlinie, die mit einer Seitelinie zusammen noch nicht so groß ist, wie die andere Seitenlinie.

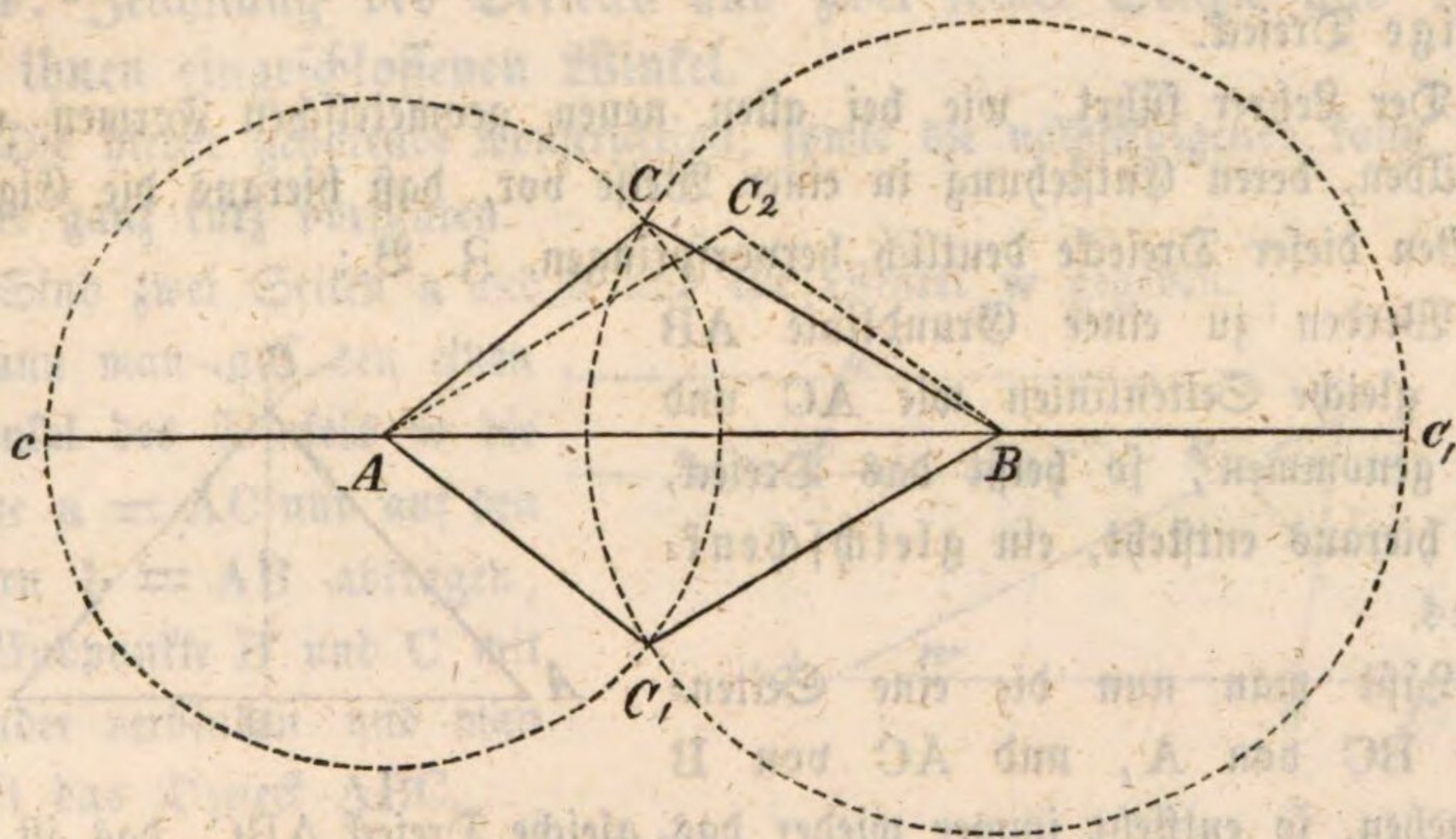
Die Schüler gelangen ungefähr zu folgenden belehrenden Zeichnungen:



Hieraus werden die Schüler durch die That finden, daß, sobald zwei Seiten zu einem Dreieck zusammen nicht größer sind, als die dritte gegebene Seite, aus diesen Stücken kein Dreieck verzeichnet werden kann.

Nun folgt für sie die wiederholte Übung, aus drei Seiten, von denen je zwei zusammen größer sind als die dritte, ein Dreieck zu konstruiren; daraus sollen sie zunächst lernen, daß man aus den nämlichen drei Seiten nur lauter gleiche Dreiecke bilden kann, oder daß ein Dreieck durch seine drei Seiten völlig bestimmt ist.

D. Es dient zur Befestigung dieser Einsicht bei den Schülern, wenn ihnen der Lehrer auf einem größern Blatte folgende Konstruktion ausführt und vorlegt.



Wird das Blatt nach der Geraden cc_1 umgebogen, so können die obern Halbkreise auf die untern so herabgelegt werden, daß sie einander decken (d. h. genau zusammenpassend aufeinanderfallen; der Punkt C fällt dann auf den Punkt C_1 und beide Dreiecke ABC und ABC_1 decken einander vollständig (sie sind ganz gleich), nur sieht man durch dieses Umlegen, daß ABC_1 die Rückseite von ABC darstellt.

Der Lehrer kann das Dreieck ABC_1 ausschneiden und über AB so legen, daß die größere Seitenlinie von A und die kleinere von B ausgeht, wodurch es dann die Lage von ABC_2 einnimmt und man also sieht, daß man dennoch ein ganz gleiches Dreieck bekommt, man mag die Seitenlinien vom einen oder andern Endpunkte der Grundlinie aus abtragen.

Der Schüler sieht hier also in Wirklichkeit, daß über derselben Grundlinie aus den entsprechenden Seiten wohl zwei Dreiecke gezeichnet werden können, daß dieselben aber ganz gleich sind und das eine nur die Rückfläche des andern darstellt.

Der Lehrer zeigt, daß durch wiederholte Zeichnung des nämlichen Dreiecks auch dessen Winkel wiederholt gezeichnet werden. Um daher einen

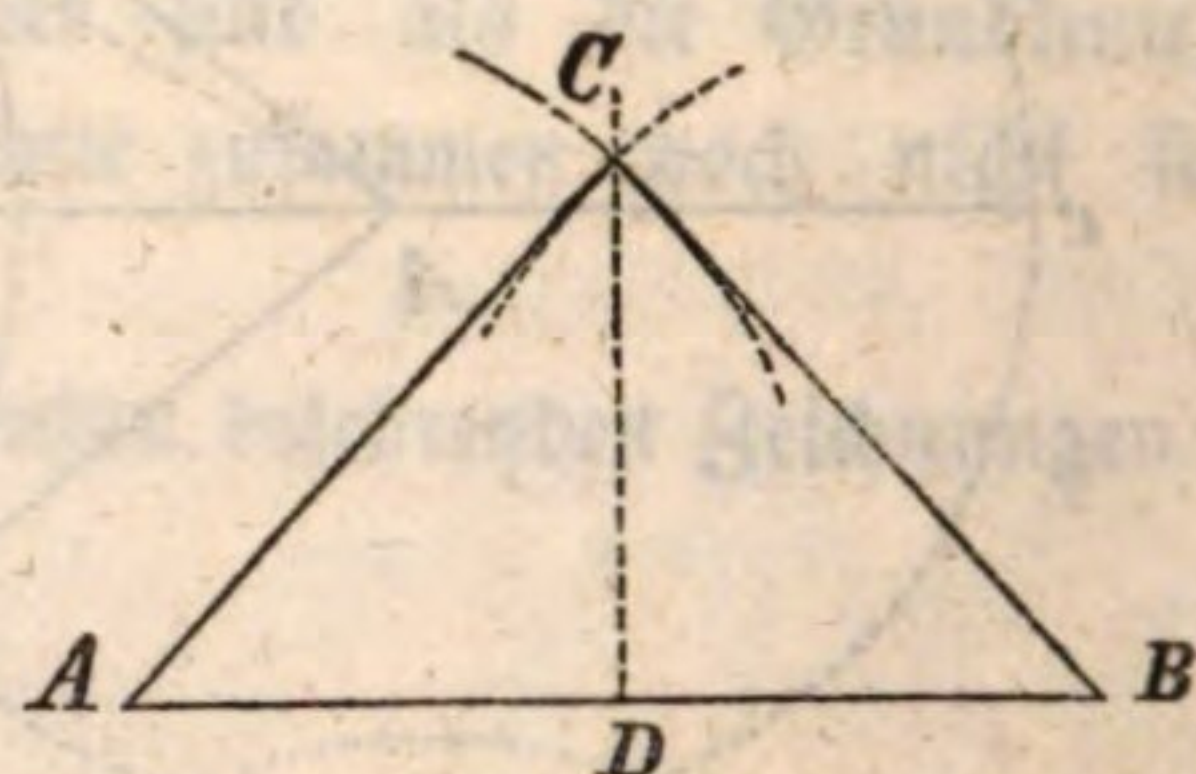
Winkel genau abzuzeichnen, kann man auch nur ein Dreieck aufs Neue zeichnen, das diesen Winkel enthält, d. h. man zieht durch die Schenkel des gegebenen Winkels eine dritte Seite, die mit jenen Schenkeln ein Dreieck einschließt und konstruirt dieses Dreieck noch einmal.

Die Schüler haben hierauf in geeigneten Aufgaben sich zweckmäßig zu üben (siehe die nachfolgenden Bemerkungen zu den Uebungen der Aufgabensammlung).

E. Nun folgen das gleichschenklige, gleichseitige und ungleichseitige Dreieck.

Der Lehrer führt, wie bei allen neuen geometrischen Formen und Gebilden, deren Entstehung in einer Weise vor, daß hieraus die Eigenschaften dieser Dreiecke deutlich hervorspringen. Z. B.:

Werden zu einer Grundlinie AB zwei gleiche Seitenlinien wie AC und BC genommen, so heißt das Dreieck, das hieraus entsteht, ein gleichschenkliges.



Läßt man nun die eine Seitenlinie BC von A, und AC von B ausgehen, so entsteht immer wieder das gleiche Dreieck ABC, das ist ein Zeichen, daß der Winkel B genau dem Winkel A gleich ist. (Das Dreieck nach seiner Vorderfläche und Rückfläche über AB gezeichnet gibt nur die eine Gestalt ABC.) Der Lehrer lehrt wirklich ein auf Papier gezeichnetes gleich großes Dreieck wie ABC um, so daß B auf A und A auf B kommt und läßt die Schüler in der That sehen, daß der Winkel A den Winkel B deckt und umgekehrt.

Oder: Der Lehrer kann auch die Mitte der Grundlinie D mit der Spitze C gerade verbinden und darauf hinweisen, daß nun die Dreiecke ADC und DBC aus einzeln ganz gleich großen Seiten gebildet seien. Wird hierauf das Dreieck CDB um CD umgebogen und auf ADC hinüber gelegt, so zeigt sich ebenfalls, daß der Winkel B ganz auf den Winkel A fällt, aber überdieß noch, daß Winkel CDB den Winkel ADC und Winkel DCB den Winkel ACD deckt, daß also nicht bloß die Winkel an der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks einander gleich sind, sondern daß auch die gerade Linie aus der Spitze in die Mitte der Grundlinie senkrecht auf dieser steht und zugleich den Winkel an der Spitze halbt.

Die Folgerung fürs gleichseitige Dreieck ist nun leicht; es wird hier an jeder Seite dasselbe Statt finden, was an der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks.

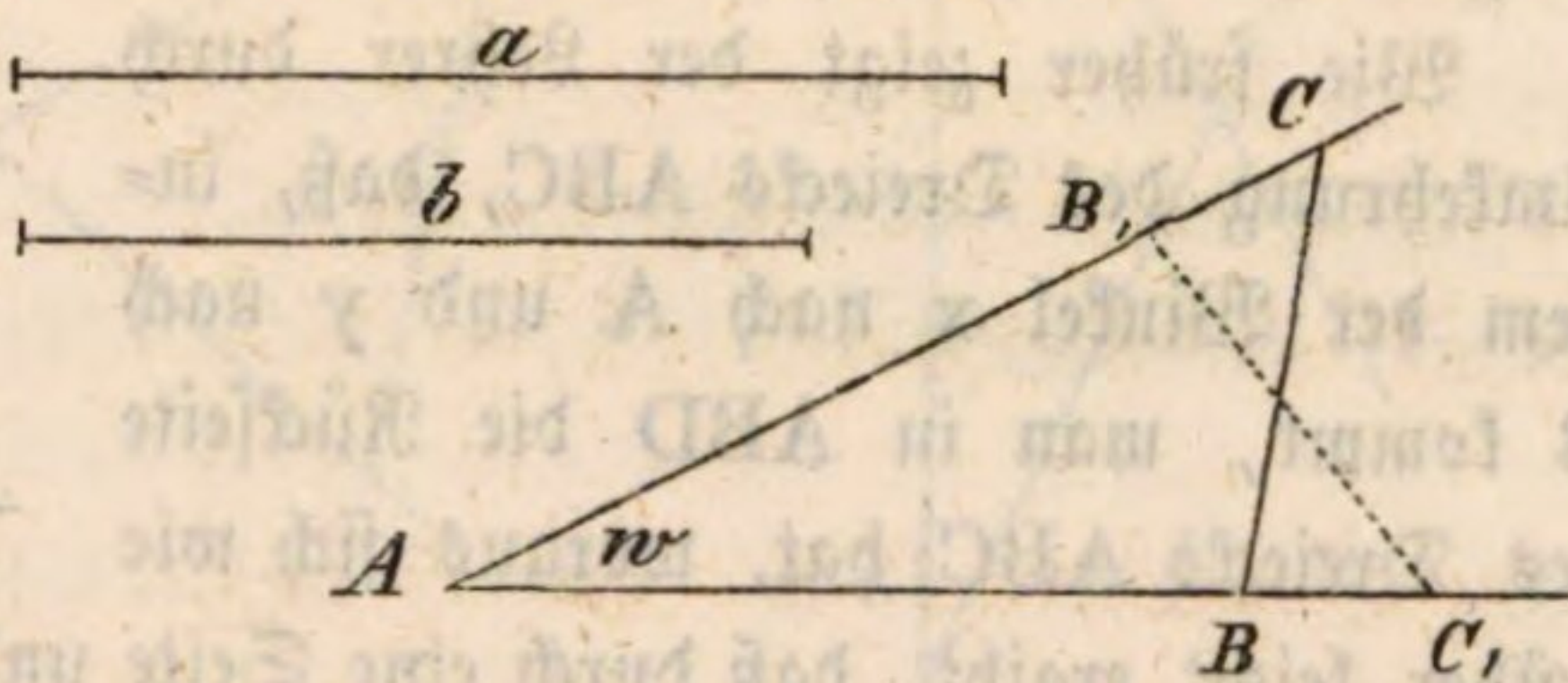
Die nöthigen Aufgaben werden nach einzelnen Winken von Seite des Lehrers leicht von den Schülern gelöst werden können. (Siehe die entsprechenden Aufgaben im Lehrmittel über das gleichschenklige, gleichseitige und ungleichseitige Dreieck.)

F. Zeichnung des Dreiecks aus zwei seiner Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel.

Die hieher gehörende Konstruktion, sowie die nächstfolgende kann der Lehrer ganz kurz vorführen.

Sind zwei Seiten a und b und ein Winkel w gegeben:

so kann man auf den einen Schenkel des Winkels w die Länge $a = AC$ und auf den andern $b = AB$ abtragen, die Endpunkte B und C mit einander verbinden und man erhält das Dreieck ABC .



Ob man nun aus den 3 Stücken a , b und w stets ein gleiches Dreieck erhält?

Zunächst bekommt man, indem man a auf AC_1 und b auf AB_1 trägt, das Dreieck AB_1C_1 .

Es ist nun leicht einzusehen, daß dieses Dreieck AC_1B_1 nur die Rückseite von ABC darstellt, was der Lehrer ganz einfach zeigt, indem er ein gleich großes Dreieck wie ABC , das aus einem Blatt Papier ausgeschnitten ist, umgekehrt auf AB_1C_1 legt, wodurch man beide als sich deckend, oder ganz gleiche Dreiecke erkennt.

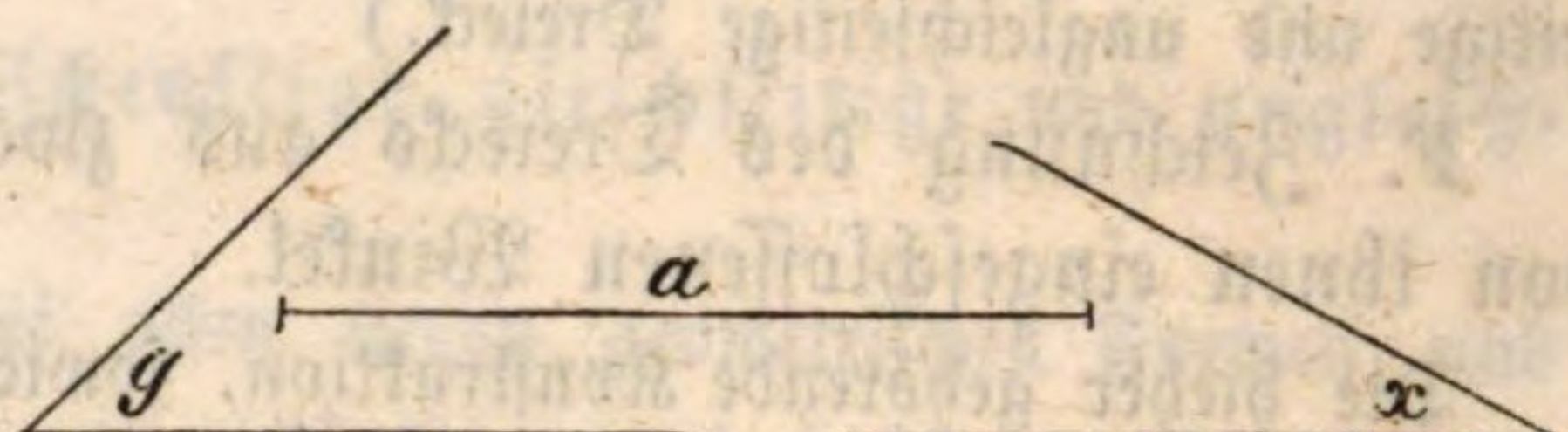
Durch weitere Zeichnungsaufgaben (siehe das Lehrmittel) sollen sich nun die Schüler die Thatsache, daß ein Dreieck aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel in allen seinen Theilen völlig bestimmt werden kann, ganz sicher einprägen, und auch die nöthige Fertigkeit in diesen Konstruktionen erlangen.

G. Zeichnung des Dreiecks aus einer Seite und den beiden Winkeln, die an derselben liegen sollen.

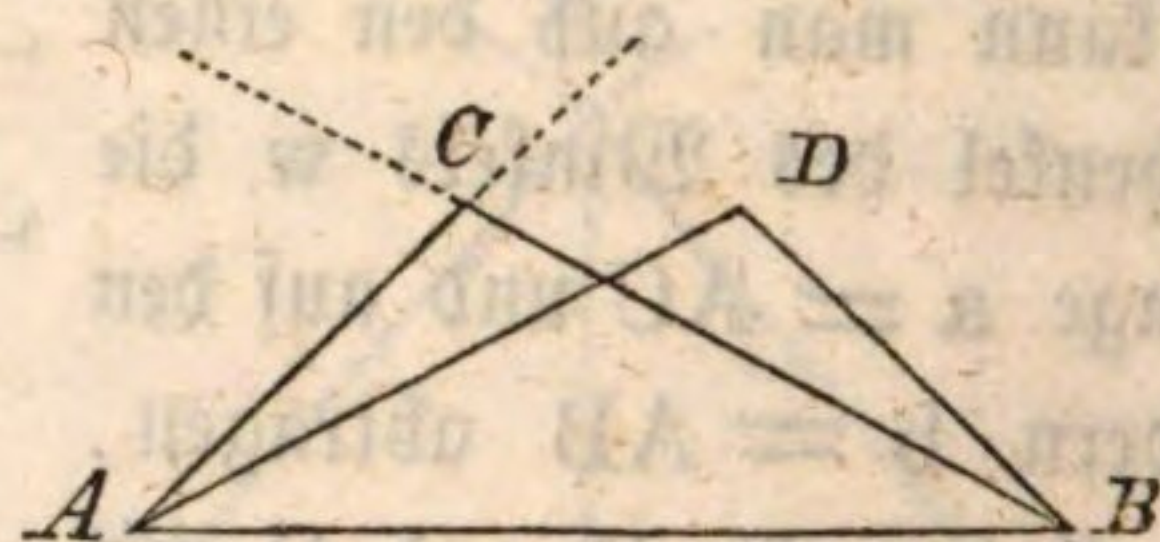
Die Schüler werden bei dieser Aufgabe bald finden, daß man die beiden Winkel, die an der Seite liegen sollen, nicht beliebig groß an-

nehmen kann, wenn man doch ein Dreieck erhalten will. (Es soll dieß dann im nächsten Abschnitt auf einen Gränzfall des Dreiecks, die Parallelen führen.) Bis dahin sagt der Lehrer den Schülern bloß, daß sie die beiden anliegenden Winkel nicht gar groß (jedenfalls kleiner als 2 Rechte) annehmen sollen, um desto besser ein Dreieck zu bekommen.

Der Lehrer zeichnet z. B. an die Wandtafel die Stücke:
und läßt hierauf die Seite a auf eine Gerade AB , den Winkel y auf dieselbe vom Punkte A aus und den Winkel x vom Punkte B aus abtragen, wodurch bei entsprechender Verlängerung der Seitenschenkel das Dreieck ABC geschlossen wird.



Wie früher zeigt der Lehrer durch Umkehrung des Dreiecks ABC , daß, indem der Winkel x nach A und y nach B kommt, man in ABD die Rückseite des Dreiecks ABC hat, woraus sich wie früher leicht ergibt, daß durch eine Seite und die beiden Winkel, die daran liegen sollen, nur lauter gleiche Dreiecke verzeichnet werden können.*



Hierauf Aufgaben zur Selbstbeschäftigung der Schüler (siehe Aufgabensammlung).

Nr. 2. Spezielle Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über das Dreieck.

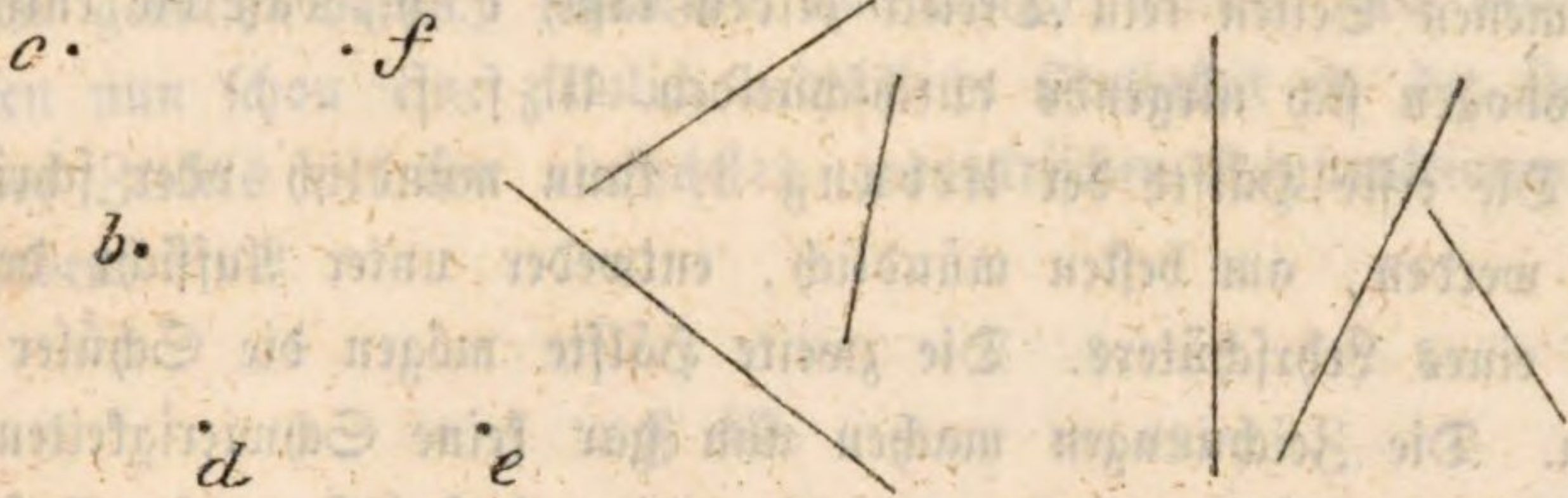
Je nachdem es der Lehrer für angemessen findet, in seinen Lektionen etwas schneller oder weniger schnell vorwärts zu schreiten, je nachdem wird er durch eine Lektion entweder schon für ein paar Uebungen, oder dann bloß für eine Uebung die nöthige Entwicklung geben.** Es kommt natürlich ganz auf die Umstände an; bald ist ein mehr gedrängtes, übersichtliches, bald ein etwas einläßlicheres Verfahren besser am Platze; der richtige Takt des Lehrers hat dieß je nach den Verhältnissen herauszufinden.

Die Uebung 1 wird von den Schülern nach der entsprechenden Lektion auf der Schiefertafel gelöst. Die Andeutungen zu den Dreiecken zeichnen die Schüler bloß von Aug.

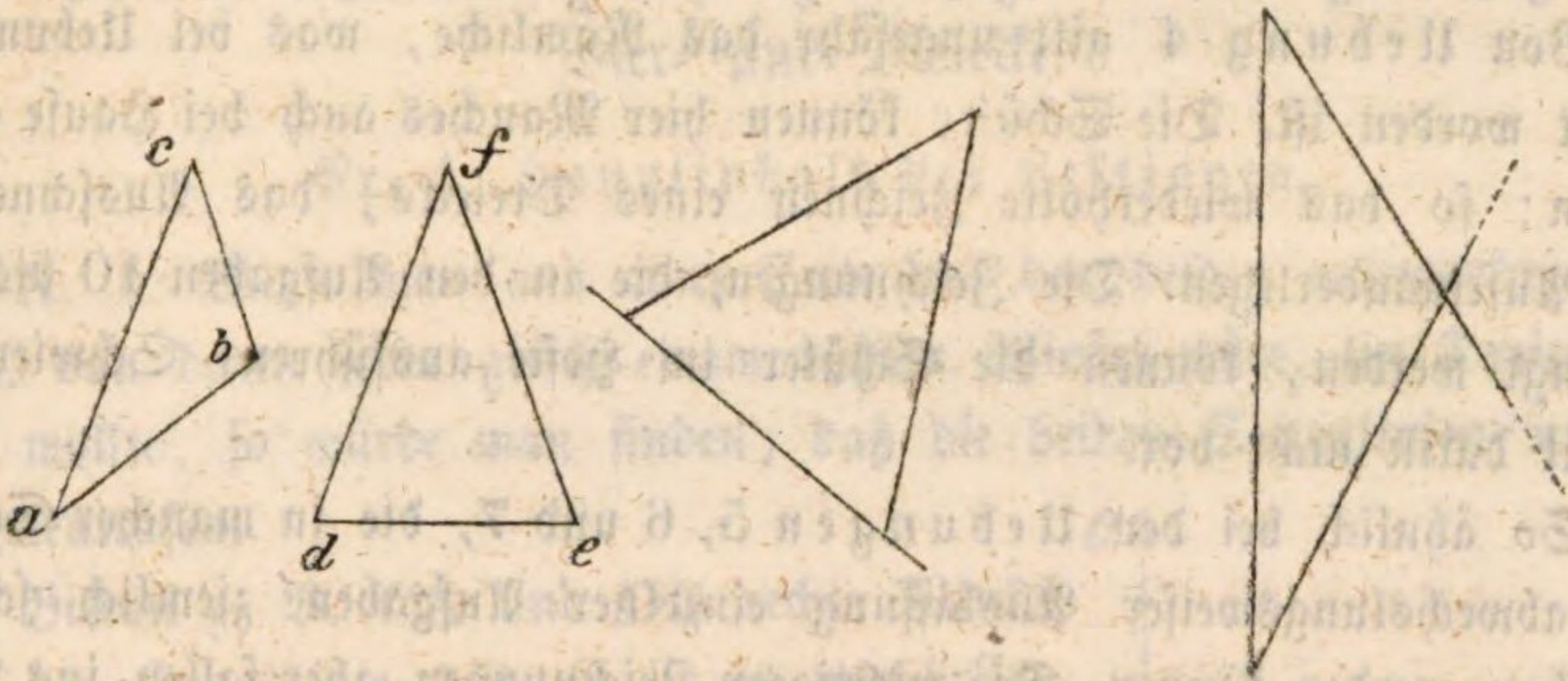
* Es ist auf dieser Stufe nicht nöthig, noch aus weiteren gegebenen Stücken das Dreieck zu konstruiren. Die drei betrachteten Fälle genügen vorderhand ganz.

** Also z. B. in einer Lektion die vorigen Theile A, B, C aus Nr. 1 vereinigen, oder nur A und B, oder nur A allein nehmen zc.

Wenn sie z. B. gezeichnet haben:



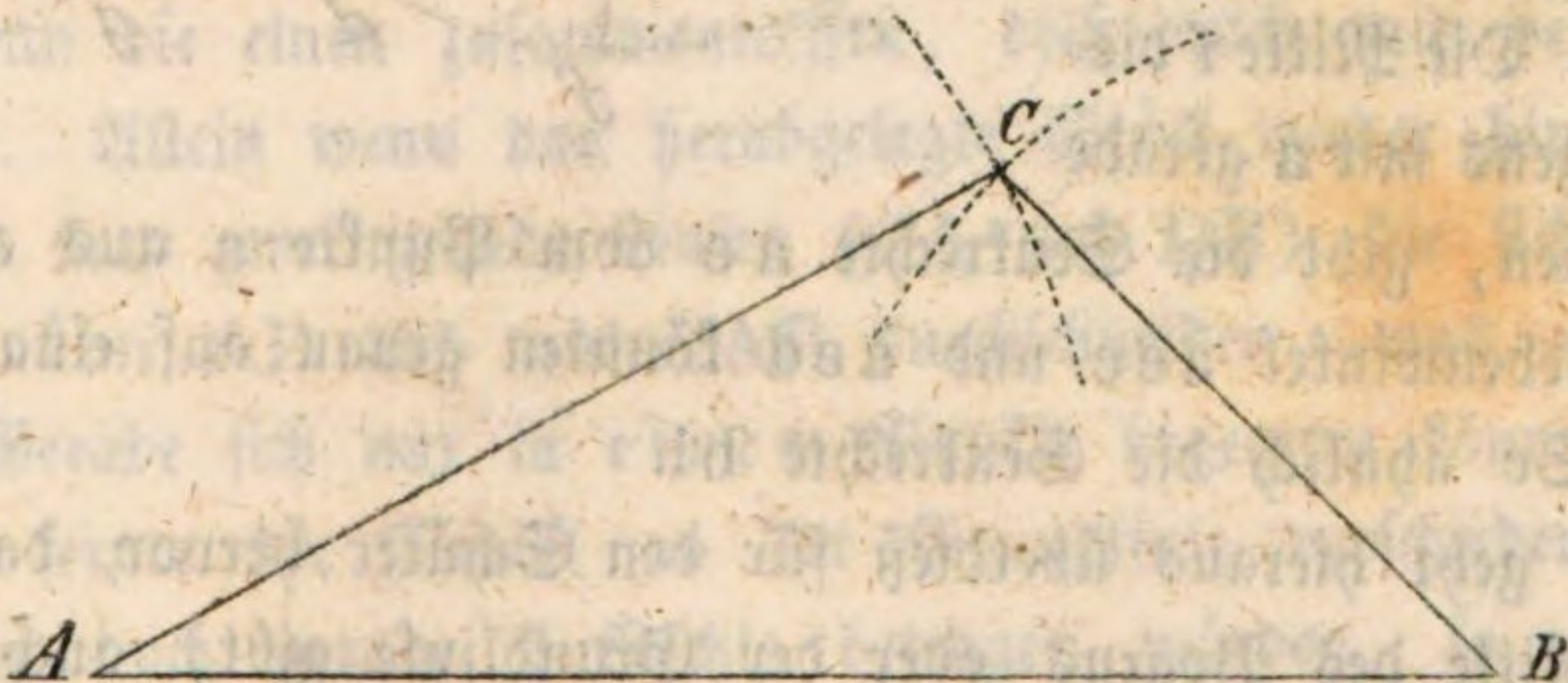
so machen sie hieraus nach Anleitung der Aufgaben 5 und 6 die Dreiecke:



U. f. f.

Die Uebung 2 soll für die Schüler hauptsächlich ein Leitfaden sein zur Repetition der Dreieckskonstruktion (mittels des Zirkels aus 3 Seiten zum Dreieck). Ein vorgerückterer Schüler kann statt des Lehrers diese Repetition auch mündlich mit der Klasse vornehmen. Alsdann übergeht er bloß die Zeichnungsaufgaben 4, 9, 12. Die Antworten können indessen durch die Schüler auch auf die Tafel geschrieben werden.

Die Aufgabe 4 zeichnen die Schüler mittels des Zirkels ins Heft. Sie erhalten:



und schreiben darunter: Grundlinie $AB = 2''$

Seite $BC = 1''$

Seite $AC = 1'' 5'''$

die kleinern Seiten zusammen $= 2'' 5''' > 2''$

Bei Aufgabe 9 werden die Schüler finden, daß sich aus den angenommenen Seiten kein Dreieck bilden läßt, d. h., daß die entsprechenden Kreisbogen sich nirgends durchschneiden. U. s. f.

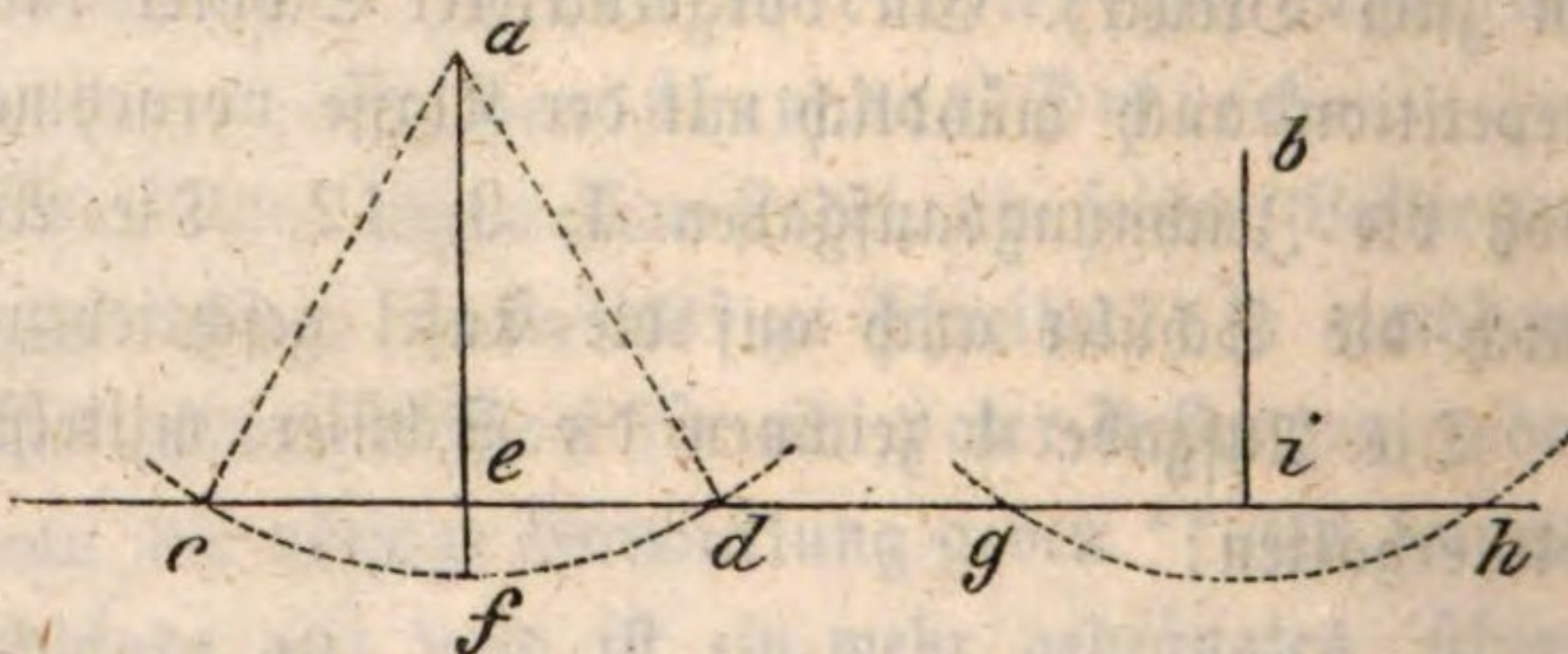
Die erste Hälfte der Übung 3 kann mündlich oder schriftlich gelöst werden, am besten mündlich, entweder unter Aufsicht des Lehrers oder eines Lehrschülers. Die zweite Hälfte mögen die Schüler im Hefte lösen. Die Zeichnungen machen nun gar keine Schwierigkeiten. Es ist natürlich bei keiner Übung nothwendig, daß just alle Aufgaben gelöst werden.

Von Übung 4 gilt ungefähr das Nämliche, was bei Übung 2 gesagt worden ist. Die Schüler können hier Manches auch bei Hause ausführen: so das wiederholte Zeichnen eines Dreiecks, das Ausschneiden und Aufeinanderlegen. Die Zeichnungen, die in den Aufgaben 10 bis 14 verlangt werden, können die Schüler im Hefte ausführen; Schwieriges kommt darin nicht vor.

So ähnlich bei den Übungen 5, 6 und 7, die in mancher Schule mit abwechselungsweiser Auslassung einzelner Aufgaben ziemlich schnell abgethan werden können. Die wichtigern Zeichnungen aber fallen ins Aufgabenheft, z. B. Übung 6, Aufgabe 5: „Nehmt außerhalb einer geraden Linie verschiedene Punkte an und errichtet so von einem jeden aus eine Senkrechte auf die Gerade.“ Die Schüler zeichnen:

und schreiben etwa dazu:

Vom Punkte a aus ist der Zirkel unter die Grundlinie geöffnet und dann der Bogen cd gezogen worden. Die Mitte f dieses Bogens mit a gerade



verbunden, gibt die Senkrechte ae vom Punkte a aus auf die Gerade. (Die Nebenwinkel aec und aed könnten genau auf einander gelegt werden.) So ähnlich die Senkrechte bi .

Es geht hieraus überdieß für den Schüler hervor, daß, weil es nur eine Mitte des Bogens oder der Grundlinie gibt, auch nur ein Perpendikel vom Punkte auf die Linie möglich ist.

Ueber die Übungen 8 und 9 sind nun kaum weitere Bemerkungen nöthig.

Die nach dieser Abtheilung zusammengestellten Sätze sollen natürlich

wie die frühern und nachfolgenden nicht mechanisch auswendig gelernt werden. Die Schüler müssen dieselben durch die Erfahrungen, die sie beim Konstruiren gemacht haben, nunmehr thatsächlich kennen und verstehen und müssen nun schon eine ziemlich ordentliche Fertigkeit in der Handhabung des Zirkels bei den einfachsten geometrischen Konstruktionen erworben haben.

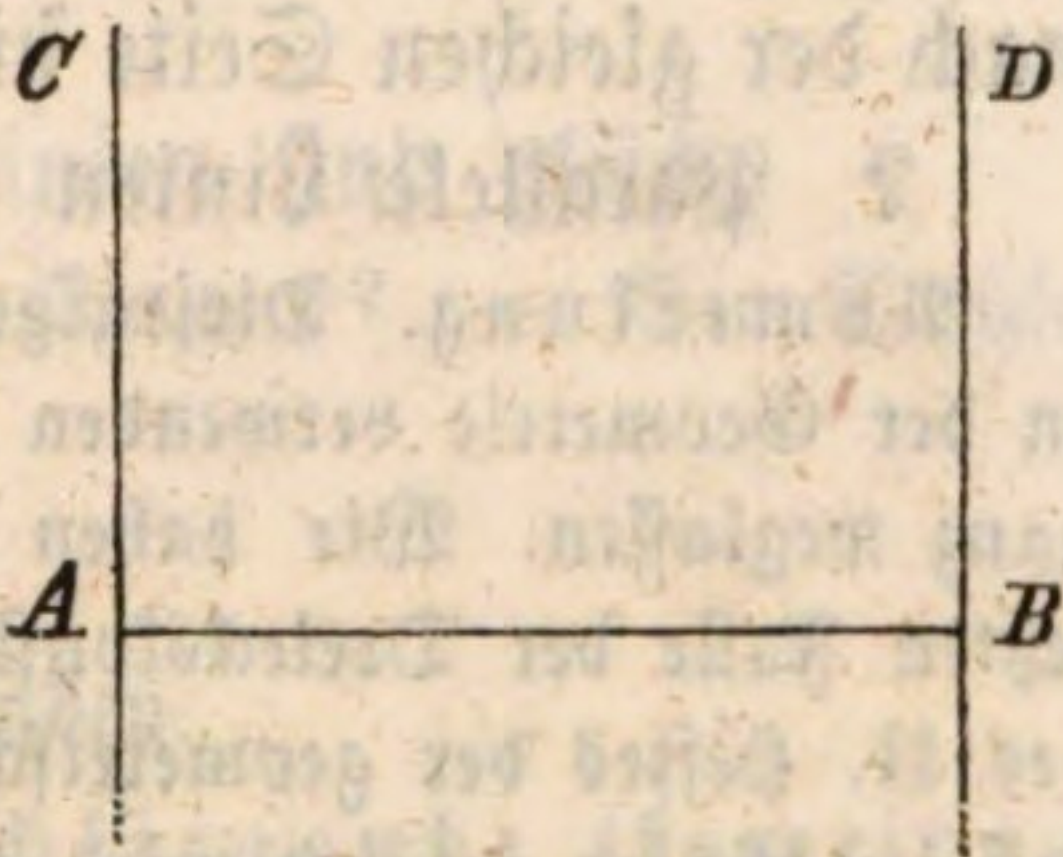
§ 17.

Die Parallelen als ein Gränzfall des Dreiecks. Winkelsumme im Dreieck. Anwendung auf regelmäßige und unregelmäßige Vier- und Vielecke.

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

A. 1. Wenn man aus einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln, von denen jeder gleich einem rechten Winkel wäre, ein Dreieck bilden wollte, so würde man finden, daß die beiden Seitenlinien nie zusammenträfen.

Bilden z. B. CA und DB rechte Winkel mit der Grundlinie AB, so ist es unmöglich, daß AC und BD bei beliebiger Verlängerung mit einander zusammentreffen können; denn würde dieß geschehen, so gäbe es von einem Punkte zwei Senkrechte auf eine Gerade (siehe vorige Seite).

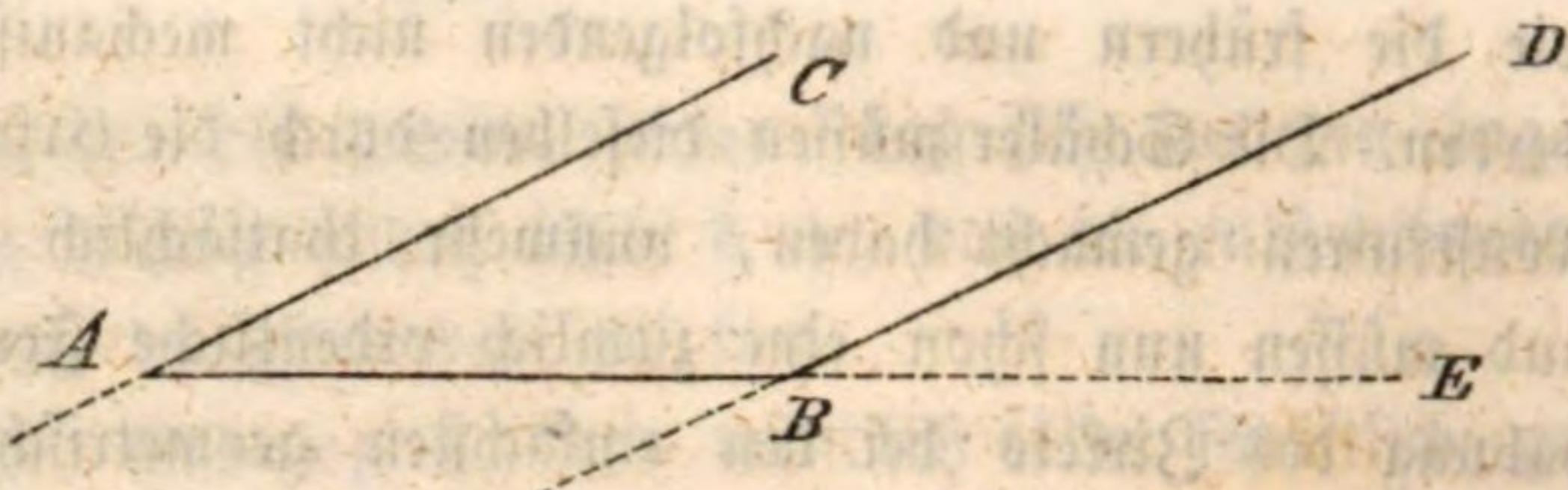


Ueberdieß kann man, um die Sache frisch einzusehen, das Flächenstück zwischen CABD um AB auf das unter AB liegende herablegen (der Lehrer veranschauliche dieß durch ein Stück steifes Papier), man sieht alsdann, daß die obern Senkrechten in den untern fortlaufen müssen, und daß also, wenn die einen zusammentreffen, dieß auch mit den andern geschehen muß. Allein wenn das herabgelegte Stück wieder hinaufgelegt wird, so hätte man zwei gerade Linien (CA und DB), die sich in ihrer Verlängerung über AB und unter AB durchschneiden, was unmöglich ist, da zwei Gerade sich nur in einem Punkte begegnen können.

2. Wenn ferner die Winkel an der Grundlinie verschieden wären, zusammen aber doch gerade 2 Rechte betragen würden, so z. B. wie zwei Nebenwinkel, dann könnten die Seitenlinien ebenfalls nie zusammentreffen und es würde sich so wieder kein Dreieck bilden. Man hätte z. B.

Der Lehrer kann wieder durch Herab-
legung des oberen
Stücks CABD (aber
umgekehrt) auf das
untere zeigen, daß wenn

die Linien über AB zusammenträfen, dieß auch bei den untern geschehen müßte, wodurch sich dann wieder ergibt, daß auch in diesem Falle die Geraden (AC und BD) sich bei beliebiger Verlängerung nicht durchschneiden können.



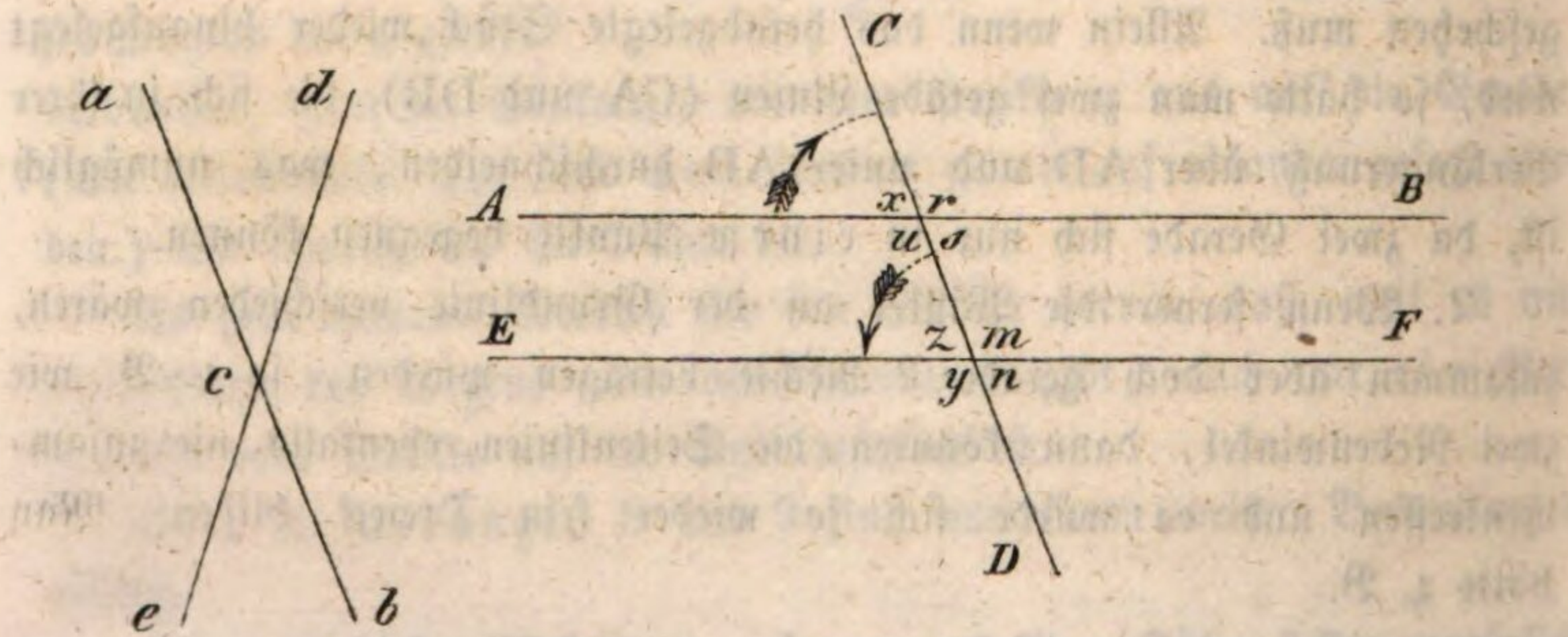
Solche Linien nennt man parallele Linien.

In beiden Fällen bilden die zwei Geraden mit der dritten nach der gleichen Seite hin gleiche Winkel; es ist z. B. der Winkel CAB gleich dem Winkel DBE, weil jeder mit dem dritten Winkel ABD zwei Rechte ausmacht. Man kann daher sagen:

1. Wenn zwei gerade Linien in einer Ebene mit einer dritten geraden nach der gleichen Seite hin gleiche Winkel bilden, so sind sie parallel.
2. Parallele Linien können sich nirgends durchschneiden.

Anmerkung. Diejenigen Lehrer, welche etwas wenig Zeit für Lektionen in der Geometrie verwenden können, mögen die vorausgegangene Lektion auch ganz weglassen. Wir haben sie vorangeschickt, um zu zeigen, daß man beim letzten Falle der Dreieckskonstruktion (s. Seite 146, oder Übung 9, Seite 10 des II. Heftes der geometrischen Aufgabensammlung) naturgemäß auf die parallelen Linien geführt wird und daß also die hierauf folgende Behandlung ganz am Platze ist.

B. Auf die gleichen Ergebnisse wird man geführt, wenn man von dem Grundsatz ausgeht, daß eine gerade Linie, die um einen Punkt vorwärts und darauf wieder gleich stark rückwärts gedreht wird, wieder die nämliche Richtung hat wie im Anfang.



Der Lehrer weist dieß mit einem geeigneten Stäbchen oder einem schmalen Lineal nach, daß er z. B. in der Richtung von ab um c nach ed und dann wieder gleich viel rückwärts nach ab dreht.

Wird AB um x nach CD gedreht, hierauf um z wieder gleich viel rückwärts, so kommt die Linie (veranschaulicht durch das Lineal) nach EF und muß wieder die gleiche Richtung haben wie im Anfang. (Die Schüler begreifen dieß leicht, wenn der Lehrer ein Stäbchen wie EF , befestigt an einem zweiten wie CD , längs der Linie CD bis nach AB hinaufzieht, wo dann beide Richtungen EF und AB wegen der gleichen Winkel bei x und z wieder zusammenfallen müssen.)

Hieraus folgen aber die ganz gleichen Resultate wie oben bei A. Man hat zunächst:

1. Die Linien AB und EF , die mit der dritten CD nach der gleichen Seite hin gleiche Winkel x und y bilden, sind parallel.

2. Solche parallele Linien können sich nirgends durchschneiden.

3. Folgende Winkelpaare an Parallellinien sind gleich:

$x = z$, daher $u = y$, $r = m$, $s = n$. Warum? — Die Schüler werden sehr leicht den Grund finden.

Ferner: $x = n$, $r = y$, $u = m$, $z = s$.

Ist eben so leicht aus dem vorigen zu finden.

Die ersten Winkelpaare heißt man gleichliegende (korrespondirende) Winkel, die zweiten Wechselwinkel.

4. Jedes der folgenden Winkelpaare bildet Gegenwinkel, die Summe von je zwei Gegenwinkeln ist so groß wie die zweier Nebenwinkel, also $= 2$ Rechten,

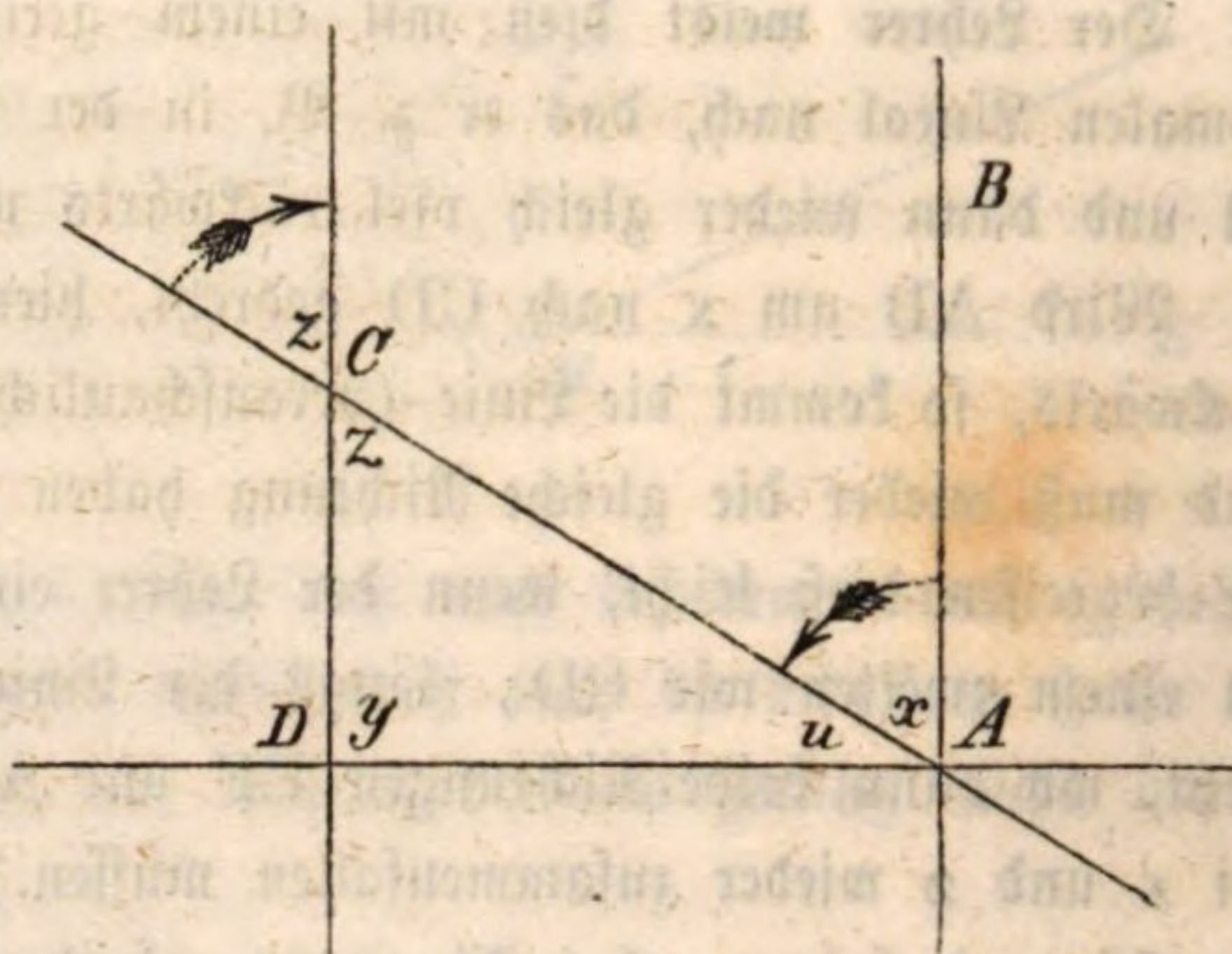
nämlich: $u + z = 2 R$; $s + m = 2 R$; $r + n = 2 R$;
 $x + y = 2 R$.

Wie läßt sich das leicht erklären?

Hierauf lehrt der Lehrer in ein paar Beispielen das Zeichnen von Parallellinien mit Hülfe des Zirkels oder des verschiebbaren rechtwinkligen Dreiecks (Equerre). Siehe die entsprechenden Uebungen der Aufgabensammlung.

C. Anwendung der Parallelen zu Bestimmung der Summe der Winkel eines Dreiecks.

1. Wenn man AB senkrecht auf AD zieht, alsdann AB um den Winkel x vorwärts nach AC und hier wieder um den Winkel $z = x$ nach CD dreht, so muß (wie oben) CD wieder die gleiche Richtung haben wie AB, also der Winkel CDA oder y ein Rechter sein wie DAB oder $u + x$.



Wie groß sind also $y + u + x$? — Antwort 2 R.

Also, da z so groß gemacht wurde wie x , so ist auch

$$u + y + z = 2 \text{ R.}$$

Das Dreieck CDA heißt ein rechtwinkliges, weil es einen rechten Winkel (y) enthält, DC und AD heißen die Katheten, AC die Hypotenuse.

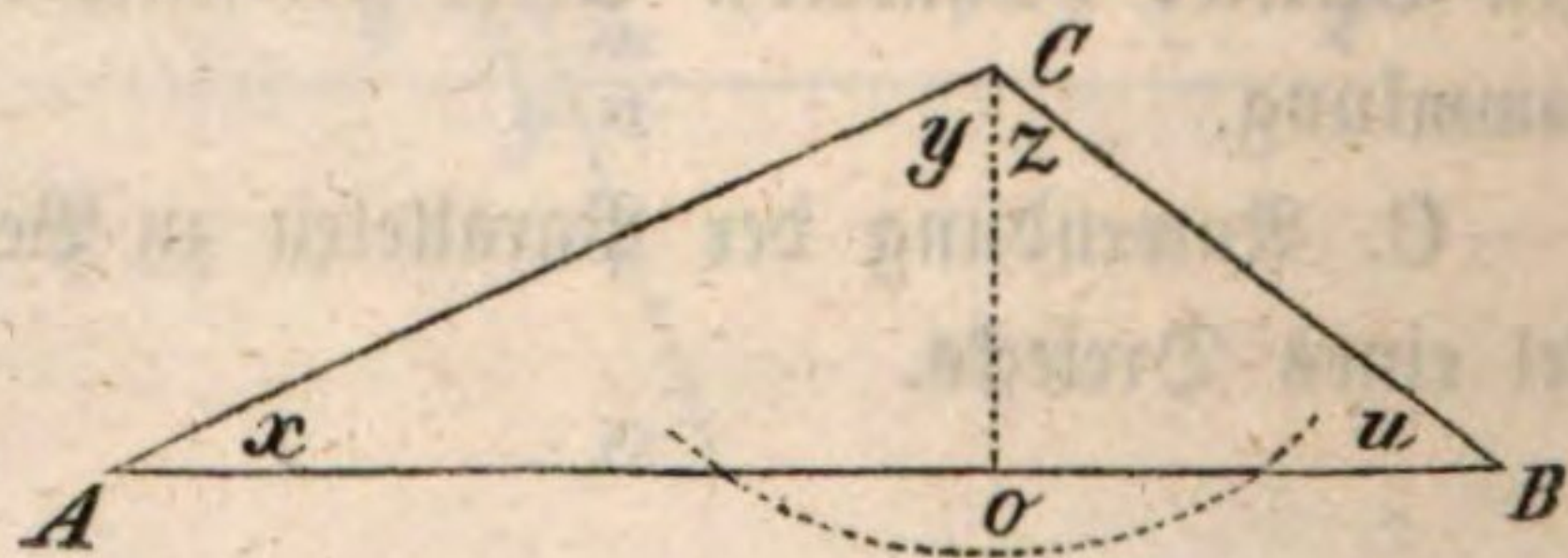
Wie groß sind die beiden Winkel (u und z) an der Hypotenuse zusammen? — Antwort: Gerade 1 R.

Das kann bei jedem rechtwinkligen Dreieck so gezeigt werden. Der Lehrer läßt das an ein paar andern Beispielen durch einzelne Schüler wiederholen. Die verschiedenen Drehungen versinnlichen sie mittelst eines schmalen Lineals.

Also mit dieser Entstehung des rechtwinkligen Dreiecks ist die Eigenschaft nothwendig verknüpft, daß die zwei Winkel an der schiefen Seite oder der Hypotenuse zusammen 1 R. ausmachen. Was der rechte Winkel DAB bei der Drehung von BA gegen AC verliert, setzt sich als gleich großer Winkel (z) bei C an.

2. Wie groß sind nun die Winkel in einem beliebigen Dreieck zusammen?

Es läßt sich dieß leicht finden, da jedes Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden kann. Dieß geschieht am besten, wenn man auf die größte Seite vom gegenüber stehenden Eckpunkt aus eine Senkrechte zieht. Es sei z. B. das Dreieck ABC vorgelegt:

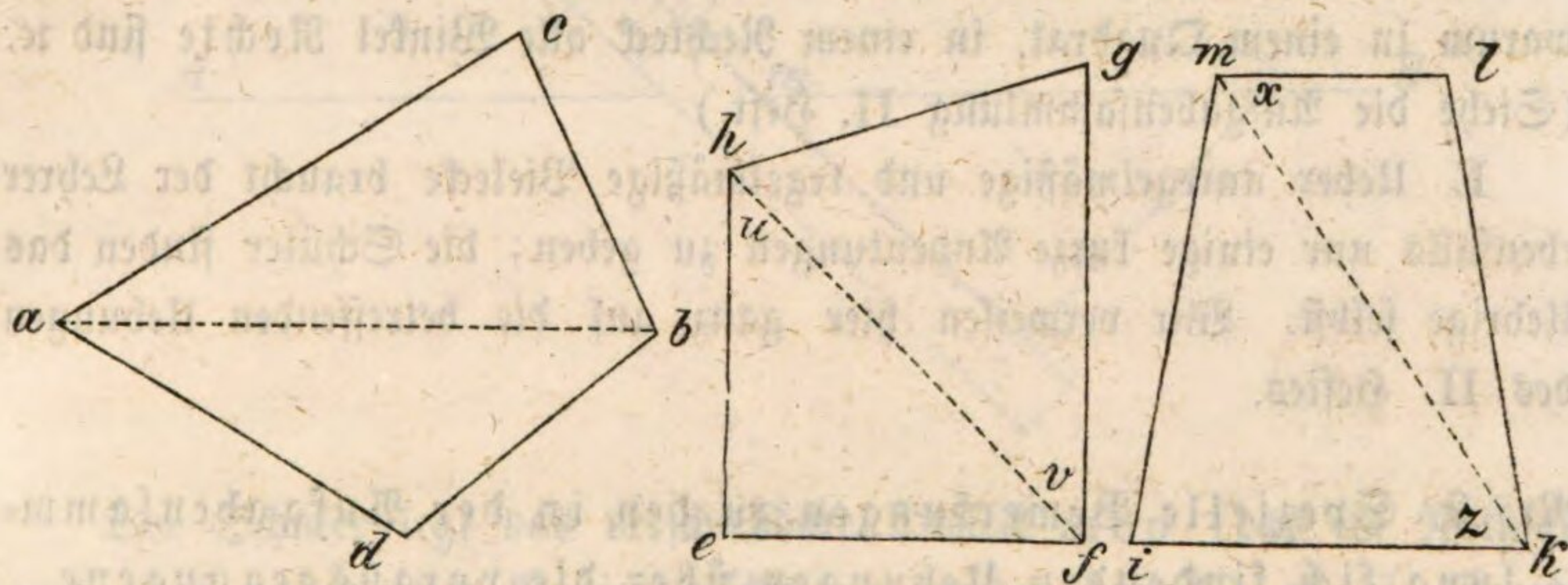


Wie vom Punkt C aus eine Senkrechte auf AB gezogen werden kann, haben die Schüler in den vorausgegangenen Uebungen erlernt.

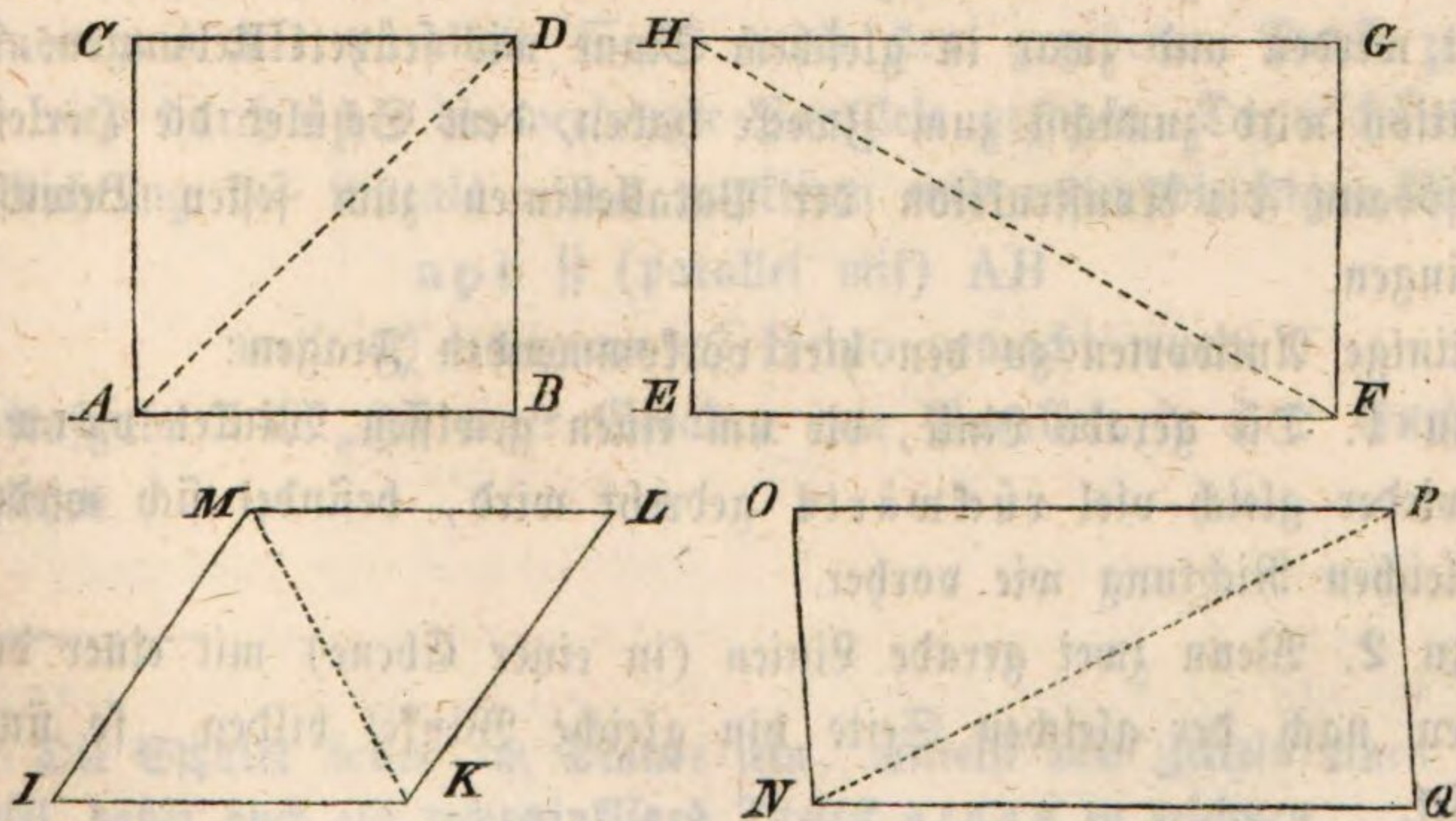
Sie wissen aber auch, daß die Winkel an der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks zusammen 1 R ausmachen. Also haben sie $x + y = 1 R$ und $z + u = 1 R$, daher alle 4 Winkel zusammen $= 2 R$, und da y und z zusammen einen Dreieckswinkel bilden, so sind alle drei Winkel des Dreiecks zusammen 2 R.

Hierauf einige Erläuterungen und Fragen über stumpfwinklige und spitzwinklige, über gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke 2c.

D. In Hinsicht auf die Konstruktion von Vierecken hat der Lehrer den Schülern bloß einige Winke zu ertheilen. Die Schüler setzen die Vierecke aus Dreiecken zusammen und leiten aus den ihnen nunmehr bekannten Eigenschaften der letztern, diejenigen der erstern ab. Es werden besonders betrachtet: das unregelmäßige Viereck und das Trapez:



Dann die Parallelogramme: nämlich das Quadrat, das Rechteck, die Raute, die längliche Raute.



Das unregelmäßige Viereck wird gezeichnet, indem an eine Seite eines beliebigen Dreiecks (wie abc) ein von diesem ganz verschiedenes Dreieck (wie abd) gefügt wird.

Wird an ein Dreieck wie efh oder ikm ein zweites so gezeichnet, daß an der gemeinschaftlichen Seite (Diagonale) zwei gleiche Wechselwinkel $u = v$ oder $z = x$ entstehen, so bilden die beiden Dreiecke zusammen ein Trapez.

Das Quadrat entsteht, indem an die Hypotenuse eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks ABD ein gleiches Dreieck ACD angefügt wird.

So ähnlich das Rechteck $EFGH$, die Raute $IKLM$, und die längliche Raute $NOPQ$.

Die Schüler finden leicht, wie groß die Summe der Winkel in einem Viereck ist; wie viele Diagonalen in einem solchen gezogen werden können; wie sich in einem Parallelogramm je zwei gegenüberstehende Seiten, je zwei kreuzweise gegenüberstehende Winkel zu einander verhalten müssen; warum in einem Quadrat, in einem Rechteck alle Winkel Rechte sind &c. (Siehe die Aufgabensammlung II. Heft.)

E. Ueber unregelmäßige und regelmäßige Vielecke braucht der Lehrer ebenfalls nur einige kurze Andeutungen zu geben; die Schüler finden das Uebrige selbst. Wir verweisen hier ganz auf die betreffenden Uebungen des II. Heftes.

Nr. 2. Spezielle Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorausgegangene Abtheilung.

Die Uebung 10 kann zur mündlichen oder schriftlichen Repetition benutzt werden und zwar in gleichem Sinne wie frühere Uebungen. Diese Repetition wird zunächst zum Zwecke haben, dem Schüler die Herleitung und sodann die Konstruktion der Parallellinien zum festen Bewußtsein zu bringen.

Einige Antworten zu den hier vorkommenden Fragen:

Zu 1. Die gerade Linie, die um einen gewissen Winkel vorwärts und wieder gleich viel rückwärts gedreht wird, befindet sich wieder in der gleichen Richtung wie vorher.

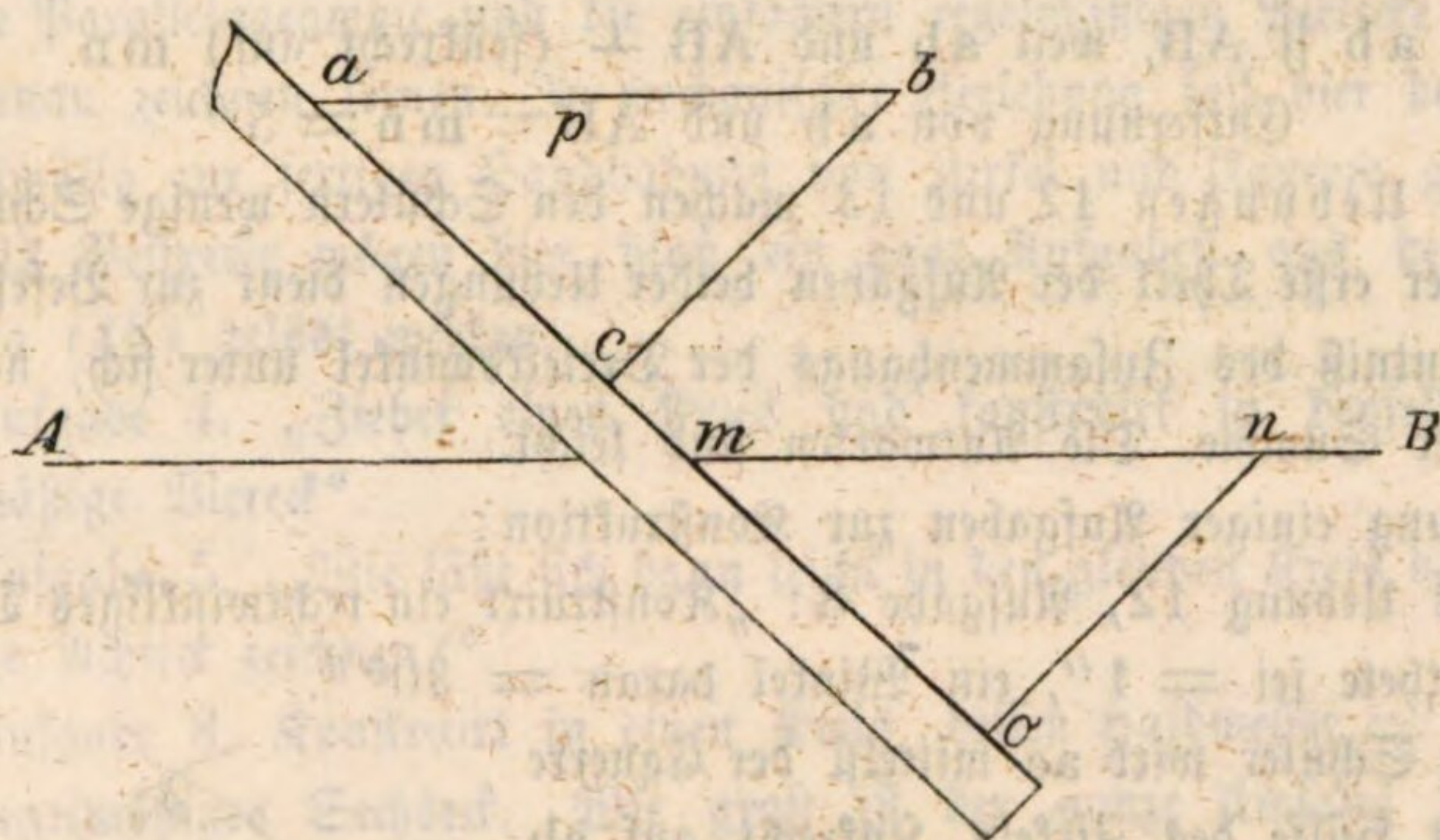
Zu 2. Wenn zwei gerade Linien (in einer Ebene) mit einer dritten geraden nach der gleichen Seite hin gleiche Winkel bilden, so sind sie parallel.

Zu 4, 5 und 6. Wenn jeder der zwei gleichliegenden Winkel x und $z = 70^\circ$ ist, so sind die Winkel DzF und DxB ebenfalls $= 70^\circ$. Jeder ihrer Nebenwinkel macht 110° . Also sind die Winkel CxB und CzF , AxD und EzD einander gleich, weil jeder $= 110^\circ$. u. s. f.

In Uebung 11 sind besonders diejenigen Aufgaben fest einzuüben, die sich auf das Ziehen von Parallellinien mittelst des verschiebbaren Dreiecks beziehen.

3. B. Aufgabe 12.

„Durch einen Punkt außer einer Geraden eine Parallele mit derselben zu ziehen.“



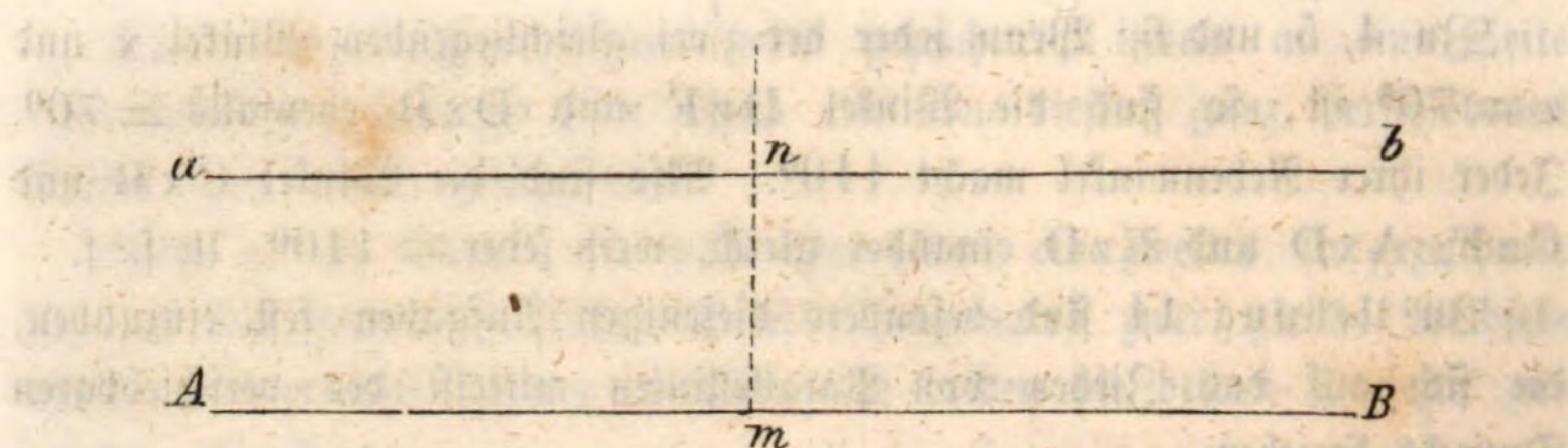
Der Schüler legt das verschiebbare Dreieck mno (das im Nothfall auch bloß aus steifem Papier geschnitten werden kann*) an die Gerade AB an und hält das Lineal ao an die Seite von mo fest, worauf das Dreieck längs dem Lineal aufwärts geschoben wird, bis die aufwärts-rückende mit AB parallele Seite durch den gegebenen Punkt p geht. Hier wird durch apb die verlangte Parallele gezogen. Der Schüler kann die Richtung des Lineals amo punktiren und unter die Figur schreiben:

$apb \parallel$ (parallel mit) AB

weil $\angle bam = \angle Bmo$ gemacht wurde.

Aufgabe 14. „Zu einer Geraden eine Parallele in 5''' Entfernung zu ziehen.“

* Die Schüler sollen im Stande sein, mittelst des Zirkels einen rechten Winkel, daher auch ein rechtwinkliges Dreieck genau zu zeichnen.



Der Schüler verschiebt das rechtwinklige Dreieck von AB an so, daß er zunächst die Senkrechte nm und hierauf nach Abtragung von $mn = 1/2''$ oder $5'''$ durch n die Parallele ab ziehen kann. Unter die Zeichnung kann er schreiben:

$ab \parallel AB$, weil ab und $AB \perp$ (senkrecht auf) mn .

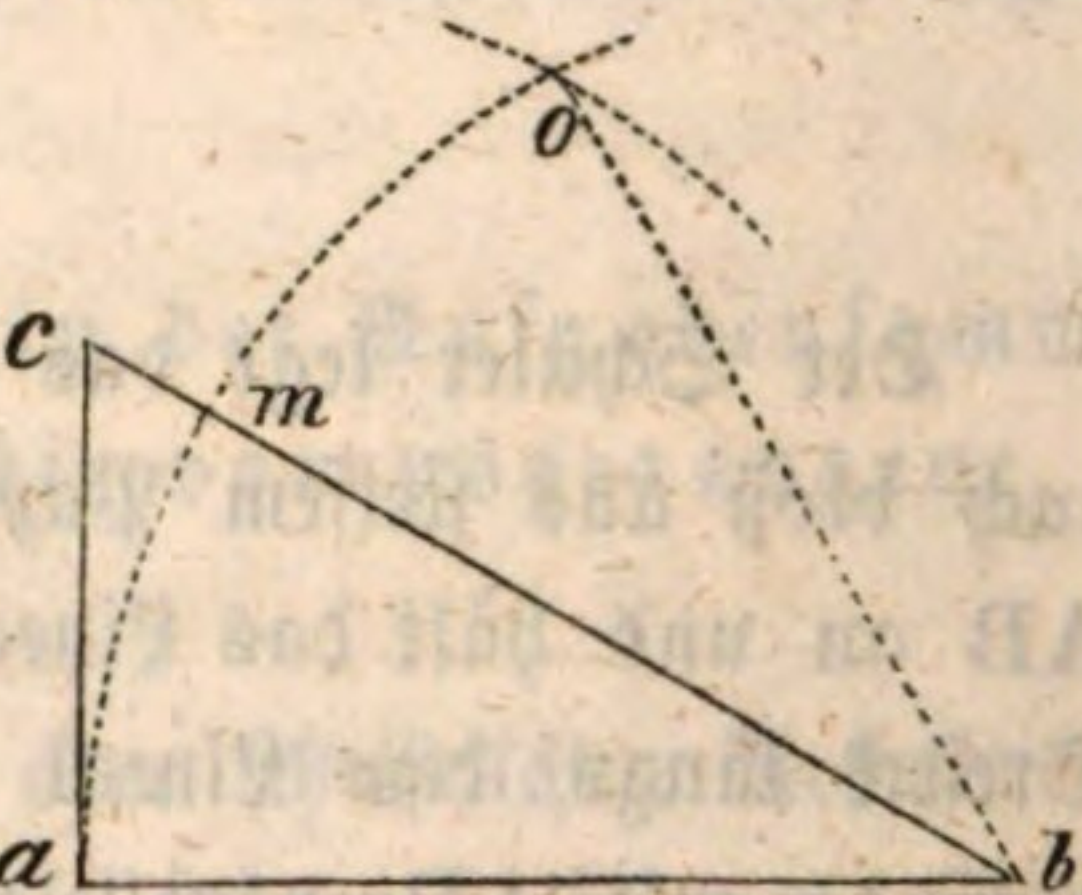
Entfernung von ab und $AB = mn = 5'''$

Die Uebungen 12 und 13 machen den Schülern wenige Schwierigkeit. Der erste Theil der Aufgaben beider Uebungen dient zur Befestigung der Kenntniß des Zusammenhangs der Dreieckswinkel unter sich, namentlich ihrer Summe. Die Antworten sind leicht.

Lösung einiger Aufgaben zur Konstruktion:

Aus Uebung 12, Aufgabe 8: „Konstruirt ein rechtwinkliges Dreieck, eine Kathete sei $= 1''$, ein Winkel daran $= 30^\circ$ “.

Der Schüler wird ac mittelst der Equerre oder mit Hülfe des Zirkels senkrecht auf ab errichten. Der Durchschnittspunkt o wird erhalten, indem $ao = ab = bo$ genommen wird; deswegen mißt $abo = 60^\circ$ als Winkel in einem gleichseitigen Dreieck abo .^{*} Nimmt man nun m als Mitte des Bogens ao , so ist $\angle abc = 30^\circ$, daher $\angle acb = 60^\circ$. Der Schüler kann unter die Zeichnung kurz bemerken:



$$ab = 1''.$$

$$ao = ab = bo, \text{ daher } \angle abo = 60^\circ.$$

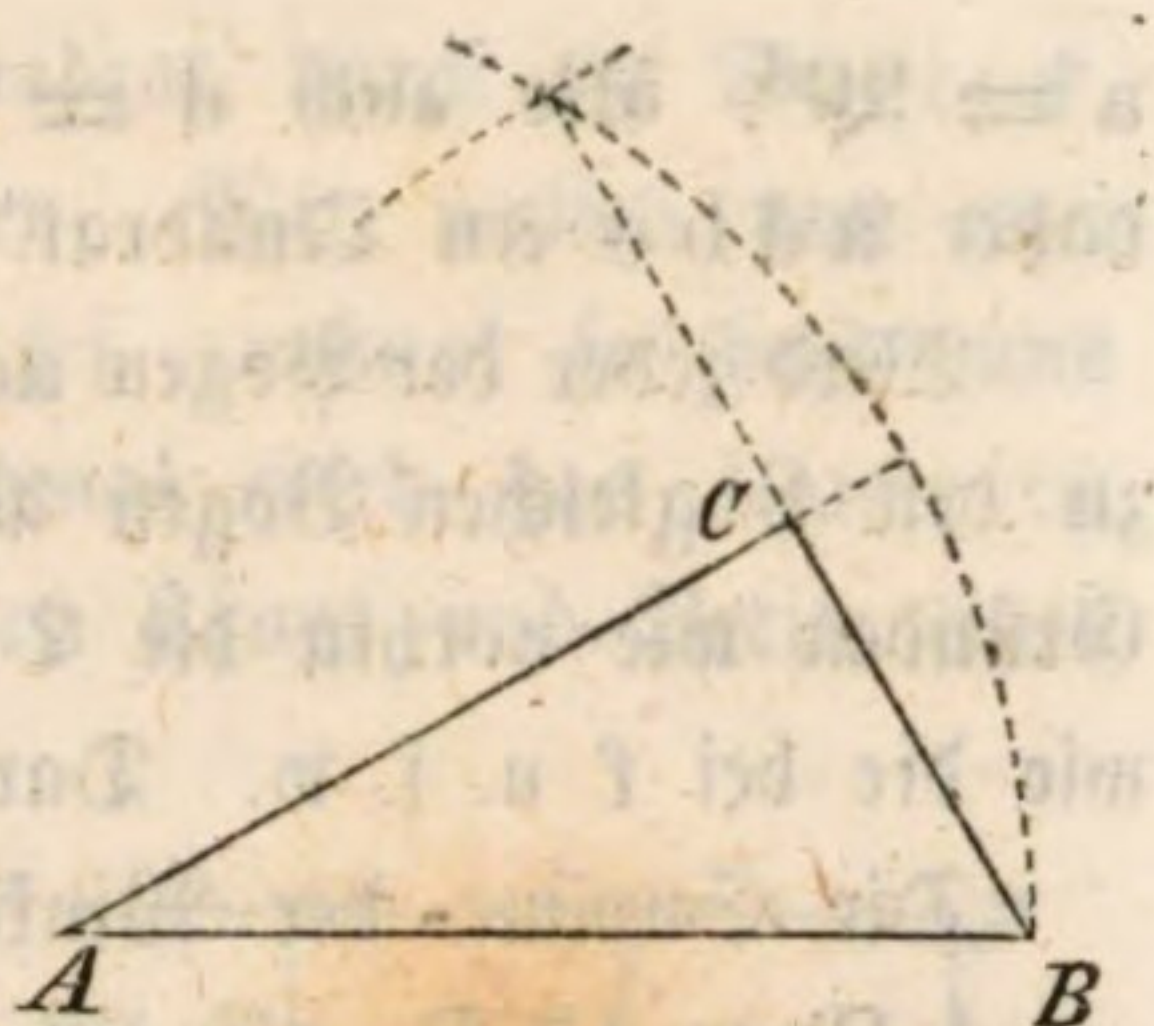
$$am = mo, \text{ daher } \angle abm = 30^\circ.$$

$$ca \perp ab, \text{ daher noch } \angle acb = 60^\circ.$$

^{*} Wäre das gleichseitige Dreieck in der vorangegangenen Lektion nicht schon betrachtet worden, so würde der Schüler den Winkel $abc = 30^\circ$ mit Hülfe des Transports abtragen.

Aus Übung 13, Aufgabe 17. „Zeichnet an die Endpunkte und über einer Seite AB einen Winkel von 60° und einen Winkel von 30° , welche Lage haben dann die beiden letzten Seiten zu einander?“

$\angle ABC = 60^\circ$; $\angle CAB = 30^\circ$;
daher $\angle ACB = 90^\circ$, also $CB \perp AC$.



Die Aufgaben in den Übungen 14 bis 18 über Vierecke und Vielecke sind leicht ausführbar. Zu wünschen ist vorzüglich, daß die Schüler die Parallelogramme und die einfachern regelmäßigen Vielecke geschickt und genau zeichnen lernen. In mechanischer Beziehung soll hier der Schüler allmählig zur fertigen Handhabung von Zirkel und Equerre gelangen.

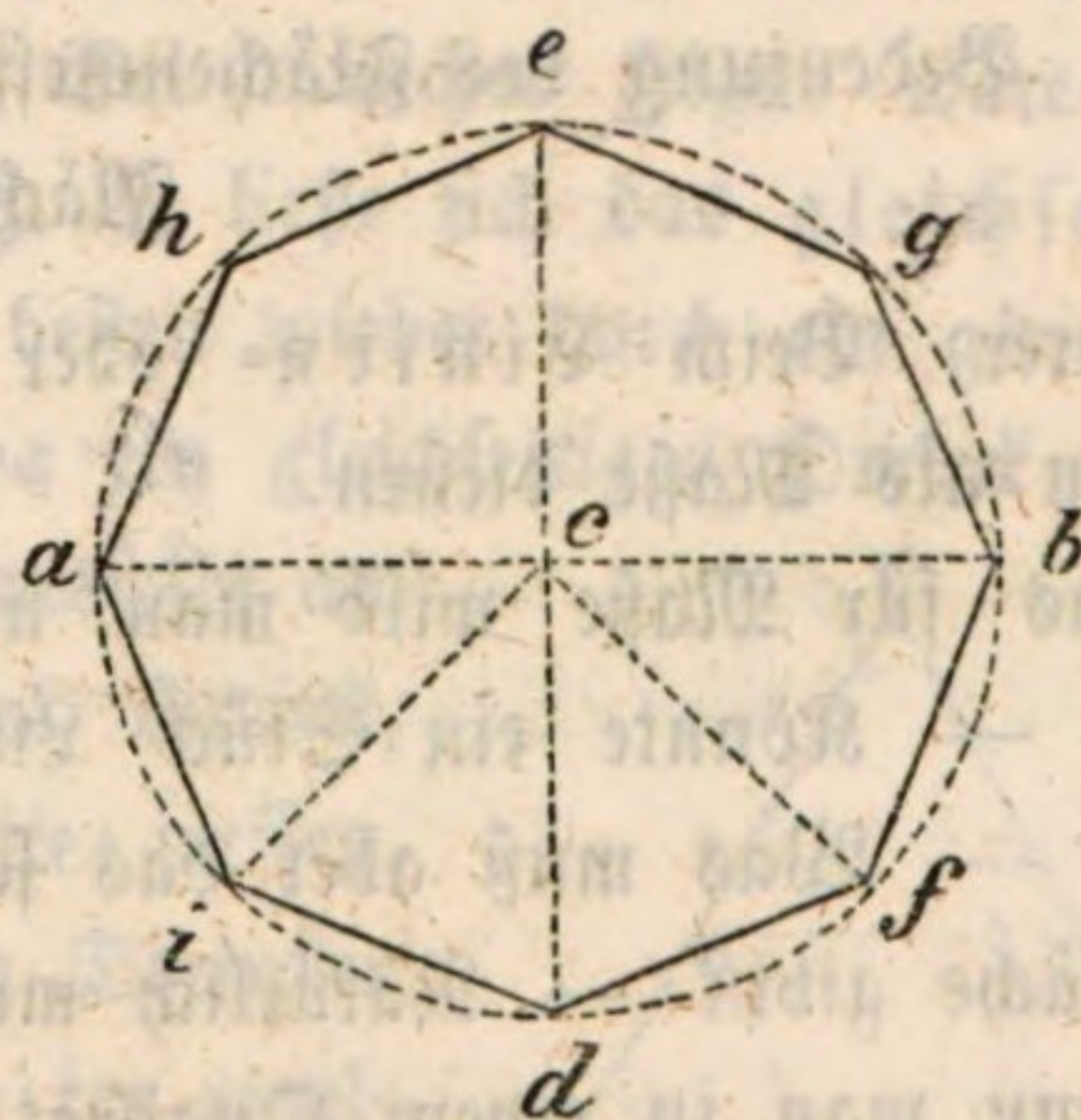
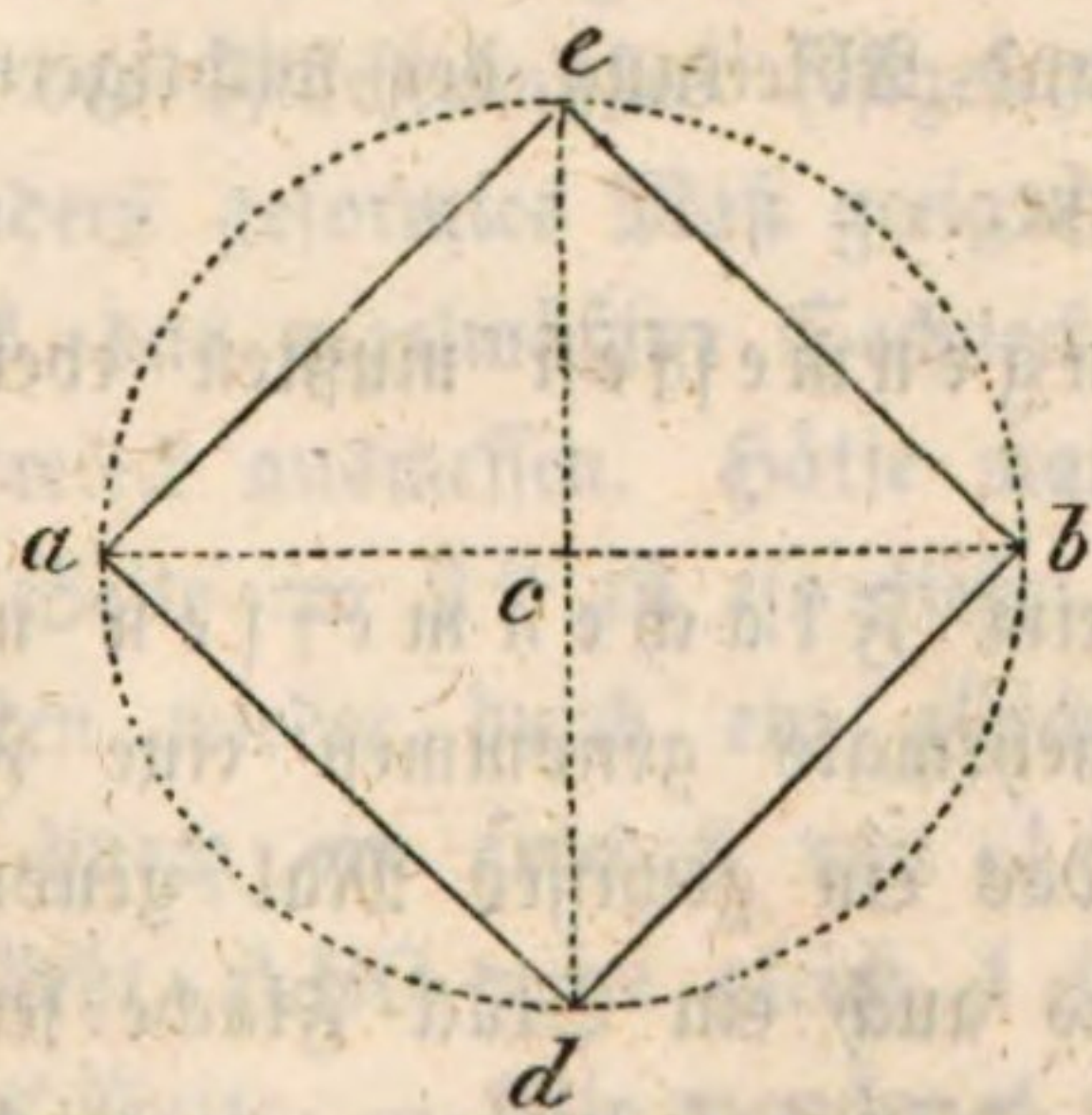
Als Beispiele mögen hier bloß ein paar Aufgaben aus der letzten Übung (18) gelöst werden.

Aufgabe 4. „Ziehet einen Kreis und konstruirt in denselben das regelmäßige Viereck“.

Aufgabe 5. „Wie läßt sich dann leicht in den gleichen Kreis das regelmäßige Achteck zeichnen?“

Aufgabe 8. Konstruirt in einen Kreis, dessen Halbmesser $= 4''$ ist, ein regelmäßiges Sechseck. Wie groß ist der ganze Umfang desselben (alle Seiten zusammen)? Wie groß ist mindestens diese Kreislinie?

Lösung zu 4 und 5.



Wenn man $ed \perp ab$ zieht, so sind die 4 Bogen ae, eb, bd und ad einander gleich, also auch die 4 Seiten ae, eb, bd und ad ; aber aus dem gleichen Grunde sind auch die 4 Winkel um e einander gleich, also Rechte. In jedem der gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecke wie aed ist ein Winkel an der Hypotenuse $= 45^\circ$, also zwei solche z. B.

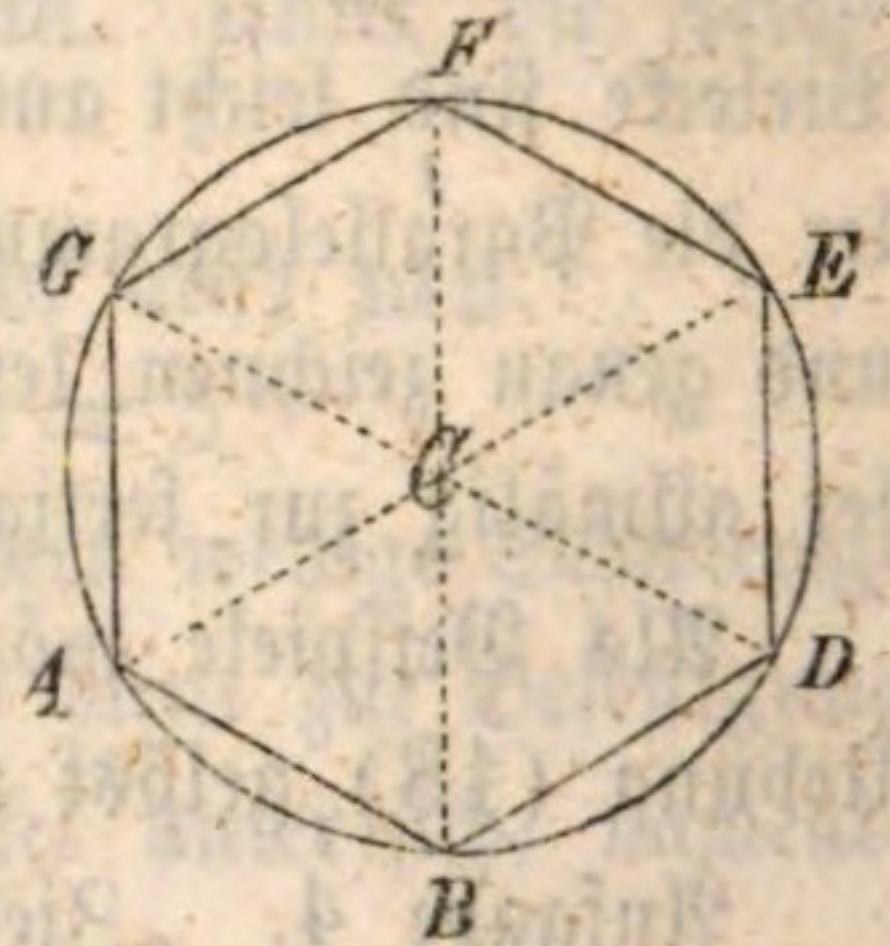
$a = 90^\circ$, also auch $d = 90^\circ$ und $b = 90^\circ$ und $e = 90^\circ$. Es ist daher $a d b e$ ein Quadrat.

Wird jeder der Bogen ad , db , be und ae noch halbt, so bekommt man zu den 8 gleichen Bogen auch 8 gleiche Seiten und es sind aus ähnlichen Gründen wie vorhin die 2 Winkel bei i so groß wie die 2 Winkel bei d , wie die bei f u. s. w. Darum ist $a i d f b g e h$ ein regelmäßiges Achteck.

Die Summe der Winkel des regelmäßigen Achtecks macht $8 \cdot 2 R - 4 R = 12 R$, also ist einer der 8 gleichen Winkel $12/8 R = 135^\circ$.

Lösung zu 8.

Da sich um C herum 6 gleiche gleichseitige Dreiecke aneinander zeichnen lassen, weil ein Winkel eines solchen Dreiecks $= 60^\circ$ ist; so sieht man, daß die Kreislinie, deren Halbmesser eine solche Seite ist, denselben auch 6mal als Sehne einschließt. Es ist nämlich $AB = BD = DE = EF = FG = GA =$ dem Halbmesser. Die Kreislinie ist also mindestens 6 mal so groß als der Halbmesser. Da derselbe hier $= 4'''$ ist, so mißt die Kreislinie jedenfalls mehr als $4 \cdot 6'''$. Der Umfang des Sechsecks ist aber gerade $= 4 \cdot 6'''$ oder $24'''$.



§ 18.

Einleitung zum Flächenmessen: Flächenmaße.

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

A. Bedeutung des Flächenmessens und Ableitung der wichtigeren Flächenmaße.

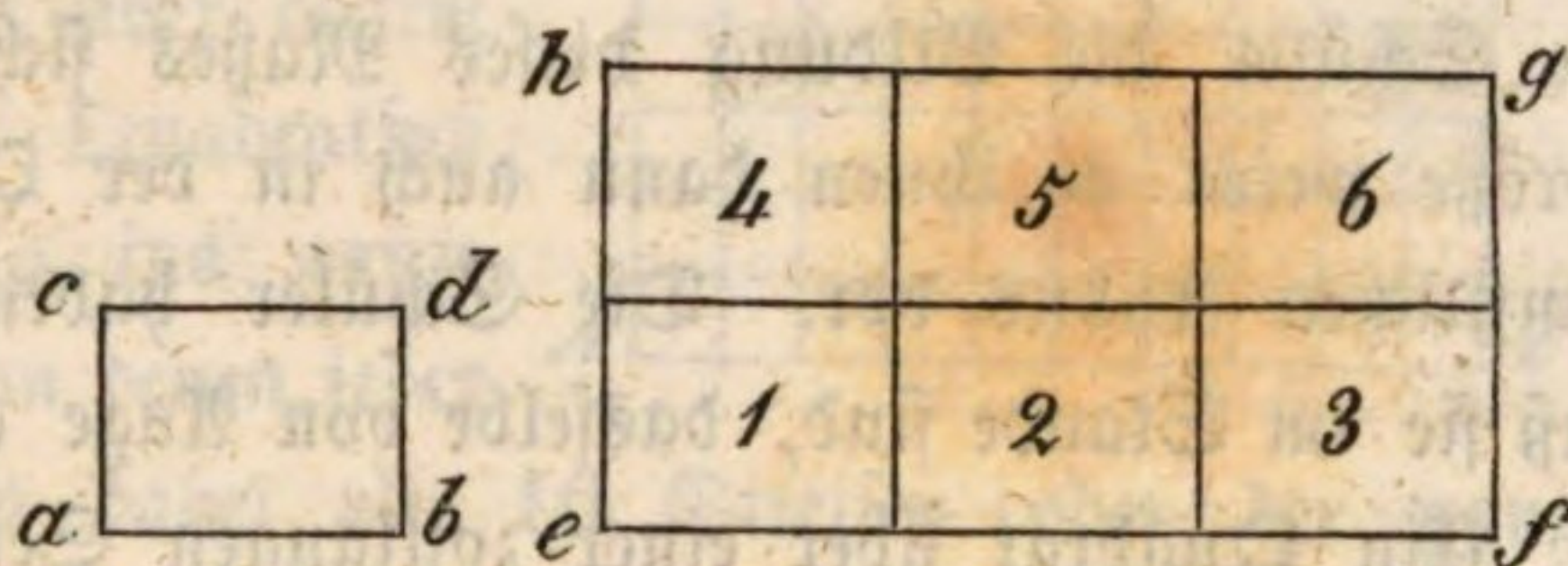
Lehrer: Beim Linien- oder Längenmessen mußten ebenfalls Linien als Maße dienen.

Was für Maße wird man nun beim Flächenmessen nöthig haben? — Könnte ein Stück Linie mehrmals genommen eine Fläche geben? — Was muß aber das sein, das ein gewisses Mal genommen eine Fläche gibt? — Natürlich muß das auch ein Stück Fläche sein.

Wenn man in einem Quadrat eine Diagonale zieht, wie wird dadurch das Quadrat getheilt? — Wie manchmal ist also eines dieser beiden rechtwinkligen Dreiecke im Quadrat enthalten? — Richtig, 2 Mal. Würde man aber die Mitte einer Seite mit der Mitte der gegenüberstehenden Seite des Quadrates verbinden, wie würde dann das Quadrat getheilt? — Also wäre eines dieser gleichen Rechtecke im Quadrate auch 2 Mal enthalten.

Das eine Mal hätte man also das Quadrat durch ein Dreieck, das andere Mal durch ein Rechteck gemessen. Wir wollen nun zwei Rechtecke mit einander vergleichen, das eine sei zweimal so breit und dreimal so lang als das andere; wie manchmal wird das letztere im erstern enthalten sein? (Zunächst Erklärung von Länge und Breite eines Rechtecks.)

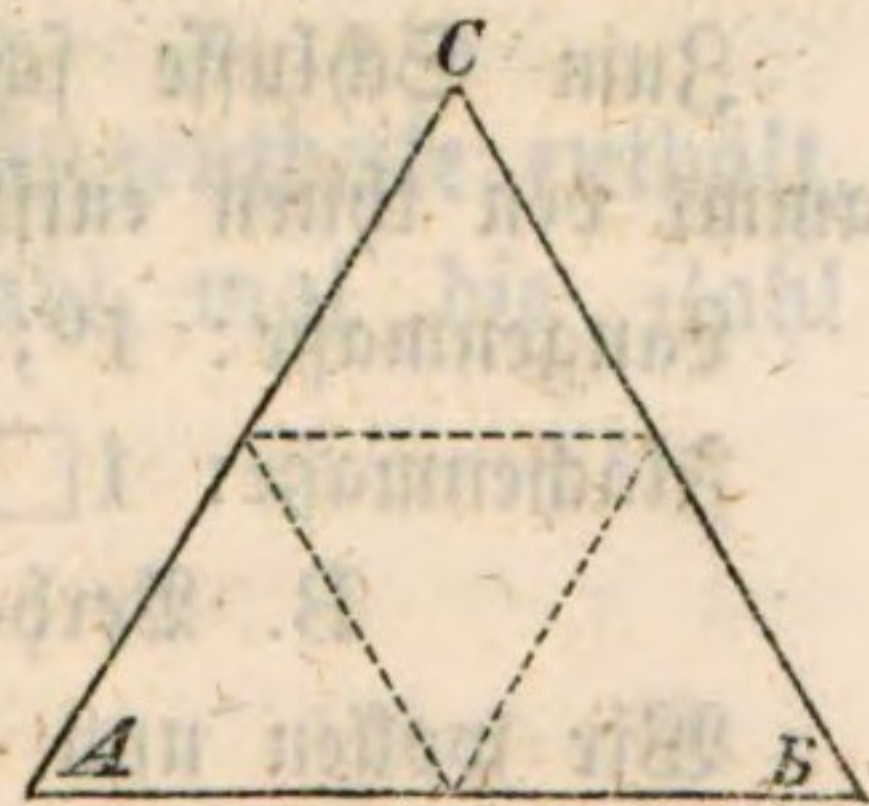
Denkt man sich das Rechteck $abcd$ von e an über ef angelegt oder angezeichnet und dann so fortgeföhren, wie 2, 3, 4, 5 und 6 andeu-



ten (der Lehrer mag das Anlegen wirklich veranschaulichen) so sieht man durch einfaches Abzählen, daß das Rechteck $abcd$ im Rechteck $efgh$ sechsmal liegt. Hier hat man also ein Rechteck durch ein Rechteck gemessen. Ihr könnt nun selbst solche Eintheilungen, Vergleichen und Messungen verschieden geformter Figuren vornehmen.

Beim Messen der Längen hatte man sich nur über die Größe des Maßes zu entscheiden, denn die Länge, als gerade Linie gedacht, hat nur eine Form. Hier ist aber außer der Größe noch die Form des Flächenmaßes auszumachen. Es ist die Frage: Soll das Maß ein Drei- oder Viereck u. und zwar was für eines sein?

Weil nun rechteckige Figuren fast am häufigsten und gewöhnlichsten bei Flächenbestimmungen vorkommen, so hat man das Quadrat als Form des Flächenmaßes festgesetzt. — Bei mancher Figur wäre zwar ein anders geformtes Maß geeigneter. Z. B. ließe sich das gleichseitige Dreieck, das regelmäßige Sechseck am besten wieder durch ein gleichseitiges Dreieck ausmessen. Hätte man etwa ein gleichseitiges Dreieck ABC , dessen Seite $= 2''$ ist, so ließe sich dasselbe am leichtesten wieder durch ein gleichseitiges Dreieck, z. B. durch ein solches von $1''$ Seite messen. Man sieht, ABC wäre gleich 4 solchen Dreiecken von $1''$ Seite. — Wie manchmal würde im regelmäßigen Sechseck ein gleichseitiges Dreieck enthalten sein, dessen Seite gleich der des Sechsecks wäre?



Deffenungeachtet hat das quadratförmige Maß sowohl bei der Messung als bei der Rechnung, wie ihr bald sehen werdet, seine verschiedenen Vorzüge.

Unsere Flächenmaße haben zur Grundlage die gesetzlichen Längenmaße. Zu jedem Längenmaße kann nämlich ein Quadrat als Flächenmaß gebildet werden.

Errichtet man über einer geraden Linie von 1' Länge ein Quadrat, so stellt dasselbe einen Quadratfuß ($1 \square'$) dar. (Der Lehrer führt schnell an der Wandtafel die Konstruktion dieses Quadrates aus, damit die Schüler die Bildung dieses Maßes sich fest einprägen. Die gleiche Größe weist er ihnen dann auch in der Quadratfläche einer Platte des künstlichen Kubus vor. Die Schüler haben dieses Maß so aufzufassen, daß sie im Stande sind, dasselbe von Auge annähernd richtig darzustellen.)

Ein Quadrat über einer zolllangen Seite gibt einen Quadrat Zoll ($1 \square''$). (Darstellung und Auffassung desselben wie vorhin.)

Was hat man sich nun unter einer Quadratlinie ($1 \square'''$) zu denken? — Bezeichnet schnell auf euern Tafeln die Größe dieses Maßes von Auge. Wie wäre dieses Maß genau darzustellen?

Was wird endlich eine Quadratelle sein? — Was ein Quadratpflaster, eine Quadratruthe? (Veranschaulichung derselben an der Wand oder auf dem Zimmerboden.)

Was wäre eine Quadratstunde, eine Quadratmeile?*

Besonders zu merken ist noch die Suchart als die Größe eines Quadrats über einer 200' langen Seite.

Ihr habt hieraus gesehen, daß zu jedem Längenmaß ein Quadrat als Flächenmaß gebildet werden kann; nun muß man sich aber hüten, Längenmaße und Flächenmaße mit einander zu verwechseln. Kann man sagen: Die Vorderfläche der Wandtafel hält oder mißt 12 Fuße? — Die Länge der Bank beträgt 12 $\square$ Fuße? — Wie müßte man richtig sagen?

Zum Schlusse schreiben wir noch die gewöhnlichsten Quadratmaße sammt den ihnen entsprechenden Längenmaßen auf:

Längenmaße: 1⁰; 1'; 1''; 1'''; 1 Elle; 1 Klafter u.

Flächenmaße: $1 \square^0$; $1 \square'$; $1 \square''$; $1 \square'''$; $1 \square$ Elle; $1 \square$ Klstr. u.

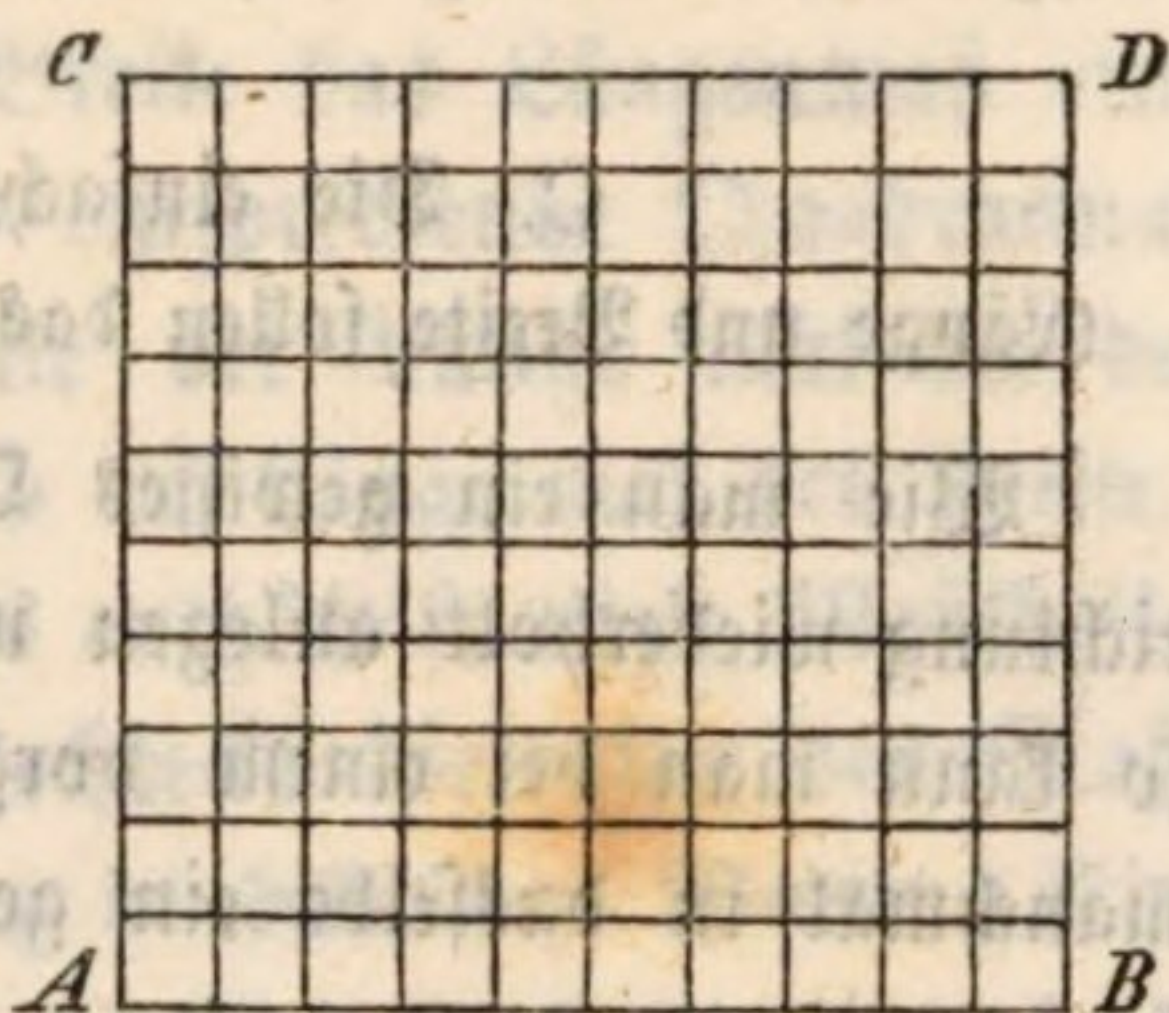
B. Verhältnisse der Quadratmaße zu einander.

Wir wollen nun die angeführten Flächenmaße ihrer Größe nach mit einander vergleichen. (Der Lehrer zeichnet am besten den Quadratfuß noch

* Die Meile = $\frac{1}{15}$ des Grades vom Aequator = 7420,44 Metres = 24735 Schweizerfuß (genauer = 24734,8 Schweizerfuß).

einmal an die Wandtafel und zwar in wirklicher Größe, zieht aber die Querslinien noch nicht.)

Ueber $AB = 1'$ oder $10''$ kann man gerade $10 \square''$ anlegen oder anzeichnen; die bilden zusammen einen rechteckigen $10''$ langen und $1''$ breiten Streifen. Wie viele solche Streifen kann man jetzt über diesem noch anbringen, bis der ganze Quadratsfuß ausgefüllt ist? — Gut, also ins ganze Quadrat gehen 10 Streifen, von denen jeder $10 \square''$ hält; wie viel halten daher alle 10 Streifen oder der ganze Quadratsfuß? — So, der Quadratsfuß enthält also $100 \square''$. Das sieht man auch gut auf dieser Platte unsers Kubus. (Vorweisung.)



Wie der Quadratsfuß, so kann ganz ähnlich auch der Quadrat Zoll eingetheilt werden und man erhält auf ähnliche Art: $1 \square'' = 100 \square'''$.

Und eben so würden in größerem Umfang folgen: $1 \square^0 = 100 \square'$.

Wenn also ein Längenmaß aus 10 Längentheilen besteht, so hat das zugehörige Quadratmaß 10 mal 10 oder 100 entsprechende Quadrattheile.

Die Seite eines Quadratklusters mißt $6'$. Wie viele Quadratsfuß hätten also über dieser Seite zunächst in einer Reihe Platz? — Und in wie viele solche Reihen könnte das ganze Quadratklaster eingetheilt werden?

Daher hält ein Quadratklaster 6 mal $6 \square'$ oder $36 \square'$.

In gleicher Weise würde folgen: $1 \square \text{ Elle} = 2 \cdot 2 \square' = 4 \square'$,
 $1 \square \text{ Stab} = 16 \square'$.

Eine Quadratjuchart $= 200 \cdot 200 \square' = 40000 \square'$.

Wie würde man die Größe einer Quadratstunde in $\square'$ finden? 2c.

Man hat demnach allgemein:

Wenn ein Längenmaß irgend eine Anzahl Längentheile enthält, so hat das entsprechende Quadratmaß diese Zahl mal die Zahl Quadrattheile.

Zusammenstellung:

$1 \square^0 = 100 \square'$,

$1 \square' = 100 \square''$,

$1 \square'' = 100 \square'''$;

$1 \square \text{ Klast} = 36 \square'$; $1 \square \text{ Elle} = 4 \square'$;

$1 \text{ Quadratjuchart} = 40000 \square'$.

Hierauf folgen geeignete Rechnungsbeispiele über diese Maße (siehe Aufgabensammlung Heft II, Übung 22).

C. Die einfachste Ausmessung des Rechtecks.

(Länge und Breite sollen das Längenmaß eine ganze Zahl mal enthalten.)

Wie man ein gewisses Quadratmaß nach der Längen- und Breitenrichtung wiederholt anlegen und so verschiedenartige Rechtecke bilden kann, so kann man bei einem vorgelegten Rechteck umgekehrt untersuchen, wie manchmal in dasselbe ein gewisses Quadratmaß in gleicher Weise gelegt werden könne.

Dies geht ohne alle Schwierigkeit, sobald in Länge und Breite des vorgelegten Rechtecks das entsprechende Längenmaß eine ganze Zahl mal liegt.

Wenn die Länge AB des vorgelegten Rechtecks 5", die Breite AC 3" mißt, so hält der erste zollbreite Streifen über AB $5 \square$ ", das ganze Rechteck aber 3 solche Streifen, folglich $3 \cdot 5 \square$ " oder $15 \square$ ".



Ein Rechteck läßt sich immer in so viele gleiche Längestreifen theilen, als die Maßzahl der Breite angibt und jeder Streifen hält so viele Quadratmaße als die Maßzahl der Länge bezeichnet, woraus durch einfache Schlußrechnung der Inhalt des ganzen Rechtecks folgt.

Kennt man den Inhalt des Rechtecks und die Zahl der Maßtheile einer Seite desselben, so kann man, um die Größe der anstoßenden Seite zu finden, das ganze Rechteck in so viele gleiche Streifen zerlegen, als jene erstere Seite Maßtheile hat; daraus ist leicht der Inhalt eines Streifens zu finden. So viele Quadrattheile dann dieser Streifen enthält, so viele Längentheile mißt die gesuchte Seite des Rechtecks.

Ist z. B. bei obigem Rechteck der Inhalt $= 15 \square$ ", die Länge $= 5$ ", so kann das Rechteck in 5 gleiche Breitenstreifen zerlegt werden; auf einen fallen dann $3 \square$ ", also ist dieser Streifen 3" breit und somit auch das ganze Rechteck.

Oder: So manchmal der Längestreifen von $5 \square$ " im Rechteck übereinander gelegt werden kann, d. h. so manchmal $5 \square$ " in $15 \square$ " enthalten sind, so viele Zoll mißt die Breite des Rechtecks.

Man erkennt hieraus leicht folgende etwas allgemeinern Ergebnisse

(natürlich muß der Lehrer noch durch ein paar anschauliche Beispiele darauf überleiten):

a. Ein Rechteck, dessen Länge und Breite das Längenmaß eine ganze Zahl mal enthalten, enthält das entsprechende Quadratmaß so manchmal, als die Anzahl Maßtheile der Länge mal die der Breite angibt. (Kurz: der Inhalt ist gleich der Länge mal der Breite.)

b. Eine Seite eines solchen Rechtecks enthält so viele Maßtheile, als in der Anzahl Quadrattheile des Rechtecks diejenige der Maßtheile der andern Seite liegt. (Oder kurz in bildlichen Worten: Eine Seite des Rechtecks ist gleich dem Inhalt dividirt durch die anstoßende Seite.)

Endlich mag noch am Platze sein, einzelne einfache Bruchtheile von Quadratmaßen zc. zu bilden, z. B. $\frac{1}{2} \square'$, $\frac{1}{3} \square'$, $\frac{1}{4} \square'$ u. s. f.

Wie ein Rechteck in 3 gleiche Theile getheilt werden kann, hat der Schüler schon im Eingange zum Flächenmessen gelernt, also wird er auch leicht z. B. den $\square''$ in drei gleiche Theile theilen können, wodurch er in einem derselben $\frac{1}{3} \square''$ erhält. Wie er sodann durch Zusammensetzung $\frac{2}{3} \square''$, $\frac{5}{3} \square''$ zc. bilden kann, leuchtet ein.

Zu Repetitionen und Examinatorien bietet die Aufgabensammlung hinreichenden Stoff. Wie hiezu mitunter auch einer der geschicktesten ältern Schüler verwendet werden kann, haben wir schon angedeutet.

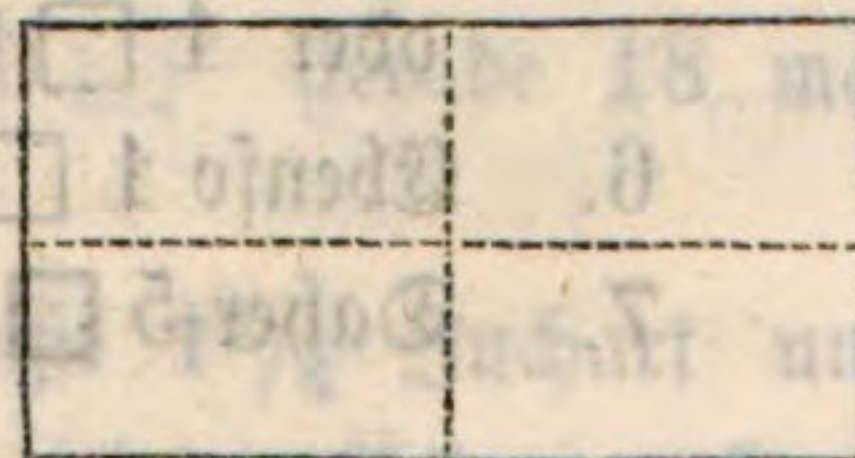
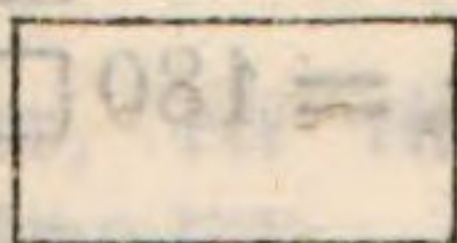
Nr. 2. Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Übungen über die vorausgegangene Abtheilung.

Die Übungen 19 und 20 bieten dem Schüler zweckmäßigen Stoff zu den Anfängen der Theilung, Größenvergleichung und Messung von Flächenstücken. Die Lösung der einzelnen Aufgaben fällt dem Schüler hier nicht schwer, da er die hiezu nöthigen einfachen Konstruktionen bereits fertig ausführen kann.

Beispiele: Übung 20, Aufgabe 3. „Zeichnet zwei Rechtecke, die Länge sowohl als die Breite des einen seien doppelt so groß als diejenige des andern, wie manchmal so groß ist das erste als das zweite?“

Die Schüler zeichnen in ihrem Aufgabenhefte:

und schreiben etwa dazu: Jede Seite des größern Rechtecks ist



das Doppelte von der entsprechenden Seite des kleinern. Verbindet man beim größern Rechtecke die Mitten von je zwei gegenüberstehenden Seiten durch gerade Linien, so wird dasselbe in 4 Rechtecke getheilt, von denen jedes gleich dem ersten Rechtecke ist. Also ist das zweite Rechteck 4 mal so groß als das erste.

Aufgabe 8. „Von zwei Rechtecken, die gleich lang sind, ist das eine 8', das andere 1' 6'' breit; wie verhalten sie sich? — Wenn aber das eine 126' und das andere 18' lang wäre, wie würden sie sich verhalten, wenn beide gleiche Breite hätten?“

Antwort: Von den beiden ersten ist das eine 5mal so groß als das andere; von den beiden letzten ist das eine der 7te Theil vom andern.

Aufgabe 18. „Drei Brüder haben einen rechteckigen Acker von 480' Länge und 80' Breite, wie können sie ihn auf die einfachste Weise in 3 gleiche Theile theilen?“

Antwort: Sie theilen die Länge von 480' in 3 gleiche Theile, dann ist einer derselben = 160', die gegenüberstehende Seite wird eben so getheilt. Dann sind die Theilungspunkte 1 mit 1 und 2 mit 2 etwa durch gerade Furchen zu verbinden, wodurch 3 gleiche Rechtecke, jedes von 160' Länge und 80' Breite abgegränzt werden.

Die Uebung 21 dient bloß zur Wiederholung; die Schüler werden nach der Lektion des Lehrers die Antworten leicht finden.

Aus Uebung 22 mögen hier einige Rechnungsbeispiele folgen.

$$1. \quad 1 \square' = 100 \square'' \text{ und } 1 \square'' = 100 \square''', \text{ also } 1 \square' = ? \square'''$$

Da $1 \square'' = 100 \square'''$ ist, so sind $100 \square'' = 100 \cdot 100 \square''' = 10000 \square'''$, also $1 \square' = 10000 \square'''$.

$$4. \quad 1 \square \text{ Elle} = ? \square'' = ? \square'''$$

Es ist $1 \square \text{ Elle} = 4 \square'$

und $1 \square' = 100 \square''$,

also $4 \square' = 400 \square''$

$= 400 \cdot 100 \square''' = 40000 \square'''$,

oder $1 \square \text{ Elle} = 400 \square'' = 40000 \square'''$.

$$6. \quad \text{Ebenso } 1 \square \text{ Rftr.} = 36 \square' = 3600 \square'' = 360000 \square'''$$

$$7. \quad \text{Daher } 5 \square \text{ Rftr.} = 180 \square' = 18000 \square'' = 1800000 \square'''$$

13. $1 \square' = ? \square \text{ Rlfr.}; 7 \square' = ? \square \text{ Rlfr.}$

Es ist $1 \square \text{ Rlfr.} = 36 \square'$,

also $1 \square' = \frac{1}{36} \square \text{ Rlfr.}$

und $7 \square' = \frac{7}{36} \square \text{ Rlfr.}$

16. $25987 \square'' = ? \square^0 = ? \square \text{ Rlfr.}$

$1 \square'' = \frac{1}{100} \square' = \frac{1}{10000} \square^0$,

also $25987 \square'' = \frac{25987}{10000} \square^0 = \frac{25987}{10000} \square^0$

oder $= 2 \square^0, 59 \square' 87 \square''$.

Da ferner $1 \square \text{ Rlfr.} = 36 \square' = 3600 \square''$,

so ist $1 \square'' = \frac{1}{3600} \square \text{ Rlfr.}$

also $25987 \square'' = \frac{25987}{3600} \square \text{ Rlfr.}$

$= \frac{7787}{3600} \square \text{ Rlfr.}$

$= 7 \square \text{ Rlfr. } 7 \square' 87 \square''$.

17. $12345 \square''' = 1 \square' 23 \square'' 45 \square'''$.

$31240 \square'' = 312 \square' 40 \square''$.

21. $1\frac{1}{4} \square \text{ Rlfr.} = ? \square'; 3\frac{1}{5} \square' = ? \square''$,

$\frac{1}{4} \square \text{ Rlfr.} = \frac{36}{4} \square' = 9 \square'$,

also $1\frac{1}{4} \square \text{ Rlfr.}$ oder $\frac{5}{4} \square \text{ Rlfr.} = 45 \square'$,

Ferner $\frac{1}{5} \square' = \frac{100}{5} \square'' = 20 \square''$

und $3\frac{1}{5} \square'$ oder $\frac{16}{5} \square' = 20 \cdot 16 \square'' = 320 \square''$

oder kurz: $3 \square' = 300 \square''$

$\frac{1}{5} \square' = 20 \square''$

also $3\frac{1}{5} \square' = 320 \square''$

26. $31 \square^0 \quad 90 \square' \quad 26 \square'' \times 49$

279

810

234

124

360

104

4 4

1 2

1563 $\square^0$

22 $\square'$

74 $\square''$

27. $120 \square \text{ Rlfr.} : 2 \square^0 40 \square' = ?$

Es sind $120 \square \text{ Rlfr.} = 120 \cdot 36 \square' = 4320 \square'$

und $2 \square^0 40 \square' = 240 \square'$

also $120 \square \text{ Rlfr.} : 2 \square^0 40 \square' = \frac{4320}{240} \square' = 18$.

In $120 \square \text{ Rlfrn.}$ sind also $2 \square^0 40 \square'$ gerade 18 mal enthalten.

28. Ein Bauer hat 2 Aecker, der eine mißt $1\frac{1}{4}$ Suchart und der andere 1 Suchart und 9870 $\square'$. Von jedem Acker verkauft

er nun $\frac{1}{5}$ Suchart; wie viel bleibt ihm also im Ganzen noch übrig?

Lösung: 1 Suchart = $200 \cdot 200 \square' = 40000 \square'$

$$\frac{1}{5} = = \frac{40000}{5} \square' = 8000 \square'$$

der erste Acker hält $11\frac{1}{4}$ Suchart = $50000 \square'$

der zweite = = 1 Such. $9870 \square' = 49870 \square'$

zusammen: $99870 \square'$

davon $\frac{2}{5}$ Suchart oder $16000 \square'$

bleiben im Ganzen: $83870 \square'$

Das sind: 2 Suchart und $3870 \square'$.

29. Ein Stück Land, welches 3 Suchart und $20700 \square'$ mißt, soll unter 4 Brüder gleich vertheilt werden, wie viele $\square'$ kommen auf einen?

Lösung: Es sind 3 Such. $20700 \square' = 140700 \square'$;

ein Bruder bekommt den 4ten Theil, also:

$$140700 \square' : 4 = 35175 \square'.$$

Aus Uebung 23.

6. Die Vorderfläche einer Wandtafel ist $6'$ lang und $4' 5''$ breit; wie viel $\square''$ Inhalt hat sie?

Lösung: 1. Ueber die Länge von $6'$ gehen zunächst $6 \square'$.

Bei der Breite von $4'$ hat man diesen Streifen 4 mal, also $24 \square'$.

Nun bleibt noch ein $6'$ langer Streifen von $\frac{1}{2}'$ Breite, der hält 6 halbe $\square'$,

also hält die Fläche der Tafel zusammen $(24 + 3) \square' = 27 \square'$.

2. Ueber der Länge von $60''$ paßt ein zollbreiter Streifen von $60 \square''$,

derselbe hat im Rechteck von $45''$ Breite 45 mal Platz, also ist das Rechteck = $(60 \cdot 45) \square'' = 2700 \square'' = 27 \square'$.

Oder 3. Ueber 1 Fuß Länge liegt ein Breitenstreifen von $4\frac{1}{2} \square'$, also liegen über $6'$ Länge $(4\frac{1}{2} \cdot 6) \square' = 27 \square'$. u. f. f.

8. Eine rechteckige Wand ist $30'$ lang und $21'$ hoch; wie viele $\square'$ Läden nöthig, um dieselbe damit zu decken?

Kurze Lösung: Der Inhalt des Rechtecks = $(30 \cdot 21) \square' = 630 \square'$.

Also bedarf man $630 \square'$ Läden.

12. Eine $24'$ breite Straße zieht sich durch eine rechteckige Wiese parallel mit der Länge derselben. Wie viele $\square'$ nimmt die Straße von der Wiese weg, wenn diese $97'$ lang ist?

Lösung: Die Straße schneidet ein Rechteck aus von 24' Breite und 97' Länge.

Die Fläche dieses Rechtecks beträgt $(97 \cdot 24) \square' = 2328 \square'$.

Also werden von der Wiese 2328 $\square'$ für die Straße gebraucht.

Aus Übung 24.

7. Von einer Wiese, die 62' breit ist, soll in der Breitenrichtung ein rechteckiges Stück abgeschnitten werden, das 9920 $\square'$ hält; welche Länge muß man dem abzuschneidenden Stücke geben?

Lösung: Ueber 1 Fuß Länge hat im Rechteck ein Breitenstreifen von 62 $\square'$ Platz.

So viele solche Streifen auf 9920 $\square'$ gehen, so lang muß das Rechteck sein.

Darum der Dreisatz: 62 $\square' = 1$ Streifen.

$$9920 \square' = ?$$

Hieraus folgt: $9920 \square' = \frac{9920}{62}$ Streifen = 160 Streifen.

Wenn 160 Breitenstreifen erforderlich sind, so wird das Rechteck 160' lang.

8. Die Länge eines Ackers mißt 507', die Breite desselben soll neu ausgemittelt werden, da die Marke, welche die Breite angeben sollte, nicht mehr aufgefunden wird. Man weiß aber, daß der ganze Acker 1 Tuchart und 36050 $\square'$ Flächeninhalt hat; wie läßt sich hieraus nun die Breite bestimmen?

Lösung: Der Acker hält 1 Tuchart und 36050 $\square' = 76050 \square'$.

Ein fußbreiter Längestreifen hält 507 $\square'$,

daher gehen ins ganze Rechteck $(76050 : 507)$ Längestreifen, dieß macht 150 solche Streifen.

Da jeder 1' breit ist, so sind alle aneinander gereiht zusammen 150' breit.

Die Breite muß also genau 150' betragen.

Anmerkung: Natürlich können auch von diesen Aufgaben wie von den frühern beliebige, je nach Gutfinden des Lehrers, weggelassen werden. Dieß wird bei den einen Schulen mehr nöthig sein als bei andern. Indessen wird auch derjenige Lehrer, dem weniger Zeit für diesen Unterricht zu Gebote steht, gerne das eine Jahr die, das andere Jahr die andern Aufgaben lösen lassen. Auch wird er nicht ermangeln, den Schülern die geeigneten Aufgaben zur Lösung bei Hause zu bezeichnen.

III. Sechstes Schuljahr.

Vom zurückgelegten 11. bis 12. Altersjahre.

§ 19.

Aufgabe.

Ausmessung beliebiger Rechtecke, rechtwinkliger und schiefwinkliger Dreiecke (auch mit Voraussetzung einfacher gebrochener Maßzahlen). Ausmessung der aus beliebigen Dreiecken zusammengesetzten Vier- und Vielecke. Mannigfaltige leichtere Anwendungen hiezu. Anfänge in Vermessungen im Freien und Aufnahme und Zeichnung der leichtesten Grundplänen.

§ 20.

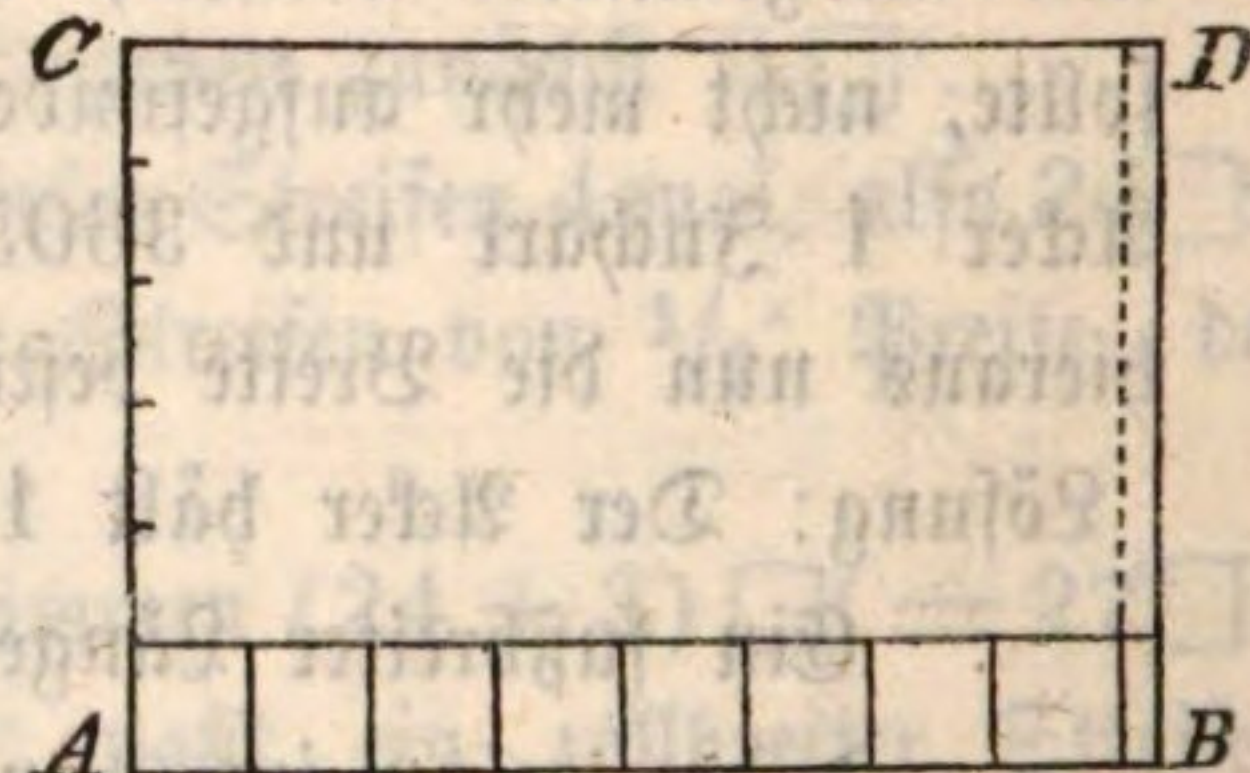
Ausmessung beliebiger Rechtecke, rechtwinkliger und schiefwinkliger Dreiecke. (Mit Zuziehung ganz einfacher Brüche.)

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

A. Ausmessung beliebiger Rechtecke.

Lehrer: Ich zeichne hier an die Tafel ein Rechteck, das $8\frac{1}{3}$ " lang und 6" breit ist:

Ueber die Länge AB kann man von A an zunächst 8 ganze $\square$ " legen, die bilden einen rechteckigen Streifen, der bis nach BD verlängert noch $\frac{1}{3}\square$ " zuerhält. Der ganze Längensstreifen faßt also $8\frac{1}{3}\square$ ". Da das Rechteck aber gerade 6" breit ist, so passen 6 solche Streifen über einander genau ins Rechteck.



$$\text{Also 1 Längensstreifen} = 8\frac{1}{3}\square$$

$$\text{und 6} = (8\frac{1}{3} \cdot 6)\square = 50\square$$

Das ganze Rechteck mißt demnach 50 ganze $\square$ ".

Wie ist das nun möglich, da doch in einen Längensstreifen nicht eine ganze Anzahl $\square$ " gehen?

Antwort: Es gehen zwar wirklich nur 48 ganze $\square$ " ins Rechteck; dann bleibt aber noch der schmale Streifen rechts übrig, der 6" breit und $\frac{1}{3}$ " lang ist; diesen kann man aber gerade in 6 gleiche Rechteckchen theilen, wovon jedes $= \frac{1}{3}\square$ " ist. Diese $\frac{6}{3}\square$ " ließen sich aber zu 2 ganzen $\square$ " zusammensetzen; also mißt das Rechteck wirklich $50\square$ ".

Wir wollen noch ein Beispiel machen: d

a. Wir messen die Länge und die Breite des Rechtecks, das ich hier gezeichnet habe, und finden $ab = 4\frac{2}{3}''$, $ad = 2\frac{1}{2}''$.



Wie viel mißt nun der zollbreite Streifen über ab ? — Gut, $4\frac{2}{3} \square''$.

Wie viele solche Streifen enthält das ganze Rechteck? — Zwei und einen halben. Daraus folgt die Dreisatzrechnung:

$$1 \text{ Längestreifen} = 4\frac{2}{3} \square'' = 14\frac{2}{3} \square''$$

$$2\frac{1}{2} \text{ } = \text{ } = ?$$

Lösung: $\frac{1}{2} \text{ Längestreifen} = 7\frac{1}{3} \square''$

und $\frac{5}{2} \text{ } = \text{ } = 35\frac{1}{3} \square'' = 11\frac{2}{3} \square''$.

b. Dasselbe Ergebnis würde man auf etwas weitläufigerm Wege durch bloßes Abzählen der Stücke finden. Zunächst hat man nämlich über ab 4 ganze $\square''$ und dann noch ein Stück, das $\frac{2}{3} \square''$ ist. Unmittelbar darüber hat man wieder so viele Stücke, die machen zusammen 8 $\square''$ und $\frac{4}{3} \square'' = 9\frac{1}{3} \square''$. Dann kommen in der obersten Reihe 4 halbe $\square''$ und noch ein Stück, das die Hälfte des darunterliegenden Rechteckchens von $\frac{2}{3} \square''$ ist. Das macht alles zusammen:

$$9\frac{1}{3} \square'' + \frac{4}{2} \square'' + \frac{1}{3} \square'' = 11\frac{2}{3} \square''.$$

Man sieht, daß dieses Abzählen der Quadrattheile bei großen Zahlen für Länge und Breite nicht gut ginge, sondern daß in diesem Falle der erste Weg des Dreisatzes (später bloß zusammengesetzte Multiplikation gemischter Zahlen) viel geeigneter ist.

c. Dieselbe Dreisatzrechnung läßt sich auch nach Breitenstreifen so machen:

$$1 \text{ Breitenstreifen hält } 2\frac{1}{2} \square'' = 5\frac{1}{2} \square''$$

$$4\frac{2}{3} \text{ } = \text{ } \text{ halten ?}$$

Lösung: $\frac{1}{3} \text{ Breitenstreifen} = 5\frac{1}{2} \square'' : 3 = 1\frac{5}{6} \square''$

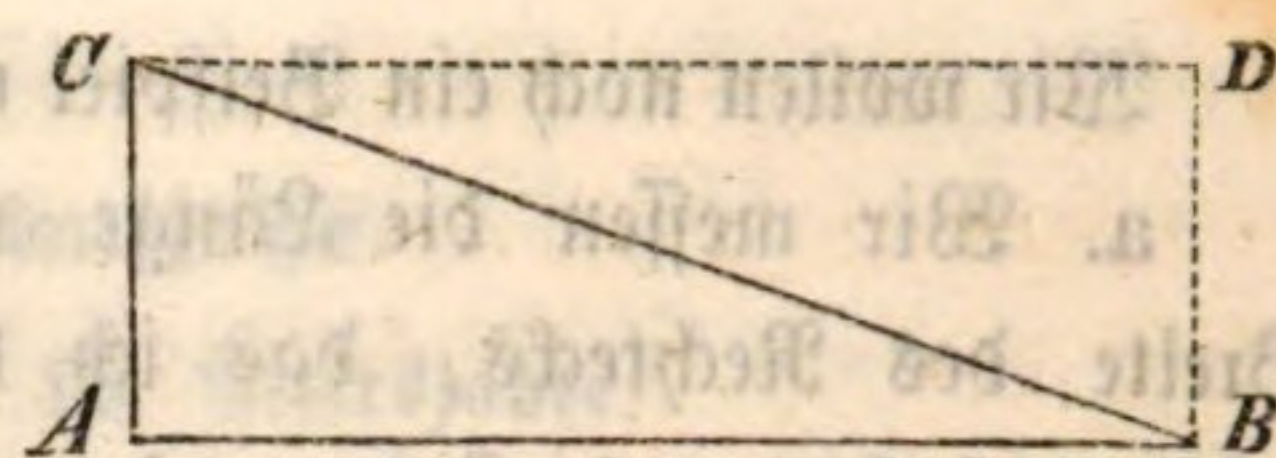
$$14\frac{2}{3} \text{ } = \text{ } = (1\frac{5}{6} \cdot 14) \square'' = 11\frac{2}{3} \square''.$$

Hierauf Auflösung eines Beispiels mit größern Zahlen; dann Fragen und Uebungen in praktischer Richtung (siehe die Aufgabensammlung.)

B. Ausmessung der rechtwinkligen und schiefwinkligen Dreiecke.

a. Jedes rechtwinklige Dreieck ist die Hälfte eines Rechtecks, dessen Länge gleich der einen Kathete und dessen Breite gleich der andern ist, denn so habt ihr ja das Rechteck mit dem Zirkel konstruiren gelernt.

Um nun ein rechtwinkliges Dreieck wie ABC auszumessen, könnte man nur zuerst das Rechteck über AB, das von der Breite AC ist, ausmessen. Wie würde man dann leicht den Inhalt von ABC finden? — Gut, derselbe macht die Hälfte von demjenigen des Rechtecks.

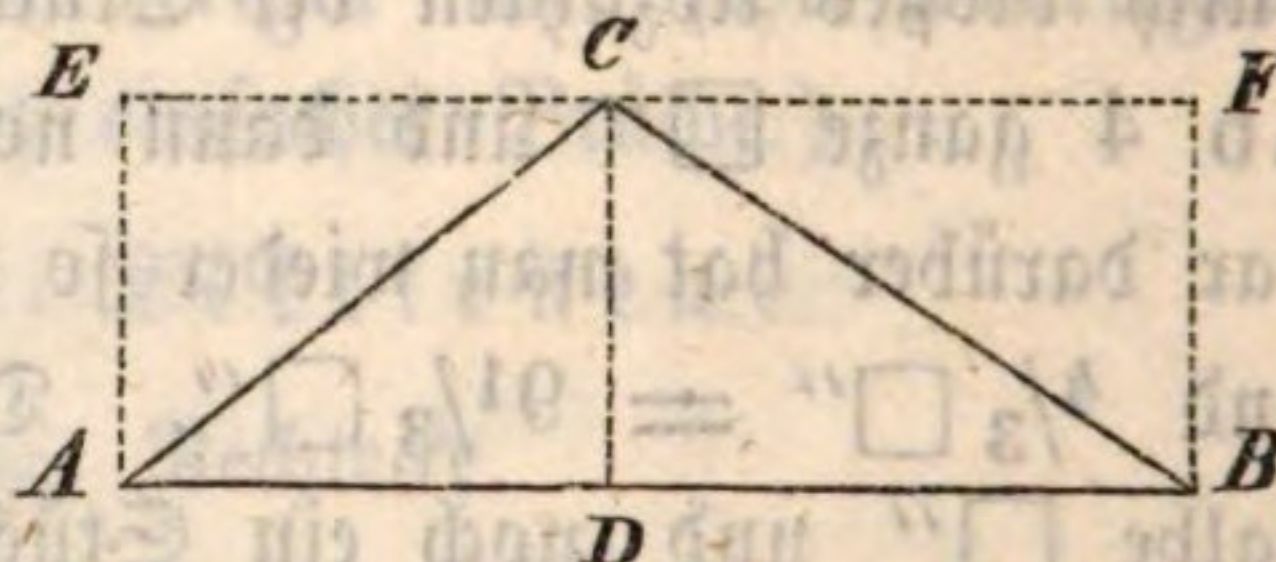


Wäre $AB = 12''$ und $AC = 5\frac{1}{2}''$, so hätte man:

$$ABCD = 5\frac{1}{2} \square'' \times 12 = 66 \square'',$$

$$\text{daher } ABC = 66/2 \square'' = 33 \square''. \text{ u. s. f.}$$

b. Ein beliebiges Dreieck läßt sich stets durch ein Perpendikel (von dem der größten Seite gegenüberliegenden Eckpunkt auf diese gezogen) in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegen. Werden dieselben einzeln ausgemessen, wie vorhin, so findet man den Inhalt des ganzen Dreiecks. Hat man das Dreieck ABC, so nennt man das Perpendikel CD die Höhe und AB die Grundlinie dieses Dreiecks. Statt nun die rechtwinkligen Dreiecke ADC und CDB einzeln auszumessen, ist leicht zu sehen, daß ABC die Hälfte von ABEF ist. Es ist nämlich ADC die Hälfte von welchem Rechteck? — und CBD die Hälfte von welchem? — Also?



Wäre $AB = 8\frac{1}{4}'$ und $CD = 5'$ so wäre

$$\text{das Rechteck ABEF} = (8\frac{1}{4} \cdot 5) \square' = 40\frac{5}{4} \square'$$

$$\text{daher } ABC \text{ als Hälfte} = 20\frac{5}{8} \square'.$$

Es geht auf diese Weise schneller, als wenn man die einzelnen rechtwinkligen Dreiecke berechnet, obwohl auch so das Gleiche herauskommt. Man hätte nämlich, wenn $AD = 3'$ und $DB = 5\frac{1}{4}'$ mißt:

$$ADC = 3 \cdot 5 \square' : 2 = 15/2 \square' = 7\frac{1}{2} \square'$$

$$\text{und } CDB = (5\frac{1}{4} \cdot 5) \square' : 2 = 26\frac{1}{4} \square' : 2 = 13\frac{1}{8} \square'$$

$$\text{zusammen } ABC = 7\frac{1}{2} \square' + 13\frac{1}{8} \square' = 20\frac{5}{8} \square'.$$

Welche Lösungsweise war nun die kürzere?

Schaut also: Man kann sich bei der Ausmessung eines Dreiecks über dessen Grundlinie nur ein Rechteck denken, das eben so breit oder hoch ist, wie das Dreieck. Rechnet man dann den Flächeninhalt dieses Rechtecks aus, so ist derjenige des Dreiecks die Hälfte des erstern.

Hierauf geeignete Fragen und Uebungen, besonders auch mit Hineinleitung auf praktische Beispiele. (Siehe Heft III der Aufgabensammlung.)

Ist aus dem Flächeninhalt und einer Seite des Dreiecks dessen Höhe zu suchen, so denke man sich über dieser Seite ein Rechteck von gleicher Breite oder Höhe wie das Dreieck. Da dieses Rechteck doppelt so groß ist als das Dreieck, so bestimme man nur wie früher die Breite dieses Rechtecks. Dieselbe ist dann auch die gesuchte Höhe des Dreiecks. (Siehe ein Beispiel unten.)

Der Lehrer kann indessen diesen Fall noch ein wenig versparen, da er schon etwas schwieriger ist und später noch behandelt werden kann.

Nr. 2. Hier auf bezügliche Aufgaben.

(Siehe Heft III der Aufgabensammlung)

Aus Übung 1. Aufgabe 12. „Wie viele $\square$ “ mißt ein rechteckiger Karton, der $2' 5\frac{1}{4}''$ lang und $1' 8''$ breit ist?

Lösung: Die Länge ist $= 25\frac{1}{4}''$, die Breite $= 15''$.

Ein zollbreiter Längestreifen hält $25\frac{1}{4} \square$.

15 solche Streifen halten $25\frac{1}{4} \square \times 15 = 375\frac{15}{4} \square$.

Also hält auch der ganze Karton $378\frac{3}{4} \square$.

Aufgabe 13. „Ein Hofplatz in Form eines Rechtecks ist 14 Alstr. lang und $10\frac{1}{5}$ Alstr. breit; wie viele Quadratklaster mißt er?“

Antw. Sein Inhalt beträgt $10\frac{1}{5} \square \text{ Alstr.} \times 14 = 140\frac{14}{5} \square \text{ Alstr.}$
 $= 142\frac{4}{5} \square \text{ Alstr.} = 5140\frac{4}{5} \square$.

Aufgabe 16. „Eine Zimmerdecke, die $25\frac{2}{3}'$ lang und $14'$ breit ist, soll getäfelt werden; wie viele $\square'$ Tafel sind nöthig, um sie zu decken?“

Antw. $25\frac{2}{3} \square' \times 14 = 359\frac{1}{3} \square'$.

Aufgabe 18. „Ein Hausgang, der $12'$ lang und $5\frac{3}{5}'$ breit ist, soll mit gebrannten Steinen belegt werden, wovon jedes Stück $8''$ in die Länge und $4''$ in die Breite mißt; wie viele Stücke solcher Steine hat man zum mindesten nöthig?“

Lösung 1. Der Flächeninhalt des Ganges ist $= 5\frac{3}{5} \square' \times 12 = 67\frac{1}{5} \square' = 6720 \square''$.

Die Fläche, die durch einen der Steine bedeckt wird, ist $= 32 \square''$.

So viel mal nun $32 \square''$ in $6720 \square''$ enthalten sind, so viele Steine sind nothwendig;

dieß macht aber $\frac{6720}{32}$ Steine $= 210$ Steine.

Lösung 2. Bei der Länge von $12'$ enthält ein $4''$ breiter Streifen ein Rechteck von $8''$ Länge und $4''$ Breite gerade 15 mal. Dieser Streifen wird also durch 15 Steine gedeckt. Nun enthält aber der

Gang, der $5\frac{3}{5}'$ oder $56''$ breit ist, 14 solche Streifen, daher sind auch $(15 \cdot 14)$ solche Decksteine oder 210 Steine nothwendig.
 Aus Uebung 2. Aufgabe 8. „Ein rechteckiger Platz ist $120\ 11\frac{1}{2}'$ lang und $10\frac{1}{4}$ Alfr. breit; wie viele $\square'$ Inhalt hat er? — Verwandelt diese Anzahl $\square'$ in Quadratklaster.“

Lösung: Um die rechteckige Fläche in leicht meßbare Streifen zu zerlegen, müssen Länge und Breite in einem und demselben Maße ausgedrückt werden.

Nun sind $10\frac{1}{4}$ Alfr. $= 61\frac{1}{2}'$ und $120\ 11\frac{1}{2}' = 1211\frac{1}{2}'$.

Bei der Länge von $1211\frac{1}{2}'$ hält ein fußbreiter Streifen $1211\frac{1}{2} \square'$, und in einer Breite von $61\frac{1}{2}'$ gibt es $61\frac{1}{2}$ solche Streifen.

Nun ist $\frac{1}{2}$ solche Streifen $= 1211\frac{1}{2} \square' : 2 = 603\frac{3}{4} \square'$

und $61\frac{1}{2}$ oder $\frac{123}{2}$ derartige Streifen $= 603\frac{3}{4} \square' \times 123 = 74721\frac{1}{4} \square'$.

Endlich sind

$74721\frac{1}{4} \square' = (74721\frac{1}{4} : 36) \square$ Alfr. $= 2079\frac{9}{16} \square$ Alfr.

$\frac{201\frac{1}{4}}{2} = 207 \square$ Alfr. und $201\frac{1}{4} \square'$.

Aufgabe 11. „Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seite $54\frac{3}{4}'$ mißt?“

Lösung: 1 Längestreifen von 1 Fuß Breite $= 54\frac{3}{4} \square' = \frac{219}{4} \square'$

$\frac{1}{4} = = = = = \frac{219}{16} \square'$

$\frac{219}{4} = = = = = \frac{219 \cdot 219}{16} \square' = \frac{47961}{16} \square'$

Also das Quadrat $= 29979\frac{9}{16} \square'$.

Aus Uebung 3. Aufgabe 6. „Wie viele Quadratellen Tapeten bedarf man, um damit eine $20'$ lange $9\frac{1}{2}'$ hohe Wand zu tapeziren?“

Lösung: Die Flächengröße der Wand ist $= 9\frac{1}{2} \square' \times 20 = 190 \square'$

Also bedarf man $47\frac{1}{2} \square$ Ellen.

Aufgabe. „Eine große Tischfläche von $18\frac{1}{2}'$ Länge und $5'$ Breite ist mit doppelt (2 Ellen) breitem Tuch überzogen; wie viele Ellen sind es?“

Lösung. Die Tischfläche mißt $18\frac{1}{2} \square' \cdot 5 = 92\frac{1}{2} \square'$.

1 Elle doppelt breit hält $8 \square'$; also hat man $(92\frac{1}{2} : 8)$ Ellen $= 119\frac{1}{16}$ Ellen.

Aus Uebung 4. Aufgabe 3. „Zeichnet ein Rechteck, welches $1''$ $8'''$ lang und $1''$ breit ist; davon ist ein eben so breites abzuschneiden,

das gerade $95 \square'''$ hält; wie groß muß also dessen Länge genommen werden? — Wie viel größer ist das ganze als das abgeschnittene Rechteck?"

Die Schüler zeichnen ein Rechteck wie:
und schreiben hierzu etwa:

Das Rechteck $abcd$
ist $18'''$ lang und
 $10'''$ breit.

1 Breitenstreifen von
 $1'''$ Länge mißt
genau $10 \square'''$.

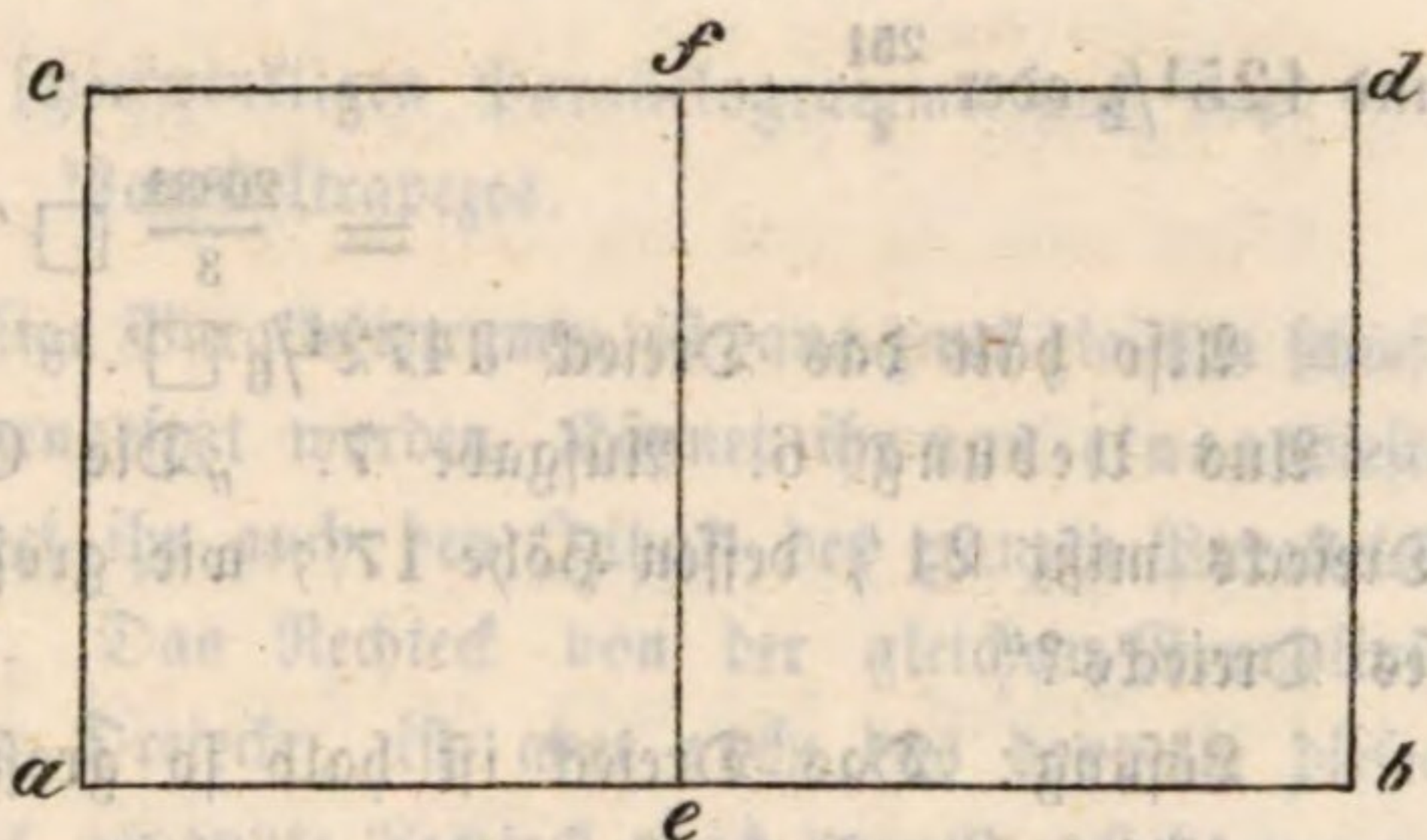
Soll man nun $95 \square'''$
haben, so bedarf

man 9 solcher Streifen und noch einen halben.

Die Länge des abzuschneidenden Rechtecks ist also $9\frac{1}{2}'''$.

Ich mache also be und $df = 9\frac{1}{2}'''$, dann ist $ebdf = 95 \square'''$.

Das ganze Rechteck hält $180 \square'''$, also ist es um $85 \square'''$ größer
als das abgeschnittene.



Aufgabe 5. „Jemand verkauft von einer Wiese, die ein $40\frac{1}{2}'$ breites und $125'$ langes Rechteck bildet, ein ebenfalls rechteckiges Stück von gleicher Breite aber $1215 \square'$ Inhalt. In welcher Länge ist dieses Stück von der Wiese abzuschneiden?"

Lösung: 1 Breitenstreifen von $1'$ Länge $= 40\frac{1}{2} \square'$.

Also zu $81 \square'$ bedarf man 2 solcher Streifen,

zu $1215 \square' = \quad = \quad ? \quad =$

zu $1 \square' = \quad = \frac{2}{81} =$

zu $1215 \square' = \quad = \frac{2430}{81} = \quad = 30$ Streifen.

30 solche Streifen neben einander gehen auf eine Länge von $30'$.

Das rechteckige Stück ist also in einer Länge von $30'$ von der Wiese abzuschneiden, damit es dann $1215 \square'$ hält.

Probe: Ein Rechteck von $40\frac{1}{2}'$ Breite und $30'$ Länge hält
 $40\frac{1}{2} \square' \times 30 = 1215 \square'$.

Aus Übung 5. Aufgabe 7. „Von einem Stück Land wird ein rechtwinkliges Dreieck abgeschnitten. Bei der Messung ergibt es sich, daß die eine Kathete $125\frac{1}{2}'$ und die andere $55\frac{1}{3}'$ mißt; wie groß ist das abgeschnittene Dreieck?"

Lösung: Das Dreieck ist die Hälfte eines Rechtecks von $55\frac{1}{3}'$ Breite und $125\frac{1}{2}'$ Länge.

$$\begin{aligned} 1 \text{ fußlanger Breitenstreifen des Rechtecks} &= 55\frac{1}{3} \square' \\ \frac{1}{2} &= &= &= &= \frac{83}{3} \square' \\ \text{und } 125\frac{1}{2} \text{ oder } \frac{251}{2} &= &= &= &= \frac{83}{3} \square' \times 251 \\ &= \frac{20831}{3} \square' = 6944\frac{1}{3} \square'. \end{aligned}$$

Also hält das Dreieck $3472\frac{1}{6} \square'$.

Aus Übung 6. Aufgabe 7. „Die Grundlinie eines beliebigen Dreiecks mißt 21', dessen Höhe 17'; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks?“

Lösung: Das Dreieck ist halb so groß als ein 21' langes und 17' hohes Rechteck;

$$\text{also die Hälfte von } (21 \cdot 17) \square' = \frac{357}{2} \square' = 178\frac{1}{2} \square'.$$

Aufgabe 10. „Eine dreieckige Giebelseite mißt in der Grundlinie 42' und in der Höhe $20\frac{1}{2}'$; mit wie viel $\square'$ Läden kann dieselbe bekleidet werden?“

$$\begin{aligned} \text{Lösung: Die dreieckige Fläche hält die Hälfte von } 20\frac{1}{2} \square' \times 42 \\ = 861 \square' : 2 = 430\frac{1}{2} \square'. \end{aligned}$$

Also braucht man $430\frac{1}{2} \square'$ Läden.

Aufgabe 13. Wie weit ist die Spitze eines gleichschenkligen $22 \square'$ messenden Dreiecks von der Mitte der Grundlinie entfernt, wenn diese $= 10'$ ist.

Lösung: Ein Rechteck über der Grundlinie von 10' und von der gleichen Höhe wie das Dreieck würde $44 \square'$ fassen, also muß diese Höhe $\frac{44}{10}' = 4\frac{2}{5}'$ betragen.

$$\text{Probe: Das Rechteck hält so } 4\frac{2}{5} \square' \times 10 = 44 \square',$$

daher das Dreieck $22 \square'$.

Anmerkung. Es ist ganz zweckmäßig, daß der Schüler auf dieser Stufe die einzelnen Flächenberechnungen stets noch nach „Schlußweise“ und nicht nach einer fertigen Regel löst. Er muß es hier machen gerade wie beim Rechnungsunterricht, wo er jeden Dreisatz auch auf einzelne Schlüsse gestützt ausrechnet. Eine bloße Regel, wenn auch anfänglich verstanden, würde ihn im Laufe der Übungen wieder zum gedankenlosen mechanischen Operiren führen. Ueberdies wäre hier die Multiplikation und Division von Bruchzahlen mit Bruchzahlen für die Schüler ebenfalls noch zu schwierig; sie ist hier durch Zurückführung der Messungsrechnung auf den Dreisatz umgangen.

Ausmessung der aus beliebigen Dreiecken zusammengesetzten Vier- und Vielecke.*

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

B. Ausmessung des schiefwinkligen Parallelogramms und des Paralleltrapezes.

Lehrer: Das schiefwinklige Parallelogramm ist aus zwei gleichen schiefwinkligen Dreiecken zusammengesetzt worden. Könnet ihr nun eines dieser Dreiecke ausmessen, so findet ihr auch den Inhalt des ganzen Parallelogramms als das Doppelte. Das Rechteck von der gleichen Grundlinie und Höhe wie eines dieser Dreiecke, ist aber auch das doppelte dieses Dreiecks; daher ist auch das genannte Rechteck gleich dem Parallelogramm.

Die einfache Zeichnung zeigt dasselbe.

Der Flächeninhalt des Dreiecks CBD kann leicht gefunden werden, wenn man die Länge von CD und die Höhe von EB kennt.

Ist z. B. $CD = 12'$, $EB = 5'$,

so ist das Dreieck $CBD = 30 \square'$

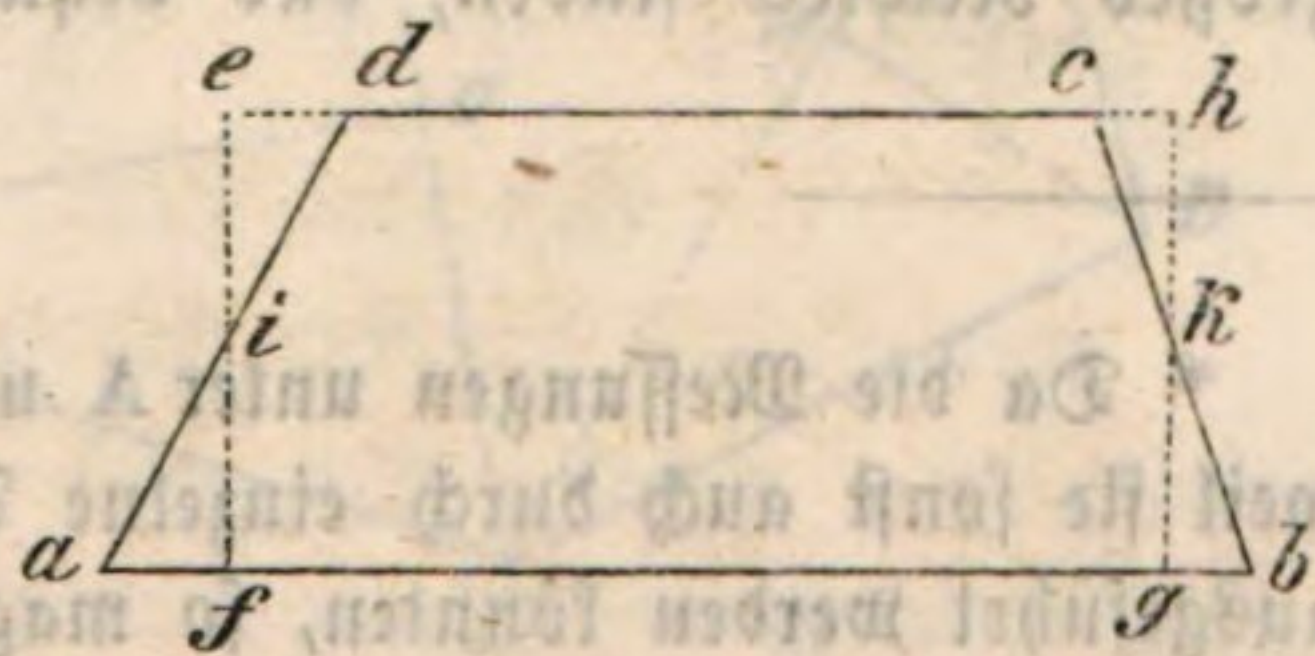
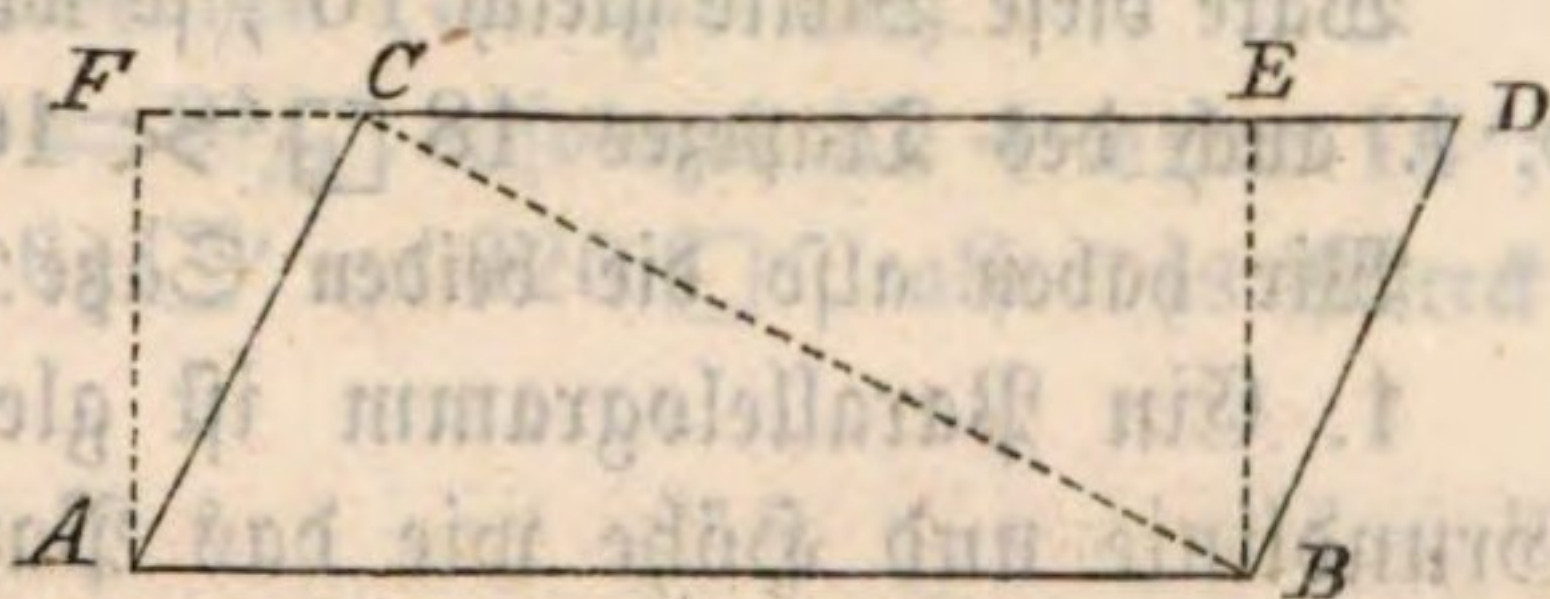
und das Parallelogramm $ABCD = 60 \square'$.

Wird das rechtwinklige Dreieck EBD abgeschnitten und bei ACF angefügt, so erkennt man, daß das Rechteck ABEF so viel ausmacht wie das Parallelogramm ABCD.

Wenn CD oder AB wieder $= 12'$ und $EB = 5'$, so ist auch das Rechteck wie das Parallelogramm $= 60 \square'$.

Wir nehmen nun ein Paralleltrapez.

Die Seiten ab und dc sollen einander parallel sein, die beiden andern aber nicht. Nun wollen wir wieder ein Rechteck suchen, das so groß wie das Trapez ist. Wie könnte man das wohl am leichtesten finden? — Senkrechte Linien von i und k (als den Halbierungspunkten von ad und cb) auf die Grundlinie gezogen, führen am besten dazu. Man bekommt so in Verlängerung der oberen Parallelen dc



* Siehe die Schlußbemerkung in dieser Abtheilung.

das Rechteck $efgh$. Ist nun dasselbe so groß wie das Trapez? — Ja, denn die rechtwinkligen Dreiecke, die unten abgeschnitten sind, finden sich oben als gleich große angefügt. Aber wie groß ist die Grundlinie dieses Rechtecks?

Zunächst sind fg und eh zusammen so groß als ab und dc , denn ab ist um eben so viel größer als fg , um so viel cd kleiner ist als eh .

Wenn nun fg und eh oder $2fg = ab + dc$ ist, so ist fg allein die Hälfte von $ab + dc$, d. i. das Mittel aus den beiden parallelen Seiten des Trapezes.

Wäre $ab = 23'$, $dc = 13'$, so wäre $fg = \frac{23 + 13}{2} = 18'$.

Das Rechteck, das man sich statt des Trapezes denken kann, oder das so groß ist wie das Trapez, ist also $18'$ lang und von gleicher Breite wie das Trapez.

Wäre diese Breite gleich $10'$, so würde der Flächeninhalt des Rechtecks, d. i. auch des Trapezes $18 \square' \times 10 = 180 \square'$ betragen.

Wir haben also die beiden Sätze:

1. Ein Parallelogramm ist gleich einem Rechteck von gleicher Grundlinie und Höhe wie das Parallelogramm.

2. Ein Trapez ist gleich einem Rechteck, dessen Grundlinie gleich dem Mittel aus den parallelen Seiten und dessen Höhe gleich derjenigen des Trapezes ist.

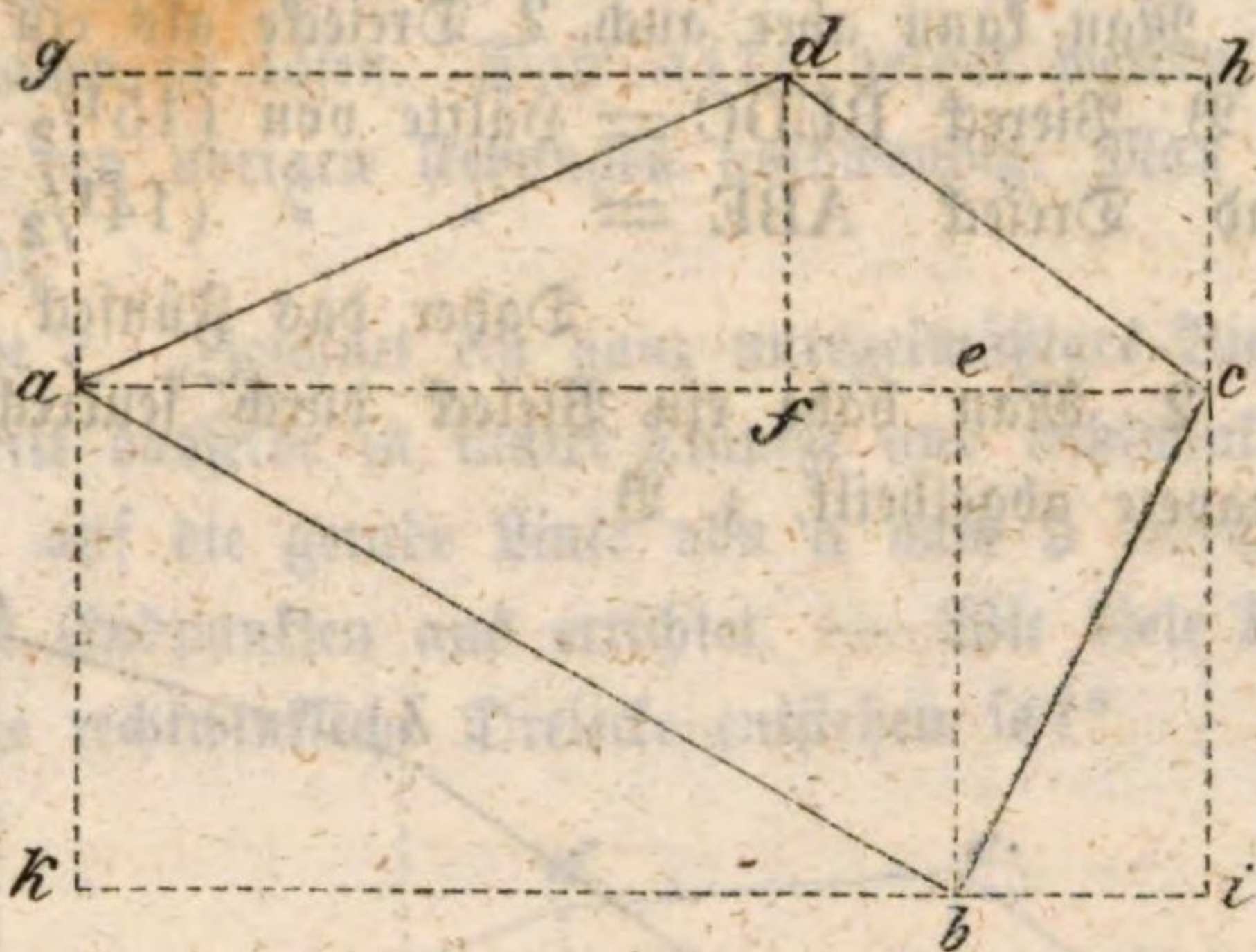
Nun weitere Beispiele und praktische Uebungen (siehe die Aufgabensammlung).

B. Ausmessung beliebiger Vier- und Vielecke.*

Für das unregelmäßige Viereck kann man ebenfalls leicht ein gleich großes Rechteck finden, das bequemer auszumessen ist, als jenes.

* Da die Messungen unter A und B bloß Abkürzungen zum Zwecke haben, weil sie sonst auch durch einzelne Dreiecksmessungen (nur etwas weitläufiger) ausgeführt werden könnten, so mag der Lehrer, wenn er die Schüler wirklich jetzt schon auf diese Abkürzungen führen will, ihnen vor den Lektionen etwa auch die Aufgabe stellen: „ein Rechteck zu suchen, das so groß wie ein gegebenes schiefes Parallelogramm, oder so groß wie ein Trapez, oder wie ein unregelmäßiges Viereck sei; ferner welche Vereinfachungen man daher beim Messen von Vielecken eintreten lassen könne?“ Einige der bessern Schüler finden so vielleicht aus sich selber etwas Rechtes.

Die Diagonale ac theilt das Viereck $abcd$ in zwei ungleiche Dreiecke; aber jedes ist gleich der Hälfte eines Rechtecks von der Grundlinie ac und der Höhe des betreffenden Dreiecks, also adc die Hälfte des Rechtecks $acgh$ und acb die Hälfte von $acik$, daher das ganze Viereck gleich der Hälfte des umgebenden Rechtecks $ghik$.



Dieses Rechteck hat eine Länge gleich der Diagonale und eine Breite gleich der Summe der beiden Dreieckshöhen (df und eb).

Ist $ac = 20'$; $df = 6\frac{1}{2}'$; $eb = 9\frac{1}{2}'$, also auch $hc + ci = 16'$; so ist das Rechteck $ghik = (20 \cdot 16) \square' = 320 \square'$, also das Viereck $abcd$ die Hälfte oder $= 160 \square'$.

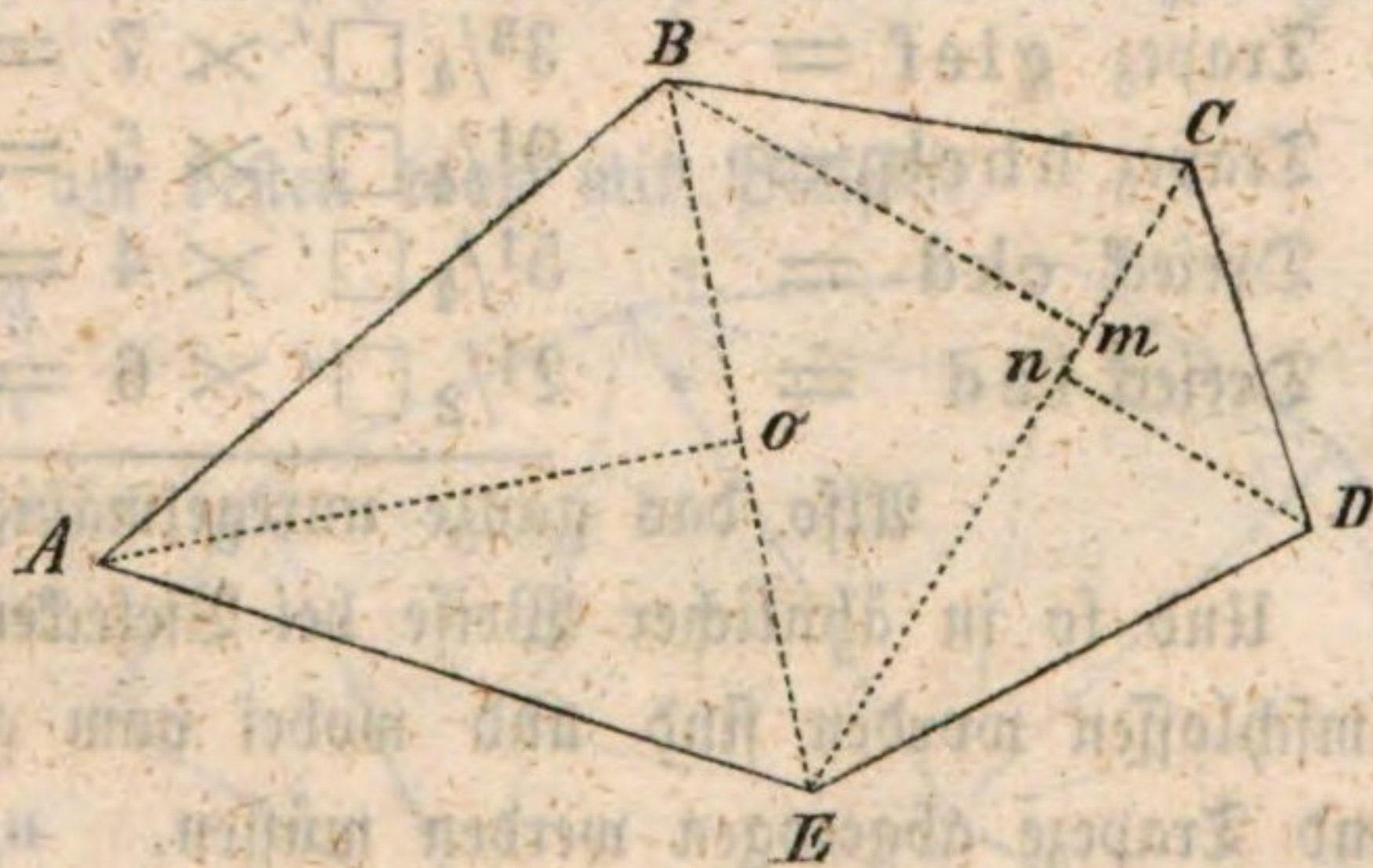
Es ergibt sich hieraus der Satz:

Ein unregelmäßiges Viereck ist halb so groß als ein Rechteck, das so lang ist, wie eine Diagonale des Vierecks und so breit, als die auf sie gezogenen Dreieckshöhen zusammen angeben.

(Beispiele und Uebungen in der Aufgabensammlung.)

Ferner: Messung von Vielecken.

1. Wenn in dem Fünfeck $ABCDE$, das auf geeignete Weise durch Diagonalen in Dreiecke getheilt wird, $BE = 16'$; $Ao = 14\frac{1}{2}'$; $EC = 15\frac{1}{2}'$; $Bm = 10'$ und $Dn = 7'$ ist; so könnte man jedes Dreieck einzeln ausmessen, z. B.



$$ABE = \text{Hälfte von } (14\frac{1}{2} \cdot 16) \square' = \frac{232}{2} \square' = 116 \square'$$

$$BEC = \quad = \quad = (15\frac{1}{2} \cdot 10) \square' = \frac{155}{2} \square' = 77\frac{1}{2} \square'$$

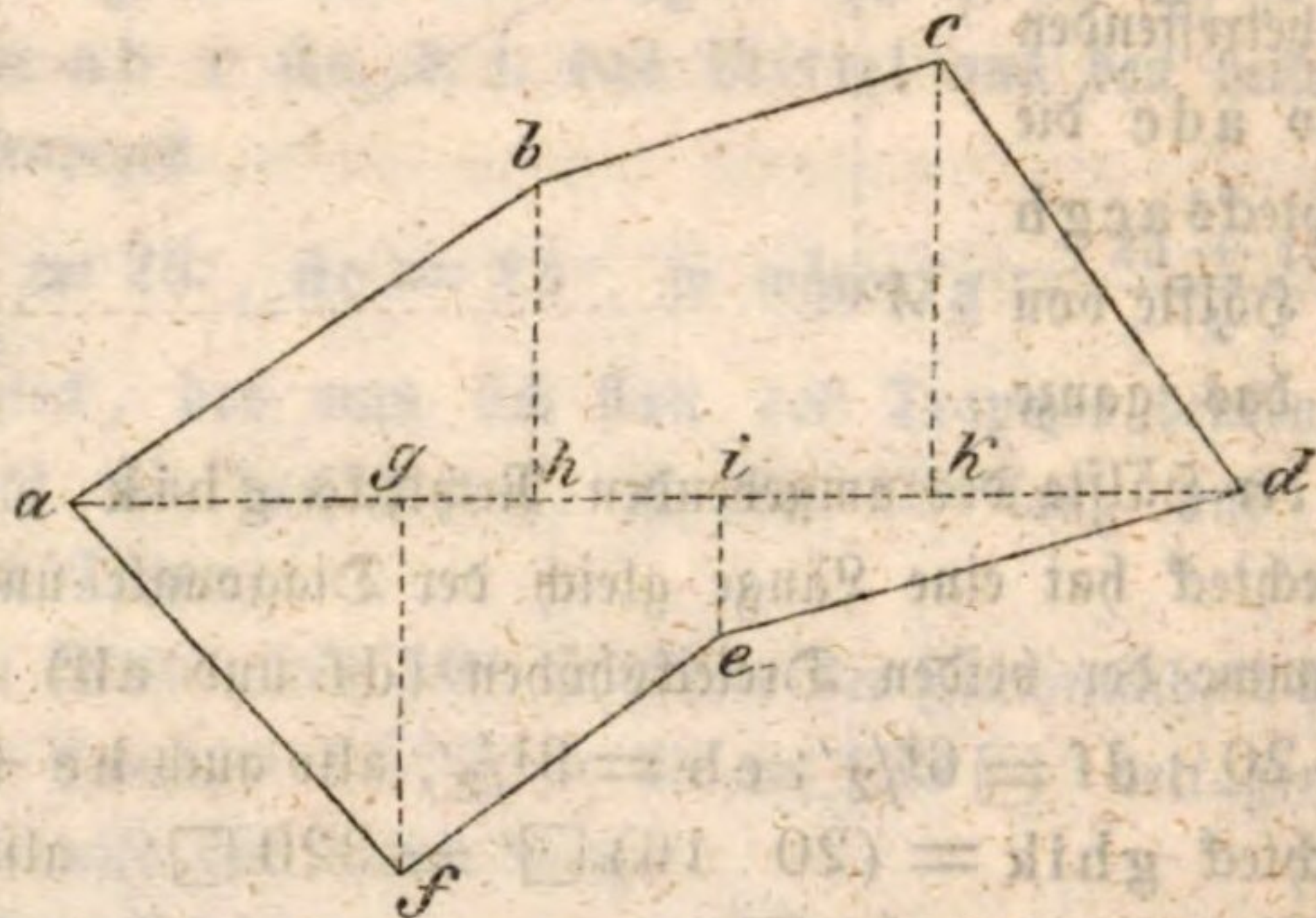
$$ECD = \quad = \quad = (15\frac{1}{2} \cdot 7) \square' = 108\frac{1}{2} \square' : 2 = 54\frac{1}{4} \square'$$

$$\text{Daher Fünfeck } ABCDE = 247\frac{3}{4} \square'.$$

Man kann aber auch 2 Dreiecke als ein Viereck zusammenberechnen,
 z. B. Viereck BEDC = Hälfte von $(15\frac{1}{2} \cdot 17) \square' = 131\frac{3}{4} \square'$
 und Dreieck ABE = = $(14\frac{1}{2} \cdot 16) \square' = 116 \square'$.

Daher das Fünfeck ABCDE = $247\frac{3}{4} \square'$

2. Man habe ein Vieleck durch senkrechte Linien in Dreiecke und Trapeze abgetheilt, z. B.



in diesem Vieleck sei $ag = 4'$; $gi = 3\frac{3}{4}'$; $ah = 5\frac{1}{2}'$; $hk = 5'$
 und $gf = 4\frac{1}{2}'$; $ie = 2\frac{1}{2}'$; $hb = 4'$; $ck = 5\frac{1}{4}'$
 und $id = 6'$; $kd = 4'$.

so ergibt sich nach dem Vorausgegangenen leicht:

$$\begin{aligned} \text{Dreieck } ahb &= \text{halb } 5\frac{1}{2} \square' \times 4 = \frac{22}{2} \square' = 11 \square' \\ \text{Dreieck } agf &= = 4\frac{1}{2} \square' \times 4 = \frac{18}{2} \square' = 9 \square' \\ \text{Trapez } gief &= = 3\frac{3}{4} \square' \times 7 = 26\frac{1}{4} \square' : 2 = 13\frac{1}{8} \square' \\ \text{Trapez } hbck &= = 9\frac{1}{4} \square' \times 5 = 46\frac{1}{4} \square' : 2 = 23\frac{1}{8} \square' \\ \text{Dreieck } ckd &= = 5\frac{1}{4} \square' \times 4 = 21 \square' : 2 = 10\frac{1}{2} \square' \\ \text{Dreieck } ied &= = 2\frac{1}{2} \square' \times 6 = \frac{15}{2} \square' = 7\frac{1}{2} \square' \end{aligned}$$

Also das ganze unregelmäßige Flächenstück = $74\frac{1}{4} \square'$.

Und so in ähnlicher Weise bei Vielecken, die etwa durch ein Rechteck umschlossen worden sind und wobei vom ganzen Rechteck dann Dreiecke und Trapeze abgezogen werden müssen.

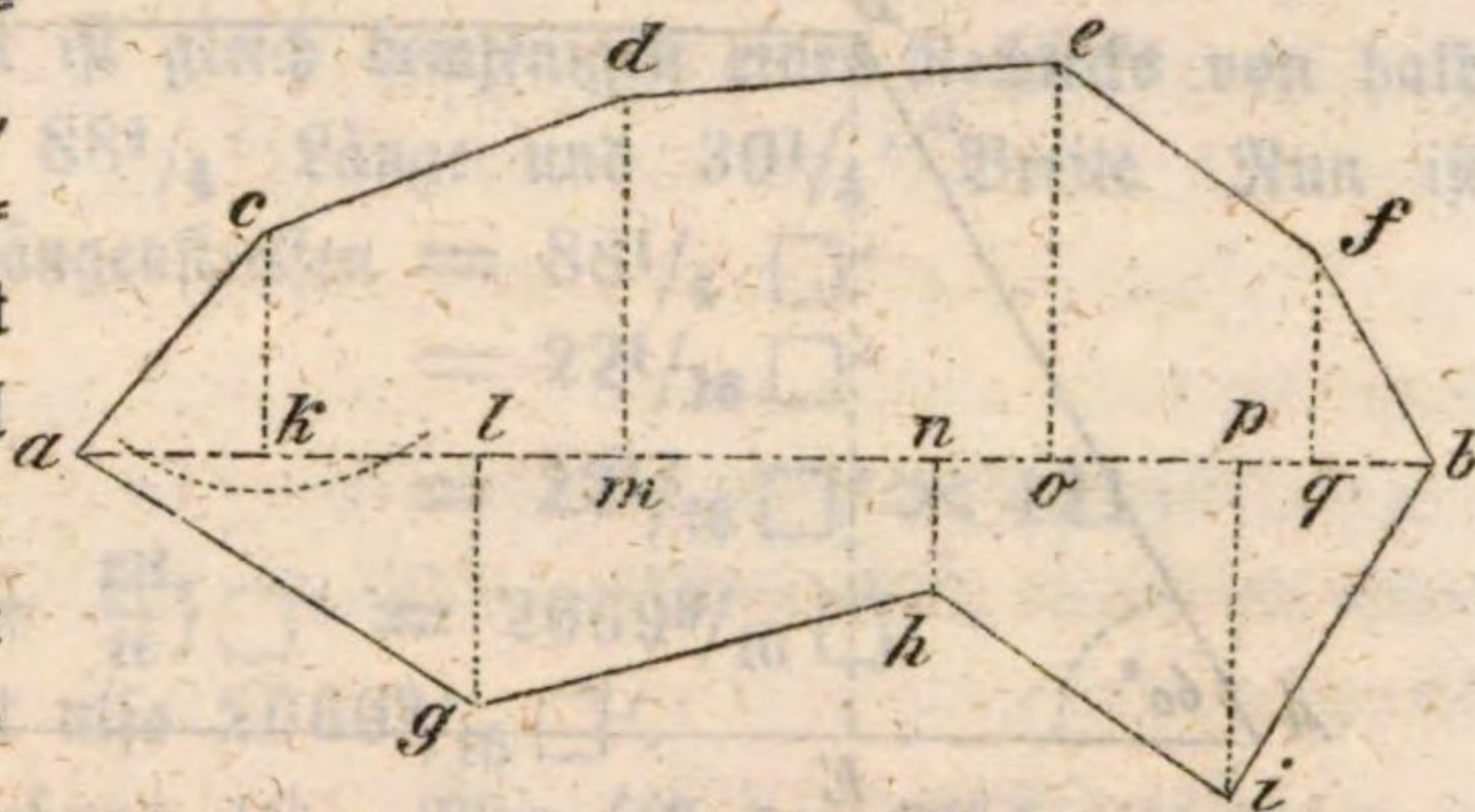
Nr. 2. Bemerkungen und Ausführungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorigen Sätze. (Siehe Heft III der Aufgabensammlung.)

Die Uebung 7 in diesem Hefte verlangt keine vorausgehende Lektion. Wenn auch nur die wichtigern Aufgaben zur Konstruktion im zweiten

Hefte gelöst worden sind, so werden die Schüler im Stande sein, die hier verlangten Zeichnungsaufgaben zu lösen. Daß alle gelöst werden, ist natürlich so wenig wie in den übrigen Uebungen nothwendig. Man hat Abwechslung und Auswahl.

Als Beispiele: Aufgabe 7. „Zeichnet ein ganz unregelmäßiges Vieleck wie das folgende, und theilt dasselbe in lauter Trapeze und rechtwinklige Dreiecke, indem ihr z. B. auf die gerade Linie von a nach b die Perpendikel von allen übrigen Endpunkten aus errichtet. — Wie viele Trapeze und wie viele einzelne rechtwinkliche Dreiecke entstehen so?“

Der Schüler zeichnet zunächst die Figur $acdefbihg$, zieht dann ab und alsdann, am schnellsten mit der Equerre, die Perpendikel $ck, gl, dm, nh, eo, pi, fq$.



Er kann aber dieselben auch mit dem Zirkel konstruiren durch Bogen wie

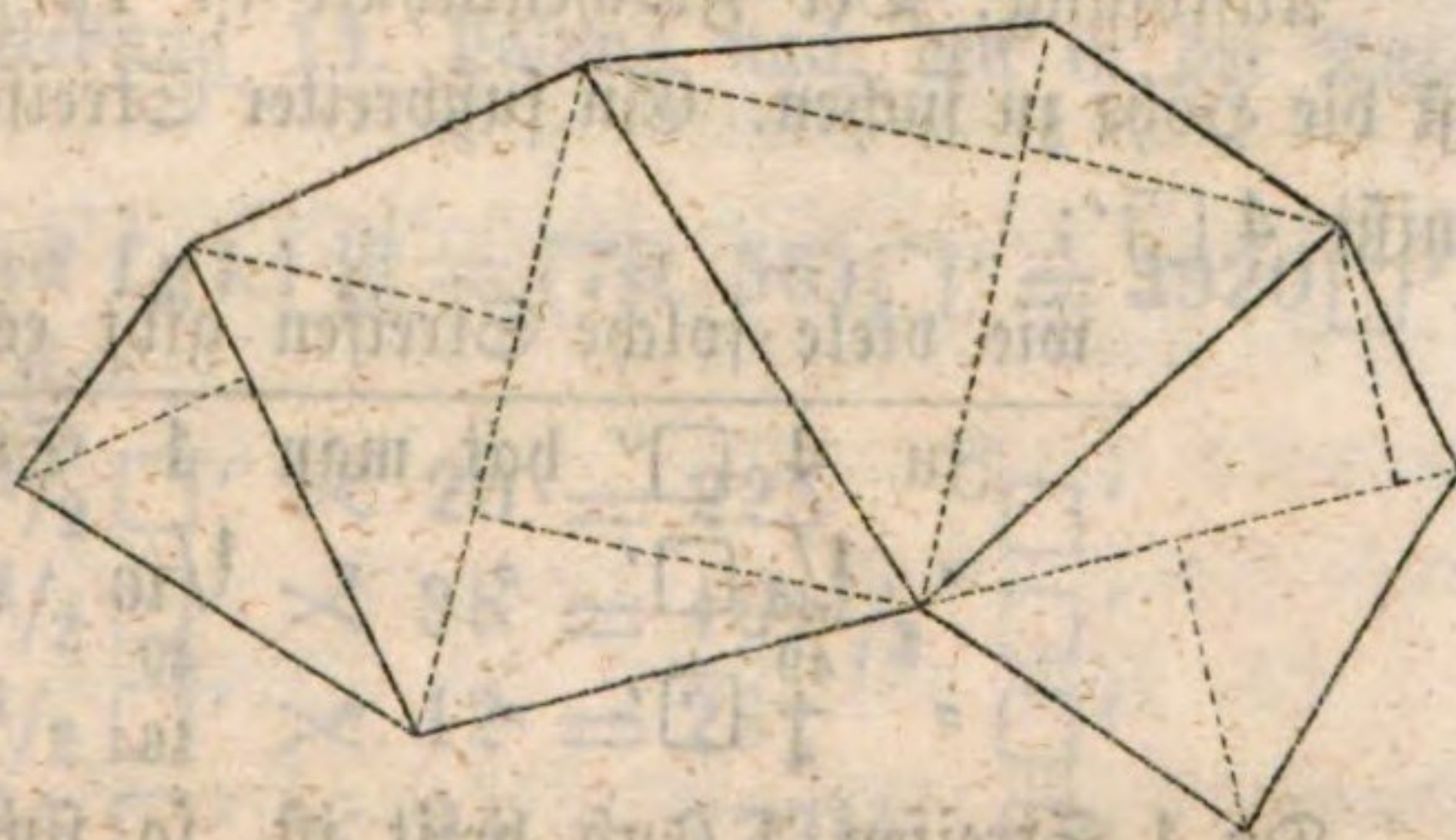
bei k, wobei stets die Mitte der Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks mit dessen Spitze verbunden wird.

Der Schüler schreibt bloß etwa darunter:

„Durch die senkrechten Linien und die Durchschnittslinie ab wird die ganze Figur in 4 Dreiecke und 5 Trapeze getheilt; die Dreiecke sind ake, alg, fqb und pib ; die Trapeze $ckmd, dmoe, eoqf, glnk$ und $nhpi$.

Die Zeichnung geschieht am besten bloß mit Bleistift.

Aufgabe 8. „Zerlegung derselben Figur in Dreiecke durch Diagonalen und Ausziehung der Höhen der Dreiecke.“



Der Schüler schreibt hiezu eine ähnliche Erläuterung wie bei der vorigen Aufgabe.

Aufgabe 11. „Was wird man bei jeder noch so unregelmäßigen Figur, die man in Dreiecke eingetheilt hat, noch thun müssen, um den Flächeninhalt dieser Figur zu finden?“

Antwort: Man kann jedes einzelne Dreieck ausmessen, dann ist die Summe aller Flächeninhalte gleich dem Flächeninhalt der ganzen Figur.

Zu Uebung 8. Hier, wie beinahe in jeder Uebung, sind einzelne leichtere und einzelne schwierigere Aufgaben. Wenn der Lehrer nur wenige Zeit für das Fach verwenden kann und vielleicht dazu noch eine schwächere Klasse hat, so kann er zunächst nur die leichtesten Aufgaben lösen lassen, z. B. 1, 2, 3, dann etwa 8, 9, 10 u. s. f.

3. B. Aufgabe 8. „Konstruirt ein Parallelogramm, das 2'' lang, 1'' breit und bei welchem ein Winkel $= 120^\circ$ ist; wie groß ist dasselbe?“



Der Schüler schreibt hierzu: $DC \parallel$ (parallel mit) AB

$$DC = AB = 2'' \text{ und } DE = 1''$$

$\angle DAE = 60^\circ$ als Winkel von einem gleichseitigen Dreieck.

$$\text{Fl. } ABCD = 2 \cdot 1 \square'' = 2 \square''.$$

Lösung einer Aufgabe für vorgerücktere Schüler, z. B. Aufgabe 12. „Wenn der Flächeninhalt einer Raute $12\frac{1}{4} \square'$ und eine Seite derselben 4' beträgt, wie weit ist dann jede Seite von der ihr gegenüberstehenden entfernt?“

Auflösung. Der Flächeninhalt ist $12\frac{1}{4} \square'$, die Grundlinie 4'; es ist die Höhe zu suchen. Ein fußbreiter Streifen über der Grundlinie von 4' mißt $4 \square'$;

wie viele solche Streifen gibt es zu $12\frac{1}{4} \square'$?

Zu $4 \square'$ hat man 1 Streifen

$$= \frac{1}{4} \square' = \frac{1}{16} \square' = \frac{49}{16} \square' = 3\frac{1}{16} \text{ Streifen.}$$

Da 1 Streifen 1 Fuß breit ist, so sind $3\frac{1}{16}$ Streifen über einander $3\frac{1}{16}$ Fuß breit. Wenn daher die Grundlinie $= 4'$, so ist die Höhe $= 3\frac{1}{16}'$, und da alle Seiten der Raute einander gleich sind, so sind je zwei $3\frac{1}{16}'$ von einander entfernt.

Die Uebungen 9, 10, 11, 12 darf der Lehrer, der in der Ergänzungsschule (Repetirschule) auch noch etwas für die Geometrie thun kann, ziemlich kurz behandeln; er mag dort dann noch diese Messungen nachholen, die schon etwas zusammengesetzter sind.

Auflösung einiger Beispiele aus diesen Uebungen:

a. Aufgabe 12, Uebung 9. „Ein gewisses Landstück bildet genau ein Paralleltrapez; man mißt die Seiten, welche das eben so große Rechteck bestimmen und findet die eine der parallelen Seiten $= 104'$, die andere $72\frac{1}{2}'$ und die Höhe $= 30\frac{1}{4}'$; wie groß ist nun das Landstück?“

Antwort: Der Inhalt ist gleich demjenigen eines Rechtecks von halb $(104 + 72\frac{1}{2})'$, d. i. $88\frac{1}{4}'$ Länge und $30\frac{1}{4}'$ Breite. Nun ist

$$1 \text{ fußbreiter Längestreifen} = 88\frac{1}{4} \square'$$

$$\frac{1}{4} = = = 22\frac{1}{16} \square'$$

$$\frac{121}{4} = = = 22\frac{1}{16} \square' \times 121$$

$$= (2662 + \frac{121}{16}) \square' = 2669\frac{9}{16} \square'$$

Das Stück Land hält also $2669\frac{9}{16} \square'$.

b. Aufgabe 11, Uebung 10. „Man soll den Flächeninhalt eines viereckigen Platzes bestimmen, von welchem man weiß, daß bei jeder Ecke zwei und zwei zusammenstoßende Seiten gleich lang sind. Da mißt man die eine Diagonale und findet sie $= 213'$ und die andere $= 197'$; wie groß ist nun der Platz?“

Lösung: In einem solchen Viereck sind die Diagonalen auf einander senkrecht; darum ist das zu messende Viereck gleich dem halben Rechteck von $213'$ Länge und $197'$ Breite;

$$\text{also} = (213 \cdot 197) \square' : 2 = \frac{41961}{2} \square' = 20980\frac{1}{2} \square'.$$

c. Aufgabe 5 b, aus Uebung 11. Lösung nach den in der Aufgabe enthaltenen Angaben:

Das dort beschriebene Rechteck fgkl ist $= (70 \cdot 56) \square' = 3920 \square'$.

Die abziehenden Stücke sind:

$$fHO = \text{halb } 22\frac{1}{2} \square' \times 20 = 225 \square'$$

$$HJh = = 8\frac{1}{2} \square' \times 38 = 161\frac{1}{2} \square'$$

$$JhIk = = 43\frac{1}{2} \square' \times 12 = 261 \square'$$

$$Klk = = 16\frac{1}{2} \square' \times 21 = 173\frac{1}{4} \square'$$

$$NML = = 57\frac{7}{8} \square' \times 69 = 202\frac{11}{16} \square'$$

$$OgN = = 33\frac{1}{2} \square' \times 19 = 318\frac{1}{4} \square'$$

Die Summe der abziehenden Stücke $= 1341\frac{11}{16} \square'$

Also ist das Vieleck HJKLMNO = $3920 \square' - 1341^{11/16} \square' = 2578^{5/16} \square' = 2578 \square' 312^{1/2} \square'$.

Die Aufgaben in Uebung 12 sind eben so leicht als nützlich und der Lehrer läßt daher jedenfalls eine Anzahl derselben lösen.

Uebung 13. „Bermischte angewandte Rechnungsaufgaben.“

1. Eine Wand von $22^{1/2}'$ Länge und $7'$ Höhe soll angemalt werden, wie viel hat man zu bezahlen, wenn für den $\square'$ 13 Rappen gefordert wird?

2. Ein Schreiner liefert 40 Stück Gesimse, jedes $12''$ breit und auf der längern Seite $6'$ auf der kürzern $5' 2''$ lang; wie viel Inhalt hat eines und und wie viel alle 40 Stück?

3. Was kosten dieselben, wenn man für den Quadratsfuß $1^{1/2}$ Bagen bezahlen muß?

4. Ein Zimmerboden ist $24'$ lang und $16'$ breit. Wie viel Flächenraum würde er mehr halten, wenn er bei demselben Umfange quadratförmig wäre?

5. Bei einem rechteckigen Acker, der $351'$ Länge und $20000 \square'$ Inhalt haben muß, soll die Breite neu ausgemittelt werden; wie groß wird sie sein?

6. Wenn von diesem Acker ein rechteckiges Stück von $250'$ Länge und von der nämlichen Breite, die der ganze Acker hat, à 17 Rappen per $\square'$ verkauft wird, wie groß ist dann der Erlös, und wie viel wäre dann das Uebrige zu gleichem Preise noch werth?

7. Wie viele Stücke Läden (Bretter) von 3^0 Länge und $1^{1/4}'$ Breite braucht es, um damit einen Zimmerboden von $30'$ Länge und $21^{1/4}'$ Breite zu legen?

8. Wie viele Ziegel bedarf es auf ein viereckiges Dach von $36'$ Länge und $17'$ Breite, wenn angenommen wird, ein Ziegel decke $36 \square''$?

9. Ein Hausgang von $27'$ Länge und $6^{1/2}'$ Breite soll mit gebrannten Steinen von $9''$ Länge und $1^{1/2}'$ Breite belegt werden; wie viele Steine bedarf es?

10. Wie viel kostet die Befiesung einer $1500'$ langen geraden Straßenstrecke, wenn für das $\square$ Klasten $1^{1/2}$ Bagen bezahlt wird und die Straße $20'$ breit ist?

11. Um eine rechteckige Wiese von $230'$ Länge und $167'$ Breite zieht sich eine Hecke, die durchschnittlich $1^{1/2}'$ breit ist; wie viel Flächenraum bedeckt dieselbe?

12. Wie viele Nebstöcke bedarf es in ein rechteckiges Stück von 180' Länge und 105' Breite, wenn die Stege nach beiden Seiten $21\frac{1}{2}'$ Breite haben sollen?

13. Ein Zimmer von 20' Länge, 12' Breite und $8\frac{1}{2}'$ Höhe soll an den Wänden und an der Decke getäfel werden. Wie viel □' Getäfel bedarf es, wenn wegen der Thüre ein Rechteck von 3' Breite und 6' Höhe abzuziehen ist? Für die Fenster soll kein Abzug Statt finden, da die Einfassungen um dieselben ungefähr so viel Fläche als die Fenster einnehmen werden. Wie groß ist dann der Kostenbetrag, wenn 1 □' zu 2 Bazen gerechnet wird?

14. Wie viel kostet noch das Anmalen dieses Zimmers, wenn man für den □' 14 Rappen zahlen muß?

15. Wie viel Kupferblech ist nothwendig, um ein achtseitiges zugespitztes Thurmdach, das aus 8 gleichen Dreiecken besteht, von denen ein jedes eine Grundlinie von 7' und eine Höhe von 26' hat, zu belegen?

16. Eine neue Straße nimmt von einem Garten ein dreieckiges Stück von 35' Grundlinie und 9' Höhe weg. Als Entschädigung wird für den □' 3 Bazen bezahlt, wie viel bringt es im Ganzen?

17. Eine andere 24' breite neue Straße durchzieht eine Wiese so, daß sie von derselben ein Trapez herauschneidet, bei dem die eine der parallelen Seiten (das sind die beiden Seitenlinien der Straße) 205', die andere 198' lang ist. Wie viel erhält der Eigenthümer dieser Wiese, wenn ihm für Abtretung dieses Landes das □ Alaster mit 5 Grkn. 3 Bzn. bezahlt wird?

18. Von einem fünfeckigen Stück Land wird ein Dreieck abgeschnitten, dessen Grundlinie 81' und dessen Höhe 15' beträgt. Wie groß ist das noch übrig bleibende Viereck, wenn vorher das Fünfeck $1123\frac{1}{3}$ □' betrug?

19. Drei Brüder wollen einen rechteckigen Acker von 507' Länge und 221' Breite unter sich theilen; der eine soll davon 308 □⁰, der andere 508 □⁰ und der dritte das Uebrige erhalten: Wie muß die Theilung geschehen, wenn der Antheil eines jeden ein rechteckiges Stück von der ursprünglichen Breite des Ackers bilden soll?

§ 22.

Anfänge in Vermessungen im Freien. Aufnahme und Zeichnung der leichtesten Grundplänen.

Vorbemerkung. Wenn einmal die Ergänzungsschule so eingerichtet ist, daß auch sie noch etwas für die praktische Richtung des Messens

zu thun vermag; so dürfte der nachfolgende Abschnitt, sowie schon einzelne der zusammengesetzteren Theile des Vorausgegangenen noch bis zu dieser Schulstufe verspart bleiben, weil in dem hierauf bezüglichen Lehrgange schon manche Einrichtungen nothwendig werden, die der 12jährige Schüler nicht so leicht bemeistert wie der 14- oder 15jährige, bei welchem letzterem zugleich eine reifere und haltbarere Erfassung dieser Punkte möglich ist als bei ersterem. Bis dahin möge der Lehrer die nachfolgenden Erläuterungen und die darauf folgenden Uebungen so benutzen und in Anwendung bringen, wie er es für zweckmäßig und möglich erachtet, besonders auch mit Hinsicht auf die besonderen Verhältnisse seiner Schule.

A. Allgemeine Erläuterungen durch den Lehrer: Ueber einige geometrische Einrichtungen im Freien (auf dem Felde).*

Lehrer: Die geometrischen Einrichtungen, die man im Freien vornimmt, können hier nicht ganz in der gleichen Weise ausgeführt werden, wie wir dieselben in der Schulstube auf dem Papier, auf der Tafel oder dem Zimmerboden bis jetzt vorgenommen haben. Zwar werden im Freien auch Linien, Winkel, Flächen und Körper gemessen und man wendet hiebei ebenfalls die euch bekannten Maße an, aber dieß geschieht wegen der bedeutendern Ausdehnung der zu messenden Größen meist in einer andern Weise, und zudem muß man sich hier das zu Messende oft erst besonders denken, während dasselbe bei den Messungen auf dem Papiere gewöhnlich schon angezeichnet oder ausgezeichnet ist.

Auf dem Felde zieht man z. B. keine Linien, sondern man deutet sie durch Punkte an, in die man etwa Stäbe oder Stangen oder Marken steckt, und zwischen denen man sich die betreffenden Linien dann denkt. Deßwegen hier die Redensart: eine Linie aus- oder abstecken, statt: eine Linie ziehen.

Die Flächenstücke, die im Freien vermessen werden, sind die Grundstücke, Stücke Landes von verschiedener Form und Größe, z. B. Wiesen, Aecker, Wälder, Rieter u. s. f. Die Gränzen der Grundstücke sind entweder wirkliche oder bloß gedachte. Im ersten Falle sind es etwa Wege, Bäume, Mauern, Gräben, Bäche zc., im

* Der Lehrer mag diesen Erläuterungen, die wir absichtlich kurz geben, passende Veranschaulichungen beifügen, mag dieselben im Schulzimmer halten oder die Knaben schon bei dieser Einleitung ins Freie führen.

zweiten Falle sind sie durch Pfähle, Marksteine u. dgl. bestimmt, wobei jedesmal die gerade Richtung von einem Eck- oder Markspunkte zum nächstfolgenden als Gränzlinie dient. Die Wiese des Nachbarn N. (vor dem Schulhause) ist z. B. von derjenigen des Herrn M. durch zwei Marksteine abgegränzt, wovon der eine oben beim Fußwege, der andere unten bei der Straße steht, und die Gränze muß man sich von der einen Marke zur andern als gerade Linie denken. Wie weit darf daher bei der Heuernte der Herr M. das Gras abmähen lassen?

Was nun die auszumessende Fläche eines Grundstückes anbetrifft, so ist diese meistens nicht die Oberfläche, sondern die wagrechte, ebene Durchschnittsfläche, welche zwischen den ausgesteckten Eckpunkten gedacht werden kann, und die immer kleiner ist, als eine unebene oder schiefe Oberfläche. Man kann sich das etwa durch folgendes Beispiel veranschaulichen.

Denkt man sich z. B. den Tisch mit einer Menge Erde bedeckt und diese nach der einen Seite hin angehäuft, nach der andern aber vertieft, so wäre die Oberfläche dieser Erdmasse offenbar größer als die wagrechte Tischebene, auf der sie ruht. Die Tischebene stellt aber gerade das vor, was bei einem Grundstück die wagrechte Durchschnittsfläche und diese gibt die wahre Flächenausdehnung an, da sie stets gleich bleibt, man mag die Oberfläche des Grundstückes erhöhen oder vertiefen, wo und wie man will.

Oder wenn man sich ferner z. B. auf einem wagrechten, ebenen Platze Hügel von Erde, Sand &c. angehäuft denkt, so wäre die hügelige, schiefe oder abgedachte Oberfläche der angehäuften Masse wieder größer als die wagrechte Oberfläche des Platzes, die daher wieder als die eigentliche Flächenausdehnung des Platzes betrachtet werden muß.

Wie wird sich die Fläche des Seesgrundes zur Oberfläche des Wassers verhalten? — Welche gibt also die wagrechte Flächenausdehnung des Sees an? — Seht, so sind auch die Landkarten gemacht; diese stellen auch nur die wagrechte (oder wasserrechte, horizontale) Durchschnittsfläche des Landes dar: ein Berg nimmt nicht mehr Flächenausdehnung ein, als der wagrechte Boden, auf dem man ihn ruhend denken kann.

Wollte man dieses nicht so halten, sondern die auf- und absteigende Oberfläche der Grundstücke messen, so hätte man keine bestimmte Messung mehr. Jeder könnte so durch Erhöhung und Vertiefung die Oberfläche eines Landstückes vergrößern. — Wer ein Haus bauen will, so daß die

Grundfläche desselben $1200 \square'$ einnehmen soll, der könnte nicht zum Ziele kommen, wenn man ihm ein Landstück von $1200 \square'$ schief aufsteigender Oberfläche hiezu anweisen wollte.

Im Allgemeinen hat auch auf einer wagrechten Fläche eine größere Pflanzenmenge Platz, als auf einer schief ansteigenden, deren schiefe Oberfläche gleichen Inhalt hat wie die wagrechte.

Um den Inhalt des wagrechten Durchschnittes eines Grundstückes zu finden, muß man sich also merken, daß die Linien, aus denen diese Flächengröße zu bestimmen ist, stets wagrecht zu messen sind, d. h., daß der Abstand eines Punktes von einem andern als wagrechter und nicht als schiefer Abstand genommen werden muß. Ich werde euch dieß an einem besonderen Beispiele später zeigen, wobei ihr dann auch näher sehen werdet, was eine auf u n e b e n e m Boden a b g e s t e c k t e g e r a d e L i n i e bedeutet.

Natürlich wird man auch hier die Figuren zum Zwecke der Messung in Dreiecke zc. zerfallen und dann jedes einzelne Stück ausmessen. Die Höhen der Dreiecke könnten hier aber nicht mehr leicht durch Kreisbogen oder vermittelt der Equerre gefunden werden; daher wird hiebei ein anderes Mittel angewendet, das besser aushilft und das ich euch bei den nächsten Uebungen vorweisen, erklären und gebrauchen lassen will.

B. Hauptaufgaben zu Meßübungen im Freien.

1. Von einem Punkte aus, in welchen man einen Stab lothrecht stellt, eine gerade Linie auszustecken.
2. Eine aus- oder abgesteckte Linie zu verlängern.
3. Zwischen zwei lothrecht stehenden Stäben einen dritten in gerade Linie zu bringen.
4. Eine ausgesteckte Linie zu messen.
5. Eine gerade Linie von bestimmter Länge abzustecken.
6. Eine abgesteckte Linie in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile zu theilen.
7. Auf an- oder absteigendem Boden eine wagrechte Durchschnitts-
linie zu messen.
8. Auf eine gerade Linie eine senkrechte auszustecken.
9. Die Senkrechte von einem Punkte außerhalb einer geraden Linie
auf diese auszustecken, oder die Höhe eines Dreiecks zu bestimmen.
10. Eine abgesteckte Figur auszumessen.

eine wird alsdann jedesmal an das Ende des andern gelegt (wie i k an A i), dieser hierauf weggenommen, ohne jenen zu verrücken, und hierauf (von k aus) das gleiche wie vorhin wiederholt, bis man zu Ende ist. Dieß bildeß eine Repetition einer schon früheren Uebung.

5. Wenn die Linie der Richtung nach abgesteckt ist, so benimmt man sich, um ihr die gehörige Länge zu geben, ganz ähnlich wie bei der vorigen Aufgabe.

6. Man wird hier am besten die betreffende Linie messen, durch Division dann die Größe eines der gleichen Theile bestimmen, und diesen hierauf mit Hinzuziehung der vorigen Uebung abtragen. Wiederholung von frühern Aufgaben. Messen durch Schritte.

7. Ist z. B. die wagrechte Durchschnittslinie von e bis h zu messen, so muß der Maßstab bei e , dann bei f , g u. s. f. gehoben werden, bis er wagrecht zu liegen kommt. Dieß immer genau beobachtet, erhält man den wagrechten Abstand des Punktes e von h .

8. Die Aufgabe könnte z. B. mittelst einer Schnur gelöst werden, deren Endpunkte man in zwei Punkten der gegebenen Linie festhält, während die Mitte der Schnur so angestreckt wird, daß man ein gleichschenkeliges Dreieck erhält. Die Richtung von der Spitze dieses Dreiecks auf die Mitte der Grundlinie gibt dann bekanntermaßen die gesuchte Senkrechte.

Besser jedoch geht die Sache mit Hülfe eines Meßkreuzes (Kreuzscheibe). Dieses Instrument, auf welches in den allgemeinen Erläuterungen hingedeutet wurde, kann man sich einfach etwa auf folgende Art verfertigen:

Man zeichnet ungefähr in der Mitte eines ebenen, viereckigen Brettchens, wie $abcd$, zwei genau auf einander senkrecht stehende Linien (ab und cd) und steckt in jeder, nicht ganz zu äußerst, eine Nadel oder sonst ein feines Stiften senkrecht auf. Im Durchschnitte der beiden Linien wird das Brettchen durchbohrt und dann auf einen geraden Stab möglichst senkrecht gesteckt; so ist das Meßkreuz fertig.

Durch dieses Hülfsmittel kann nun die vorgesezte Aufgabe, wie folgt, gelöst werden: Man stellt, wenn die Senkrechte z. B. auf AB in den Punkt E errichtet werden soll, das Meßkreuz daselbst so auf, daß die Stifte a und b nach den Stäben F und B zeigen; dann visirt man nur noch über cd hin und läßt sich in dieser Richtung einen Stab, etwa in C , stecken, so ist EC die gesuchte Senkrechte.

Das Instrument selbst läßt sich auf folgende Weise prüfen: Man

dreht es in E um, bis cd nach EB hinweist, alsdann muß ba genau nach C zeigen, oder das Meßkreuz ist nicht richtig. Der Grund hievon erhellt aus der Erklärung des rechten Winkels.

(Da die Schüler senkrechte Linien konstruiren gelernt haben, so kann jeder für sich ein Meßkreuz verfertigen, das, wenn im Ganzen auch unvollkommen gearbeitet, doch ausreicht, insofern die beiden Richtungen gut senkrecht sind.)

9. Diese Aufgabe läßt sich mit Bezug des Meßkreuzes ebenfalls leicht lösen. Sei z. B. von C , der Spitze des Dreiecks ABC die Senkrechte auf AB zu bestimmen, so gehen Zwei mit dem Meßkreuze in der Richtung von A nach B vorwärts. Der Eine visirt über ab nach FB , der Andere behält die Richtung cd im Auge und läßt halten, so bald diese Richtung den Stab C trifft. Geschieht dieß in E , so ist dann CE die gesuchte Senkrechte, oder die Höhe des Dreiecks ABC . Gerade so wird die Höhe jedes andern Dreiecks, z. B. DF im Dreieck ABD gefunden. Daß hier das Meßkreuz ähnlich wie eine Equerre gebraucht wird, fällt in die Augen.

10. Theilt man die Figur in Dreiecke ein, bestimmt aldann die Höhe eines jeden nach der vorigen Aufgabe und mißt hierauf die nothwendigen Linien, so bleibt nur noch die gehörige Berechnung zu machen übrig. Findet man z. B. nach obiger Zeichnung $CE = 180'$, $AB = 751'$ und $DF = 121'$, dann ist:

$$\text{Fl. von } ADBC = \frac{(180 + 121) \cdot 751}{2} \square' = 113025\frac{1}{2} \square'.$$

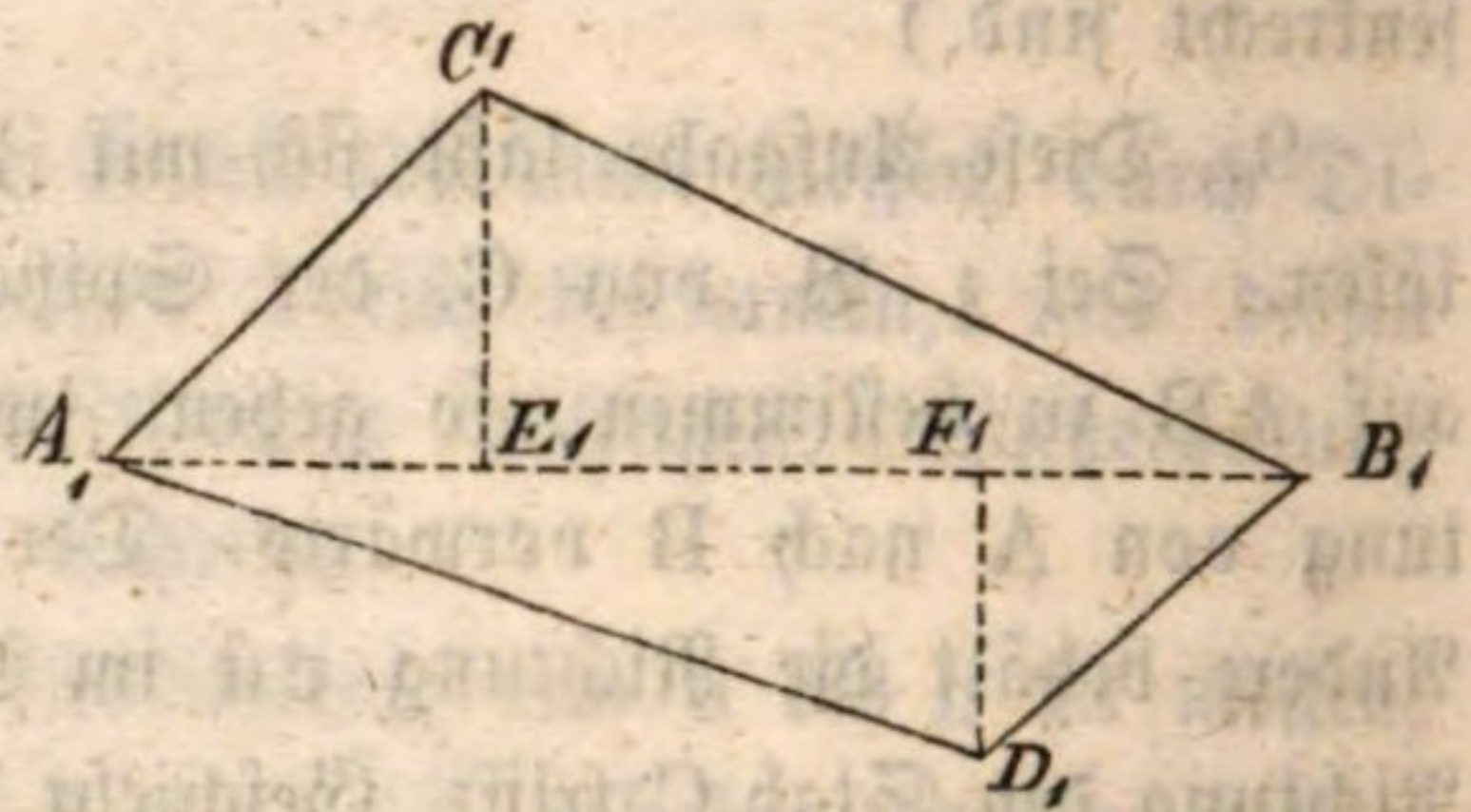
Natürlich muß obiges Verfahren nur mehrmals wiederholt werden, wenn die Figur viele Ecken hat.

Um die Aufgabe ohne weitere Hülfsmittel zu lösen, kann man etwa so verfahren: Man geht, um z. B. die Höhe des Dreiecks ABC bloß von Auge zu finden, von A gerade gegen F , und bleibt auf der Stelle stehen, von wo aus man die Richtung nach C senkrecht auf AB findet. Dieß wird ungefähr in E eintreffen. Werden dann die Linien EC und AB durch Schritte gemessen, so hat man nur noch die bekannte Rechnung zu machen. — Solche ungefähre Messungen können indessen nur auf einem nicht gar unebenen oder ansteigenden Boden ordentlich ausgeführt werden, da die betreffenden Linien immer wagrecht zu messen sind.

11. Werden die Stücke AB , AE , EF , CE und FD , nachdem man sie gemessen hat, in kleinern (verjüngten) Maßeinheiten zu Papier gebracht und zwar in derselben Lage und Aufeinanderfolge, die sie in

Wirklichkeit haben; so erhält man durch gehörige Verbindung der Eckpunkte eine Figur, deren einzelne Theile ähnlich zu einander stehen, wie in der wirklichen, und deren Fläche eben so viele Quadrate des verjüngten Maßes enthält, als das Grundstück ADBC nach wahren Maße mißt. Diese Figur ist alsdann ein Kärtchen oder Plänchen des vermessenen Grundstückes.

War z. B. $AB = 751'$,
 $AE = 250'$, $EF = 329'$ u. s. f.,
 so würde man 751 der zu Grunde
 gelegten, verjüngten Maßtheile auf
 A_1B_1 abtragen, und davon 250
 auf AE , und 329 auf EF ver-



theilen, dann würden aus den
 Punkten E_1 und F_1 die beiden Perpendikel E_1C_1 , F_1D_1 gezogen und
 auch diese nach dem verjüngten Maße entsprechend lang gemacht. Die
 Punkte $A_1D_1B_1C_1$ geben dann mit einander verbunden das Plänchen
 des Grundstückes ADBC.

Es ist nicht nöthig — bisweilen auch nicht möglich — die Perpendikel von allen Eckpunkten auf eine Standlinie wie AB zu fällen. Man kann in diesem Falle eines der schon bestimmten Perpendikel, wie CE oder auch eine bereits gefundene schiefe Linie, wie CB , als neue Standlinie annehmen und auf dieselbe die übrigen Eckpunkte (wie z. B. e, f, g, h) durch senkrechte Linien beziehen; das Verfahren bleibt stets das gleiche.

C. Bemerkungen und Ausführungen zu den in der Aufgabensammlung
 sich findenden Uebungen über Messungen im Freien.

(Siehe Heft III der Aufgabensammlung.)

Die Uebungen 14, 15 und 17 finden durch das Vorausgegangene
 ihre Erläuterung.

Die Uebung 16 dient zu Examinatorien, die in schriftlicher oder
 mündlicher Weise gehalten werden können. — Zu Aufgabe 7 dieser Uebung
 ist zu bemerken, daß in der Gränzlinie ab ein Stab so gesteckt werden
 muß, daß er sich zugleich in der verlängerten Richtung ed befindet. (Dies
 kann Einer oder können Zwei leicht durch Visiren bewerkstelligen. Man
 bringt z. B. einen Stab zwischen a und b in die gleiche Richtung von
 ab und sieht dann nach, ob derselbe gerade in der Richtung ed ist oder

nicht. Ist dieses nicht der Fall, so rückt man mit einem neuen Stabe entweder gegen a oder gegen b hin, bis derselbe endlich mit e und d ebenfalls in der gleichen Richtung ist.) Die übrigen Fragen sind leicht zu beantworten.

Die Uebung 18 mag von den Schülern hauptsächlich zu Wiederholungen benutzt werden, etwa auch in einer für das Messen bestimmten Stunde, wo das Wetter keine Uebungen im Freien erlaubt.

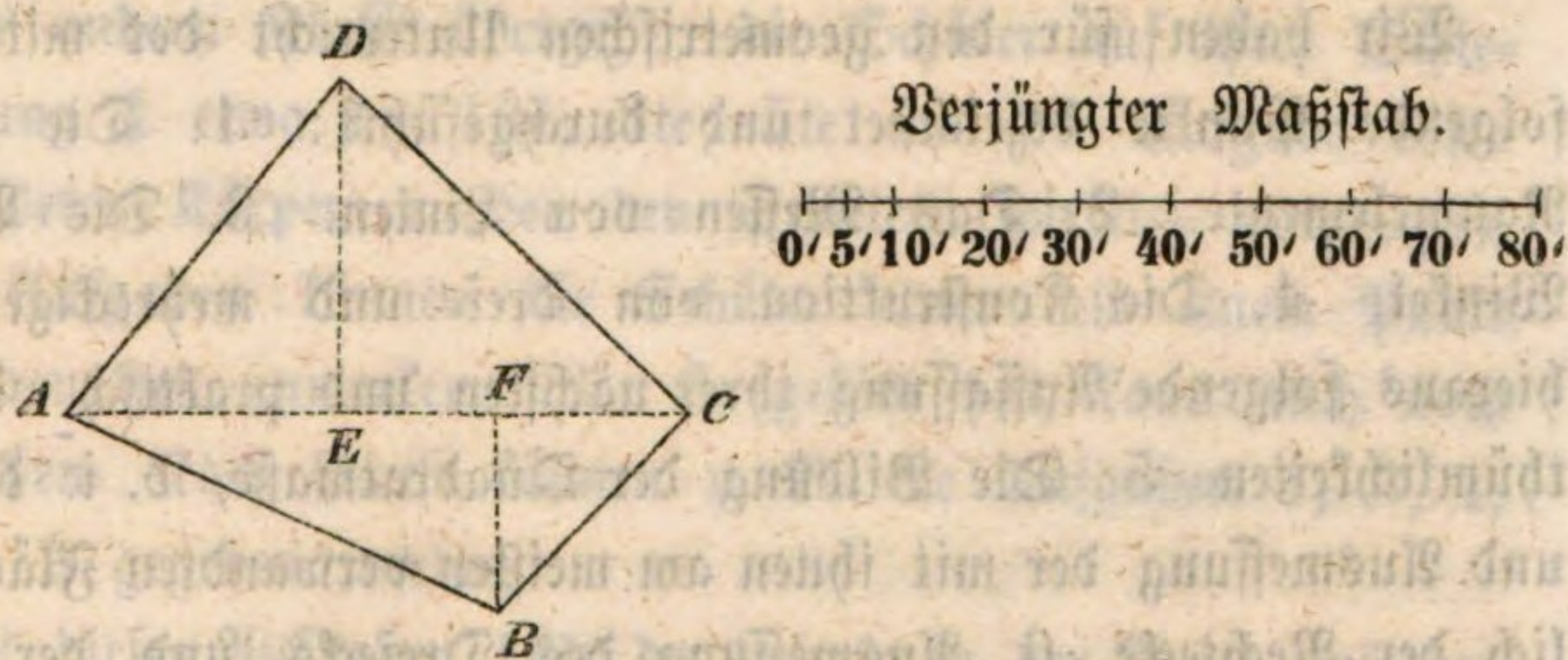
Beispiele: Aufgabe 8. „Beschreibet das Verfahren, wie man mittelst des Meßkreuzes ein Quadrat ausstecken kann, dessen Seite $120\frac{1}{2}'$ mißt.“ — Antwort. Man steckt eine gerade Linie von $120\frac{1}{2}'$ Länge ab und errichtet mittelst des Meßkreuzes in die Endpunkte derselben nach der nämlichen Seite hin Perpendikel, denen man ebenfalls die Länge von $120\frac{1}{2}'$ gibt. Die andern Endpunkte der Perpendikel müssen, wenn alles genau gemacht worden ist, ebenfalls $120\frac{1}{2}'$ von einander abstehen.

So ähnlich die Aufgabe 10.

Die Aufgaben unter 16 sollen die ältern Schüler zur nützlichen Selbstthätigkeit im Messen bei Hause veranlassen.

Aus Uebung 19. Aufgabe 8, d. „Es ist das Plänchen eines unregelmäßigen Vierecks zu verzeichnen und dessen Flächeninhalt zu bestimmen. Die Diagonale desselben sei $= 69'$, das Stück der Diagonale bis zur Höhe des einen Dreiecks $= 31'$, von hier bis zur Höhe des zweiten Dreiecks $= 17'$, die erstere Höhe selbst $= 37\frac{1}{2}'$ und die zweite $= 22'$.“

Der Schüler zeichnet:



und bemerkt

dazu:

$$AC = 69'; \quad AE = 31'; \quad EF = 17'$$

$$ED = 37\frac{1}{2}'; \quad BF = 22' \text{ verjüngtes Maß.}$$

$$\text{Dreieck ADC} = \frac{37\frac{1}{2}' \cdot 69'}{2} = 2587\frac{1}{2}' : 2 = 1293\frac{3}{4}'$$

$$\text{Dreieck ACB} = \frac{69' \cdot 22'}{2} = 759' = 759'$$

$$\text{Also ABCD} = 2052\frac{3}{4}'$$

So viele $\square$ die Fläche in Wirklichkeit enthält, so viele verkleinerte Quadrätchen enthält das Plänchen nach dem beigezeichneten Maßstabe.

Ganz ähnlich gehen die übrigen verwandten Aufgaben dieser Uebung.

Zu Aufgabe 13. Antwort. Man könnte zunächst das Rechteck $achd$ abstecken; die Seiten würden so viele Fuß lang gemacht, als diejenigen auf dem Plänchen verjüngte Maßtheile enthalten. Aus der Mitte der Seite ac würde mit Hülfe des Meßkreuzes ein Perpendikel von der wahren Länge ib nach oben abgesteckt, ebenso aus der Mitte von hd das Perpendikel lf nach unten, endlich noch aus den entsprechenden Abständen von h und d die beiden Perpendikel kg und me in wahrer Länge, worauf alle abgesteckten Punkte $a b c d e f g h$ in gehöriger Verbindung das wirkliche Vieleck darstellen würden, dessen Plänchen in der Aufgabe gezeichnet ist.

§ 23.

Schlußbemerkung zur dritten Abtheilung mit Rücksicht auf die drei Hefte der Aufgabensammlung dieser Schulstufe.

Was den Umfang des geometrischen Lehrstoffes anbetrifft, den wir den drei Jahresklassen der mittleren Schulstufe zugewiesen haben, so ist zunächst zu bemerken, daß derselbe im Allgemeinen auch bei dem künftigen Ausbau der Volksschule, beziehungsweise der obern Abtheilung derselben, nicht als zu ausgedehnt betrachtet werden kann.

Wir haben für den geometrischen Unterricht der mittlern Schulstufe folgende Punkte bezeichnet und durchgeführt: 1. Die Auffassung der Raumelemente. 2. Das Messen von Linien. 3. Die Betrachtung der Winkel. 4. Die Konstruktion von drei- und mehreckigen Figuren und hieraus folgende Auffassung ihrer nächsten und praktisch wichtigsten Eigenthümlichkeiten. 5. Die Bildung der Quadratmaße, d. i. der Flächenmaße, und Ausmessung der mit ihnen am meisten verwandten Flächenstücke, nämlich der Rechtecke. 6. Ausmessung des Dreiecks und der aus beliebigen Dreiecken zusammengesetzten Vier- und Vielecke mit entsprechenden praktischen Anwendungen.

Man wird, was die allgemeine Stoffbegrenzung anbelangt, kaum je einen dieser Punkte weglassen können, so lange man wenigstens noch geometrischen Unterricht in der Realabtheilung der Volksschule erteilen will. Dagegen läßt natürlich die Behandlung dieser Abschnitte stets eine größere oder geringere Ausführlichkeit zu. Wir wollten hier im Handbuche absichtlich

nicht zu wenig einläßlich verfahren, um theils den Gegenstand doch möglichst hinreichend zu beleuchten, theils die nöthige Auswahl und Abwechslung zu bieten.

Um nun aber auch diejenigen Lehrer, deren Schulverhältnisse für einen gedeihlichen Unterricht noch am ungünstigsten gestaltet sind, nicht unberücksichtigt zu lassen, wollen wir hier kurz andeuten, worauf sich ihre Lektionen im geometrischen Unterricht etwa beschränken und in welcher Weise sie neben denselben die geometrische Aufgabensammlung am zweckmäßigsten benutzen könnten.

Wir stellen uns z. B. eine ungetheilte Primarschule von 6 starken Jahresklassen vor und denken uns, der Lehrer beschäftige sich persönlich mit jeder der drei Oberklassen nur eine halbe Stunde wöchentlich in dem genannten Unterrichtsfache; dieß würde nach Abzug von 8 Wochen Ferien im Jahr 44 halbe Stunden ausmachen.

Nun sind höchstens bloß 18 bis 20 halbstündige Lektionen für die frische Stoffentwicklung nothwendig; dazwischen fallen die übrigen 24 bis 26 halbe Stunden, die der Lehrer für Wiederholungen, Uebungen, Lösung und Durchsicht von Aufgaben mit den Schülern verwenden kann.

Nehmen wir jetzt das I. Heft der Aufgabensammlung. Der Lehrer hält eine Lektion (die Schüler haben hiezu das Heft nicht vor) über „Körper und Flächen“, „ebene und unebene Flächen“ ungefähr in dem Sinne, vielleicht nur etwas kürzer, als es in § 12, Nr. 1 dargestellt ist. Dann läßt er, indem er zu einer andern Klasse übergeht, die Schüler auf ihrer Schiefertafel aus Uebung 1 etwa die 1ste, 3te, 5te und 7te Aufgabe lösen (die hier abgebildeten Körper werden den Schülern wirklich vorgelegt). Die bezeichneten Aufgaben können die Schüler etwa mit einem Punkt oder mit einem Kreuzchen anmerken. Wer sie gelöst hat, kann auch noch die übrigen versuchen. Nach Hause können z. B. die Aufgaben 1, 3, 4, 5, 7 der Uebung 2 gegeben werden.

Die Durchsicht dieser Aufgaben hält der Lehrer in der Weise, wie ers auch bei den übrigen Fächern zu thun pflegt; auch vorgerücktere Schüler können hiezu verwendet werden. In der folgenden Woche ist eine Lektion zur weiteren Stoffentwicklung noch nicht nöthig. Da verwendet der Lehrer die halbe Stunde zu Examinatorien über die erste Lektion, die sich auf die Uebung 1 und 2 bezog; insbesondere aber nimmt er nun mit den Schülern die Uebung 3 mündlich durch; dann wieder Bezeichnung von Aufgaben nach Hause. So geht es im Wesentlichen auch bei

dem Folgenden fort. Der eine Lehrer wird etwas mehr, der andere etwas weniger Aufgaben lösen lassen können.

Die Meinung, daß durchaus alle Aufgaben der Hefte in allen Schulen gelöst werden müßten, wenn etwas Ordentliches bei diesem Unterrichte herauskommen solle, beruht auf übertriebener Aengstlichkeit oder auf Unkenntniß der Sache, oder noch irgend einem andern Grunde. Das Lehrmittel besteht deswegen aus einer Aufgabensammlung, damit man, wie beim Rechnungslehrmittel, Aufgaben auswählen kann je nach den Umständen; der Lehrer, der einer oder zwei Klassen vorsteht, bedarf mehr Aufgaben und Uebungsstoff, als derjenige, der sechs Klassen hat, und auch dieser wechselt gern etwa einmal in den Aufgaben ab.

Fahren wir noch ein wenig im I. Hefte fort. Eine frische Lektion, oder besser zwei, muß der Lehrer wieder geben, „über die Linien, gerade und krumme, und das Ziehen der Linien zur Umschließung von Flächenstücken.“ Dann kann er sich wieder zwei bis drei Mal in Repetitionen und Aufgaben mit den Schülern beschäftigen, der Stoff wird besonders aus den Uebungen 4, 5, 6, und 7 genommen und auch hieraus wird wieder den Schülern nach Hause zu thun gegeben. Die Uebung 8 kann der Lehrer, der nur ein Minimum des Lehrstoffs durchnehmen will, ganz weglassen.

Hinsichtlich des zweiten Abschnittes, „das Messen gerader Linien“ sind wieder ungefähr zwei entwickelnde Lektionen nothwendig. In vier bis fünf andern Malen werden die hauptsächlichsten Aufgaben im Längenmessen übungsweise mit den Schülern durchgenommen. Dann folgen aus dem dritten Abschnitt die Lektionen und Uebungen „über die Winkel“ wechselsweise nach einander. Entwickelnde Lektionen bedarf es hier höchstens etwa fünf bis sechs. Dazwischen fallen: die Durchsicht der von den Schülern gelösten Aufgaben, die Repetitionen und Examinatorien, die besondern Uebungen und Anweisungen zur Lösung einzelner vorzüglich wichtiger Aufgaben. Dieß nimmt auch wieder etwa 8 halbe Stunden in Anspruch. Nun hätten wir aber erst im Ganzen kaum 30 halbe Stunden; es könnten also noch mehr als 14 übrige für spezielle Aufgabenlösungen und Examinatorien verwendet werden.

Zur Abkürzung wird der zu stark beladene Lehrer die Uebung 23 und 24 weglassen können, indem er aus denselben in späteren Kursen die Hauptpunkte noch berühren kann; aus den übrigen Uebungen wird er eine Auswahl von Aufgaben lösen lassen; z. B. aus Uebung 17 die

Aufgaben 1, 2, 4, 10, 11, 15. Aus Uebung 19 die Aufgaben 1, 2, 5, 6, 9. Aus Uebung 20 die Aufgaben 1, 2, 4, 5, 8, 9, 12, 15. Aus Uebung 21 die Aufgaben 1, 4, 6, 7, 9. Aus Uebung 22 die Aufgaben 2, 3, 6, 8, 13, 16, 18, 21, 22.

Indessen hat gerade der Lehrer mit vielen Schulklassen oft auch viele Aufgaben zur stillen Beschäftigung für die Schüler nothwendig, und so wird er nicht selten gerne noch zu mehreren weiteren Aufgaben greifen, wäre es auch nur, um den Schülern passenden Stoff zur Thätigkeit in einem praktisch so wichtigen Unterrichtsfache zu bieten.

Im zweiten und dritten Heft wird Gang und Auswahl ganz ähnlich gemacht werden können, wie oben mit Beziehung auf das erste angedeutet worden ist. Indem wir auf die spezielle Behandlung des Lehrstoffs in § 16 bis und mit §§ 21 und 22 verweisen und wiederholen, daß zur Behandlung des Lehrstoffs eines jeden Heftes höchstens 18 bis 20 Lektionen für die frische Stoffentwicklung nothwendig sind, stellen wir wieder eine Auswahl von Aufgaben zusammen, die man in einer ungetheilten Schule wohl wird zu Ende führen können.

Aus dem II. Heft Uebung 2 die Aufgaben 1, 2, 4, 5, 6, 9, 12, 13. Aus Uebung 3 die Aufgaben 7, 9, 10. Aus Uebung 4 die Aufgaben 10, 11, 12, 14, 15. Aus Uebung 5 die Aufgaben 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14. Aus Uebung 6 Aufgabe 5. Aus Uebung 7 die Aufgaben 1, 2, 4, 5. Aus Uebung 8 die Aufgaben 1, 2, 3, 5. Aus Uebung 9 die Aufgaben 1, 2, 4, 8.

Aus dem zweiten Abschnitt dieses Heftes, Uebung 10 die Aufgaben 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13. Aus Uebung 11 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 8, 9, 13, 14. Aus Uebung 12 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8. Aus Uebung 13 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11, 13. Aus Uebung 14 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 5 c, 9. Aus Uebung 15 die Aufgaben 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12. Aus Uebung 16 die Aufgaben 2, 4, 6, 7, 8, 9. Aus Uebung 18 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 5, 8.

Aus dem dritten Abschnitte dieses Heftes, Uebung 19 die Aufgaben 3, 6. Aus Uebung 20 die Aufgaben 5, 7, 10, 12, 18. Aus Uebung 21 die Aufgaben 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 19. Aus Uebung 22 die Aufgaben 1, 3, 6, 10, 16, 17, 21, 24, 28, 29. Aus Uebung 23 die Aufgaben 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14. Aus Uebung 24 die Aufgaben 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11.

Aus dem III. Hefte Uebung 1 die Aufgaben 1, 2, 3, 5, 6, 7,

10, 11, 13, 15, 16, 18. Aus Uebung 2 die Aufgaben 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10. Aus Uebung 3 beliebige Aufgaben. Aus Uebung 4 die Aufgaben 4, 5, 6. Aus Uebung 5 die Aufgaben 1, 3, 5, 7. Aus Uebung 6 die Aufgaben 1, 3, 4, 5, 7, 10, 11.

Aus dem zweiten Abschnitt dieses Hefes. Anmerkung: Der Lehrer, der sich nur auf das Allernothwendigste beim Unterrichte beschränken will, braucht die besondern Sätze der Ausmessung des Parallelogramms, des Trapezes und unregelmäßigen Vierecks nicht zu lehren; er läßt diese Flächenstücke, wie die Vielecke, einfach nach einzelnen Dreiecken berechnen; der Schüler rechnet dann zwar etwas weitläufiger, aber er kann sich doch helfen. In dieser Weise können dann gelöst werden: Aus Uebung 8 z. B. die Aufgaben 8, 10 zc. Aus Uebung 9 die Aufgaben 10, 12. Aus Uebung 10 die Aufgabe 10. Aus Uebung 11 die Aufgaben 2, 3, 5 b. Aus Uebung 12 und 13 beliebige.

Mit Beziehung auf die „Vermessungen im Freien“ zeigt der Lehrer, der sich vorderhand bloß auf ein Minimum des Unterrichtsstoffes beschränken will, den Schülern einfach, wie man z. B. ein Gartenbeet, den ganzen Garten, ein Ackerland, ein Wiesenstück zc. ausmisst und hiezu eine einfache entsprechende Verzeichnung entwirft. Aus dem 3. Abschnitt des III. Hefes wählt er daher zur Behandlung, was ihm bei seinen Verhältnissen am passendsten scheint.

Dieß wäre nun ein Beispiel zur Beschränkung des geometrischen Lehrstoffes an einer ungetheilten Schule von sehr starker Schülerzahl. Natürlich wird auch hier noch vorausgesetzt, daß dem Lehrer die nothwendigen Hülfsmittel zum Unterricht, wie die Modelle zu den Veranschaulichungen, besonders aber auch Zirkel zum Zeichnen für die Schüler zc. nicht mangeln. So aber werden die Schüler auch bei diesem Plane immer noch ganz Befriedigendes in diesem Fache leisten, namentlich wenn der Lehrer im Stande ist, anregende und einleuchtende Lektionen über die Hauptpunkte des Unterrichts zu ertheilen und hierauf die Thätigkeit der Schüler im Aufgabenlösen zweckmäßig zu überwachen. Denn in letzterer Hinsicht ist's immer besser, die Schüler lösen etwas weniger Aufgaben, aber sorgfältig und genau, als daß sie eine Masse von Aufgaben überhuden, woraus weder Einsicht noch Fertigkeit, noch rechte Kenntnisse sich ergeben.

Wenn endlich bei jeder Lektion, die der Lehrer in schlichter Wirksamkeit in seiner Schule ertheilt, nur halb so viel herauskommt als bei den

oft glänzenden Probelectionen in den Kapitelversammlungen, so darf man um den Erfolg nicht bangen, und die Zweifel über die Möglichkeit dieses Unterrichts in der Volksschule würden dann von selbst weichen.

Wir sind überzeugt, daß der Lehrer bei gutem und ernstlichem Willen auch unter sehr ungünstigen Verhältnissen dennoch in diesem Fache so viel Schönes zu leisten im Stande ist, daß sich hieraus für die Schüler in geistiger Hinsicht wie mit Beziehung auf ihre Befähigung fürs praktische Leben wahrhaft segensreiche Früchte ergeben können.

Das rechte Gelingen wird also besonders vom einzelnen Lehrer abhängen, und da wünschen wir demjenigen, der bisher wegen anderer Lieblingsneigungen nicht zur Behandlung dieses Faches kam, daß er auch diesem Unterrichte in Zukunft einige Gunst zuwenden möchte; demjenigen aber, der aus irgend welchem Vorurtheil bisher den geometrischen Unterricht überging, möge die nöthige Unbefangenheit und Sachkenntniß zu Theil werden; dem älteren, noch weniger mit dem Fache vertrauten Lehrer wünschen wir ein frisches, muthiges Beginnen mit dem Streben nach möglichster Einfachheit, dem jüngern Amtsgenossen dagegen ein fleißiges Studiren und Einhalten des Lehrplanes, und endlich Allen, die in ihrem Schulamte sonst schon eine schwere Bürde zu tragen haben, eine gesunde und feste Kraft und die Freude, für ihren Fleiß und ihre Sachkenntniß aus dem Unterrichte schöne Früchte ersprießen zu sehen.

Vierte Abtheilung.

Schluß des geometrischen Unterrichts

auf der dritten Schulstufe, oder der zweiten Realabtheilung
(Realergänzungsschule).

Vom zurückgelegten 12. bis und mit dem 15. Altersjahre.

I. Siebentes Schuljahr.

(Vom zurückgelegten 12. bis 13. Altersjahre.)

§ 24.

Aufgabe.

Bildung der einfachern von Ebenen begränzten geometrischen Körper aus gegebenen Bestimmungsstücken und nähere Betrachtung dieser Körper hinsichtlich ihrer allgemeinsten Eigenschaften. Darstellung und Ausmessung ihrer Oberflächen. Geometrische Zeichnung dieser Körper in Parallelspektive (isometrische Zeichnungsart). Einleitung zum Körpermessen: die Körpermitte und Gewichte; praktische Aufgaben.

§ 25.

Bildung einfacher von Ebenen begränzter geometrischer Körper und
Darstellung und Ausmessung ihrer Oberflächen.

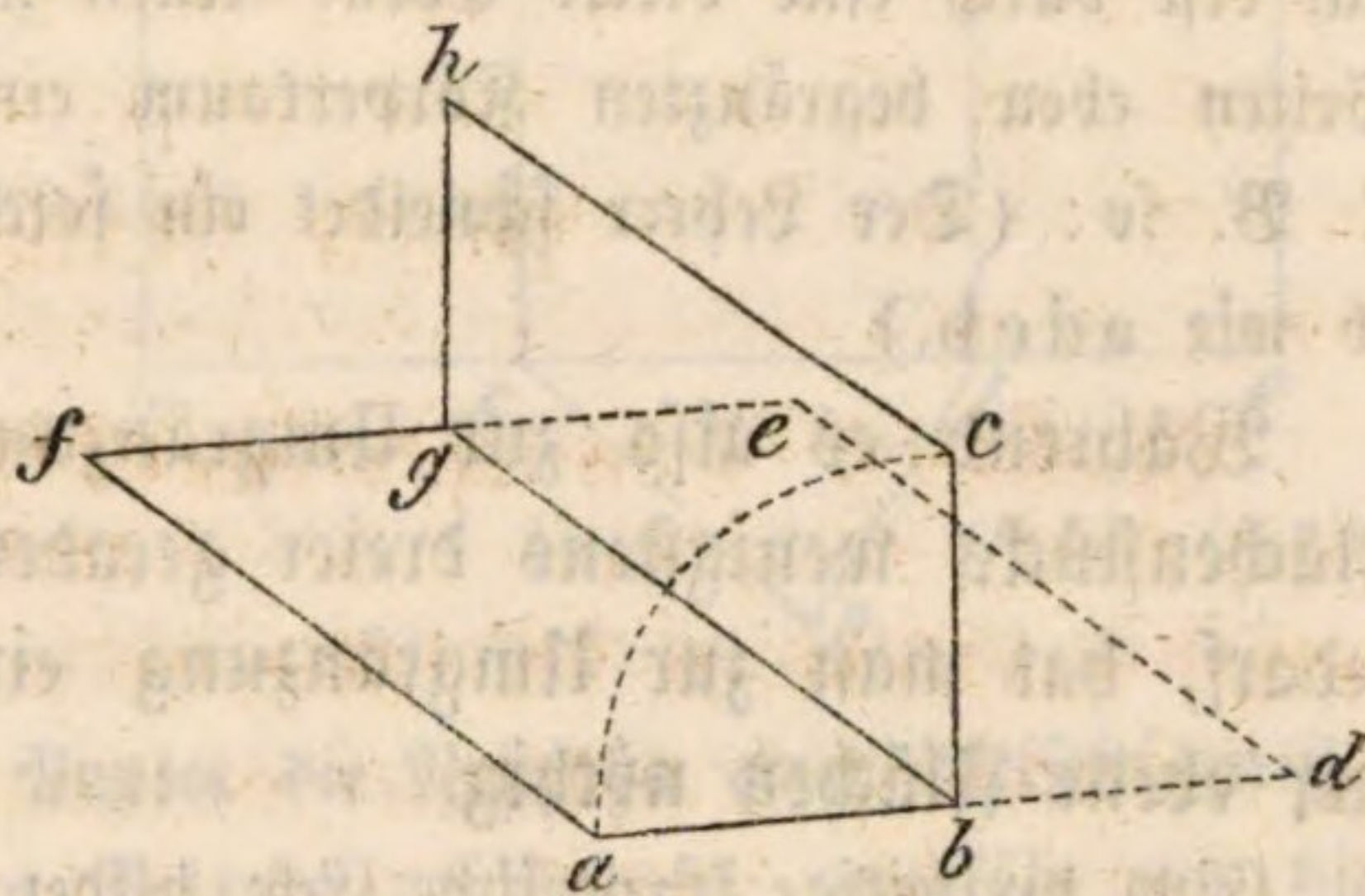
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen.

A. Lehrer: Ganz in ähnlicher Weise, wie man mit Linien Flächen einschließen kann, so kann man auch mit Flächen Körper oder körperliche Räume einschließen. Wir wollen dieß zunächst mit ebenen Flächen versuchen; und da nehmen wir, wie bei der Bildung des Winkels und des Dreiecks, wieder die Drehung zu Hülfe.

Eine Ebene kann nämlich um eine gerade Linie so umgedreht werden, wie wir früher die gerade Linie um einen Punkt drehen. Wenn ich ein Blatt in einem Buche umwende, so kann dieß die Drehung einer

Ebene (des ebenen Blattes) um eine gerade Linie (die Falte) darstellen. (Der Lehrer zeigt dieß am Buche, sowie etwa noch durch ein ebenes Blatt Papier, das er folgendermaßen umfaltet):

Sind die beiden Blattstücke auf einandergelegt, so kann ich das eine vom andern beliebig stark wegdrehen, z. B. eine Viertelsumdrehung, eine halbe Umdrehung 2c. — Seht so! — Der Abstand des einen Blattes vom andern um eine beliebige Drehung bildet einen Flächenwinkel.



Dieser wird gemessen durch zwei Linien ab und bc , die auf der Drehungslinie gb senkrecht stehen. Er ist ein rechter und die Ebenen heißen senkrecht aufeinander, wenn die Drehung eine Viertelsumdrehung beträgt, oder wenn die Schenkel ab und bc senkrecht aufeinander stehen. Fallen aber diese Schenkel wieder in eine gerade Linie, so fallen auch die Ebenen wieder in eine Ebene u. s. f.

Wer kann mir nun mit diesen Blättern einen spitzen, — einen stumpfen Flächenwinkel darstellen? — Wie müssen die beiden Schenkel ab und bc zu einander stehen, wenn der Flächenwinkel 60° betragen soll? — Antwort: Diese Schenkel müssen ebenfalls einen Winkel von 60° mit einander bilden. — Sucht stumpfe, rechte, spitze Flächenwinkel an Gegenständen in der Schulstube auf! — Welche kommen am meisten vor?

Auf ähnliche Weise kann der Lehrer zeigen, daß zwei Ebenen mit einander parallel laufen, wenn sie mit einer dritten Ebene parallele Durchschnitte und gleiche Winkel nach der gleichen Seite hin bilden.

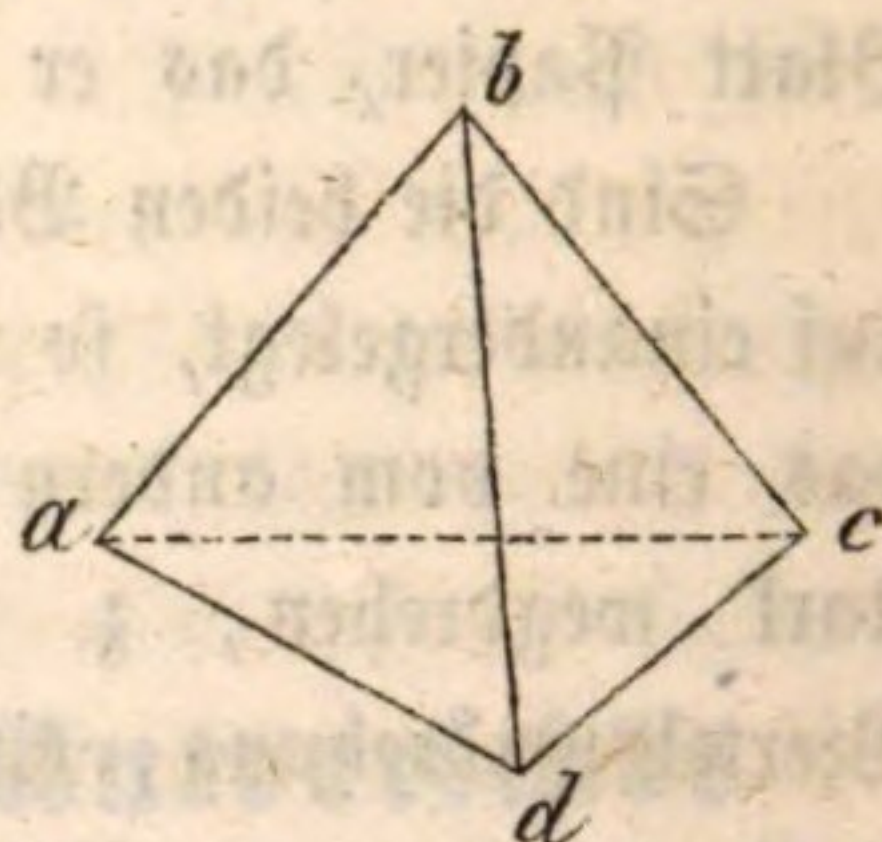
Fortsetzung:

Mit zwei Ebenen kann man noch keinen körperlichen Raum ganz einschließen, und auch mit dreien sogar noch nicht; seht nur!

(In ein zusammengefaltetes Blatt macht der Lehrer von der Falte an einen Schnitt und schiebt, indem er die beiden Blatttheile von einander dreht, ein drittes Blatt durch die Schnitte. Damit zeigt er den Schülern eine dreiseitige körperliche Ecke. Oder er kann z. B. ein Stück von einer Rübe nach zwei zusammenstoßenden ebenen Flächen beschneiden; macht er dann durch einen neuen Abschnitt eine dritte ebene Fläche, die eben=

falls noch mit der Kante der beiden ersten zusammentrifft, so bilden die drei ebenen Flächen wieder eine dreiseitige körperliche Ecke.)

Von einer dreiseitigen körperlichen Ecke läßt sich erst durch eine vierte Ebene einen nach allen Seiten eben begränzten Körperraum einschließen, z. B. so: (Der Lehrer schneidet ein solches Stück ab wie $adcb$.)

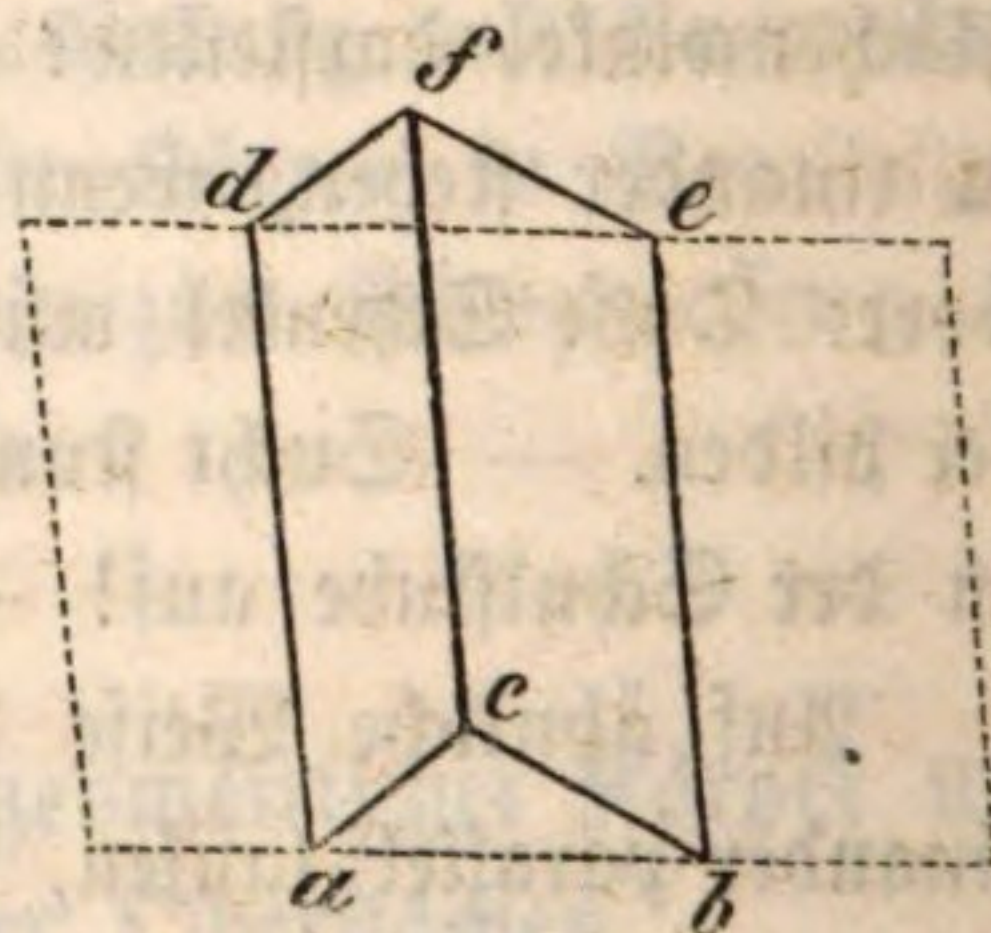


Während es also zur Umgränzung eines Flächenstücks wenigstens dreier gerader Linien bedarf, hat man zur Umgränzung eines Körperraumes wenigstens vier ebene Flächen nöthig.

Eine dreiseitige körperliche Ecke bildet einen dreiseitigen Gipfelraum (Pyramidalraum). Wird ein solcher der Spitze (b) gegenüber durch eine Ebene geschlossen (wie oben durch acd), so heißt der hiedurch entstehende Körper ein dreiseitiger Gipfel oder dreiseitige Pyramide.

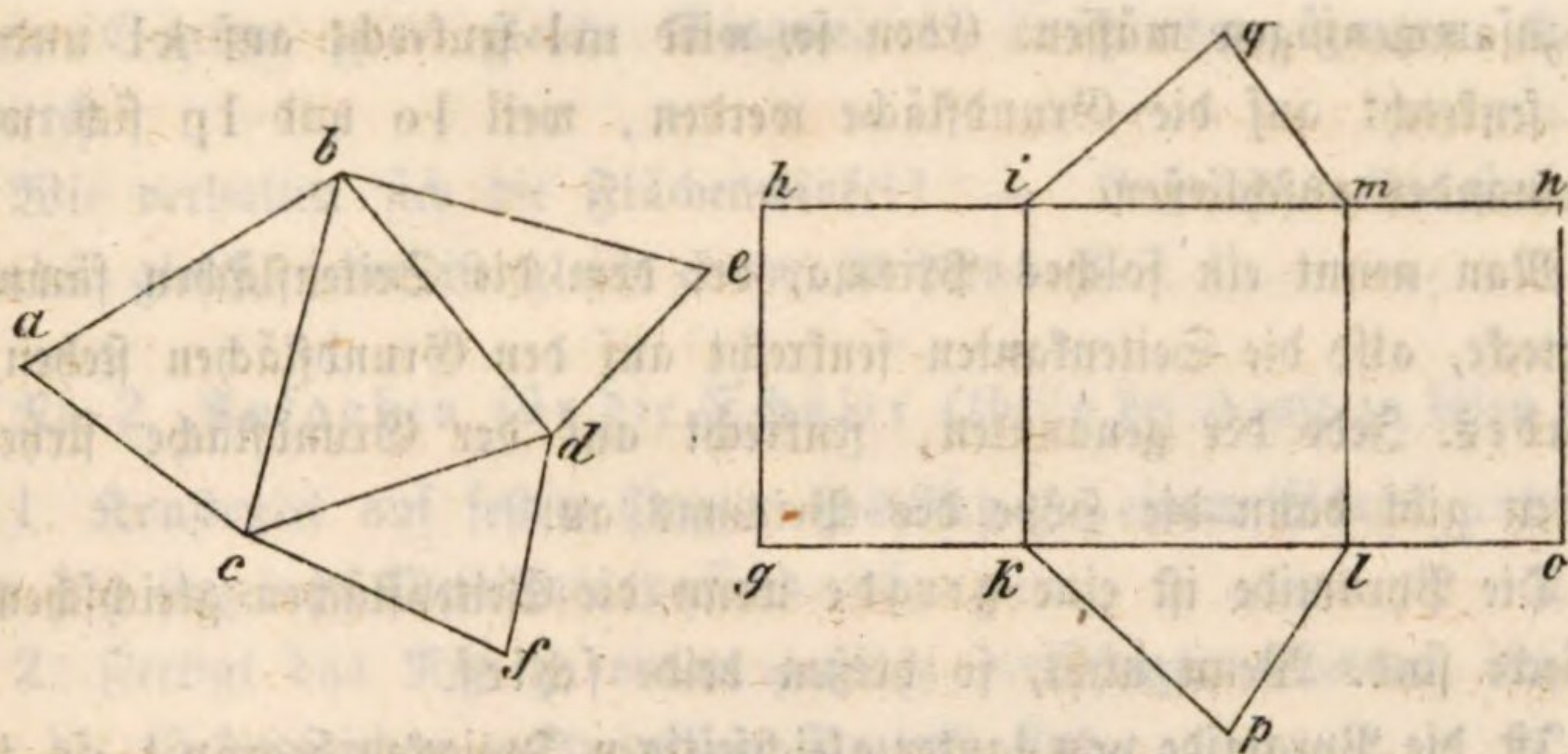
Man kann auch zwei zusammenstoßende ebene Flächen durch eine dritte so durchschneiden, daß sämtliche Durchschnittslinien oder Kanten mit einander parallel werden. (Der Lehrer zeigt dieß, indem er an einem geeigneten Körperstück wirklich drei solche Schnitte macht, oder indem er einfach ein Blatt Papier nach drei parallelen Streifen in folgender Weise zusammenlegt):

Der Raum zwischen diesen Flächen, der nach oben und unten offen ist, wird ein dreiseitiger Säulenraum (prismatischer Raum) genannt. Wird derselbe oben und unten durch zwei parallele Ebenen, wie abc und def , geschlossen, so heißt dieser nach allen Seiten von Flächen eingeschlossene Raum oder dieser geometrische Körper ein dreiseitiges Prisma oder eine dreiseitige Säule.



Pyramiden und Prismen sind die gewöhnlichsten von Ebenen begränzten Körper.

Denkt man sich sowohl bei der dreiseitigen Pyramide als beim dreiseitigen Prisma die Gränzflächen um die entsprechenden Kanten in eine Ebene umgelegt, so bildet dieser Zusammenhang der einzelnen Flächen von einem jeden Körper das Netz. Netz und Oberfläche eines Körpers, wenn dieselbe entwickelt ist, bilden also das Gleiche; z. B. so:



Der Lehrer hat aus festem Papier die Netze zu einer dreiseitigen Pyramide und zu einem dreiseitigen Prisma geschnitten, ungefähr wie hier. Dann biegt er die einzelnen Flächen um die gemeinschaftlichen Seiten gegen einander und stellt so die Pyramide und das Prisma dar. Hierauf Fragen, Aufgaben und Erläuterungen, die sich an diese Körperbildung anschließen.

3. B. Wie viele ebene Flächen sind zur Begränzung eines dreiseitigen Prismas, einer dreiseitigen Pyramide nothwendig?

Könnte man auch mit weniger als 4 ebenen Flächen einen Körper begränzen?

Ist jeder Körper, der von 4 ebenen Flächen eingeschlossen ist, eine Pyramide?

Wie müssen beim Netz der Pyramide die zwei äußern Seitenkanten ab und be sich zu einander verhalten, damit sie sich bei der Umbiegung zu einer gemeinschaftlichen Kante zusammenfügen können? Antwort. Sie müssen einander gleich sein.

Wie muß das Dreieck efd , das die Grundfläche der Pyramide bilden soll, beschaffen sein? Antw. Es muß $ac = cf$, $fd = de$ u. ec sein.

Im Uebrigen können die drei zusammenhängenden Seitendreiecke abc , cbd und dbe beliebig sein, nur müssen je zwei der Winkel bei b zusammen mehr betragen als der dritte, sonst könnten sich ab und be nicht zu einer körperlichen Ecke zusammenschließen. (Der Lehrer kann dieß leicht zeigen.)

Wenn bei dem Netz des Prismas die drei zusammenhängenden Seitenflächen Rechtecke sind, wie kommen dann die Seitenkanten ik , ml u. nc zur Boden- und Deckfläche zu stehen?

Antw. ik wird senkrecht stehen auf kl und kp , weil sich gk und

kp zusammenfügen müssen. Eben so wird ml senkrecht auf kl und lp , also senkrecht auf die Grundfläche werden, weil lo und lp sich wieder an einander anschließen.

Man nennt ein solches Prisma, bei dem die Seitenflächen sämtlich Rechtecke, also die Seitenkanten senkrecht auf den Grundflächen stehen, ein gerades. Jede der genannten, senkrecht auf der Grundfläche stehenden Kanten gibt dann die Höhe des Prismas an.

Die Pyramide ist eine gerade wenn die Seitenflächen gleichschenklige Dreiecke sind. Wenn nicht, so heißen beide schief.

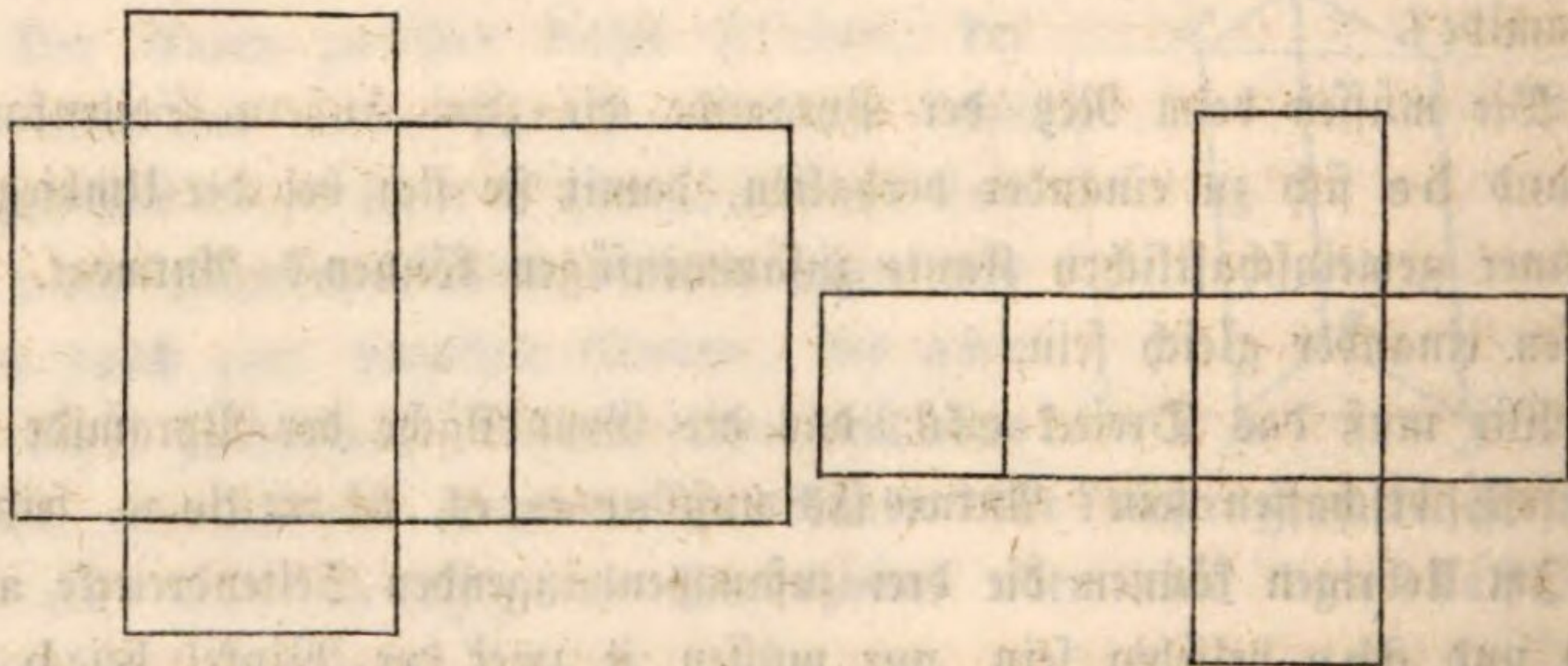
Ist die Pyramide von lauter gleichseitigen Dreiecken begrenzt, so ist sie ein ganz regelmäßiger Körper (Tetraeder). Seht diesen. Der Lehrer weist einen solchen vor.

Man kann nun auch leicht die Netze zu vier- und mehrseitigen Pyramiden und Prismen bilden; der Lehrer mag solche vorweisen.

Am meisten Wichtigkeit hat die rechtwinklige (rechteckige) Säule, bei der sowohl die Seitenflächen als die Grundflächen Rechtecke sind. (Der Lehrer weist ein Modell hievon vor.)

Wären alle diese Rechtecke (nämlich die Seitenflächen und Grundflächen) Quadrate; was wäre dieß dann für eine Säule? — Antwort. Ein Würfel (Kubus).

Hier sind die Netze zu diesen beiden Körpern.



Beschreibet diese beiden Säulen nach den Eigenschaften, die ihr aus deren Bildung durch die Netze findet; z. B.

Wie verhalten sich je zwei einander gegenüberstehende Seitenflächen, — je zwei einander gegenüberstehende Kanten? — Antwort. Je zwei solche Flächen sind gleich und parallel, je zwei solche Kanten ebenfalls.

Wie viele Diagonalen gehen durch eine dieser Säulen? — Wie verhalten sich diese Diagonalen? — Antwort. Es gibt in jeder der

beiden Säulen zwei gleiche Diagonalen durch den ganzen Körper hindurch.

Wie verhalten sich die Flächenwinkel? — Antwort. Es sind alle einander gleich, jeder ist gleich einem Rechten. U. s. f.

Nr. 2. Aufgaben für die Schüler (theils bei Hause zu lösen.)

1. Konstruirt auf festem Papier das Netz zu einem Würfel und biegt dann die einzelnen Quadrate passend zusammen.

2. Fertigt das Netz zu einem geraden dreiseitigen Prisma, bei welchem die Grundflächen rechtwinklige Dreiecke sind.

3. Zwei gleiche derartige Prisma lassen sich zu einem vierseitigen Prisma zusammenfügen, bei welchem die Grundflächen Rechtecke sind. Bildet zwei solche Körper; man wird sie bei der Ausmessung des körperlichen Inhaltes benutzen.

4. Bildet auf ähnliche Weise eine rechtwinklige Säule, die $\frac{1}{2}'$ lang, $\frac{1}{3}'$ breit und $\frac{1}{3}'$ hoch ist. (Die Schüler werden später dieses Gefäß zur Darstellung der Einheit des Hohlmaßes = 1 Immi (Mäßli) oder 1 Maß benutzen.)

5. Bildet einen eben solchen Hohlraum der $\frac{1}{3}'$ lang, $\frac{1}{3}'$ breit und $\frac{1}{6}'$ hoch ist. (Dieses Gefäß wird später zur Darstellung der Menge Wassers, deren Gewicht die Gewichtseinheit „Pfund“ darstellt, benutzt werden. *

6. Wie groß ist die Oberfläche eines Kubikfußes?

7. Wie groß ist die Oberfläche einer geraden Säule, bei der jede Grundfläche ein $3'$ langes und $2'$ breites Rechteck bildet und eine Höhenfante $8'$ beträgt?

8. Wie groß ist die Oberfläche einer vierseitigen geraden Pyramide, bei welcher die Grundfläche ein Quadrat von $4'$ Seite bildet und die Spitze von jeder Seite des Quadrates um $6' 3''$ absteht?

9. Eine rechtwinklig säulenförmige Kiste soll inwendig mit Blech ausgelegt werden. Die Bodenfläche ist (im Innern) $4' 3''$ lang und $3\frac{1}{2}'$ breit, jede der Seitenflächen dazu $3'$ hoch, die Deckfläche soll nicht belegt

* Hier findet sich auch die geeignete Veranlassung für den Lehrer, auf die Verfertigung einfacher Papparbeiten (wie z. B. verschiedenartiger Schachteln etc.) aus Netzen hinzuweisen, was viele Schüler auf eine angenehme und nützliche Beschäftigung in Mußestunden bei Hause führen kann.

werden. Wie viele $\square'$ und $\square''$ Blech sind zur Auslegung nothwendig und wie viel kostet dieselbe, wenn man auf den $\square'$ 82 Rappen zu zahlen hat?

10. Ein einfacher Schrank, dessen Boden- und Deckfläche (wieder im Innern) Rechtecke von 6' Länge und 2' Breite sind, soll inwendig nach allen Seiten mit Tuch ausgeschlagen werden; wie viele $\square'$ sind nothwendig, wenn die Höhe gerade 9' beträgt? — Wie viele Ellen ellenbreites Tuch macht dieß, und wie hoch kommt das nothwendige Tuch zu stehen, wenn die Elle $3\frac{1}{3}$ Franken kostet?

11. Wie groß ist die Oberfläche eines rechtwinklig säulenförmigen Quadersteins, dessen Grundfläche ein Quadrat von $3\frac{1}{2}'$ Seite bildet und bei dem eine Höhenkante 6' mißt?

12. Ein Thurm trägt eine sechsseitige gerade Pyramide, welche mit Kupferblech bedeckt werden soll. Wenn nun jede Seitenfläche ein gleichschenkliches Dreieck von 5' Grundlinie und 50' Höhe bildet, wie viele Quadratfuß Kupferblech decken die sechs Dreiecke dieser Pyramide?

§ 26.

Zeichnung der einfachern geometrischen Körper.

(Nach isometrischer Darstellungsweise.)

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen und Aufgaben.

A. Lehrer: Wir wollen nun einfache Körper nach einem bestimmten Verfahren zu zeichnen suchen und zwar so, daß wir aus der Zeichnung die wirkliche Gestalt und Größe des dargestellten Körpers, so wie aller seiner Theile entnehmen können.

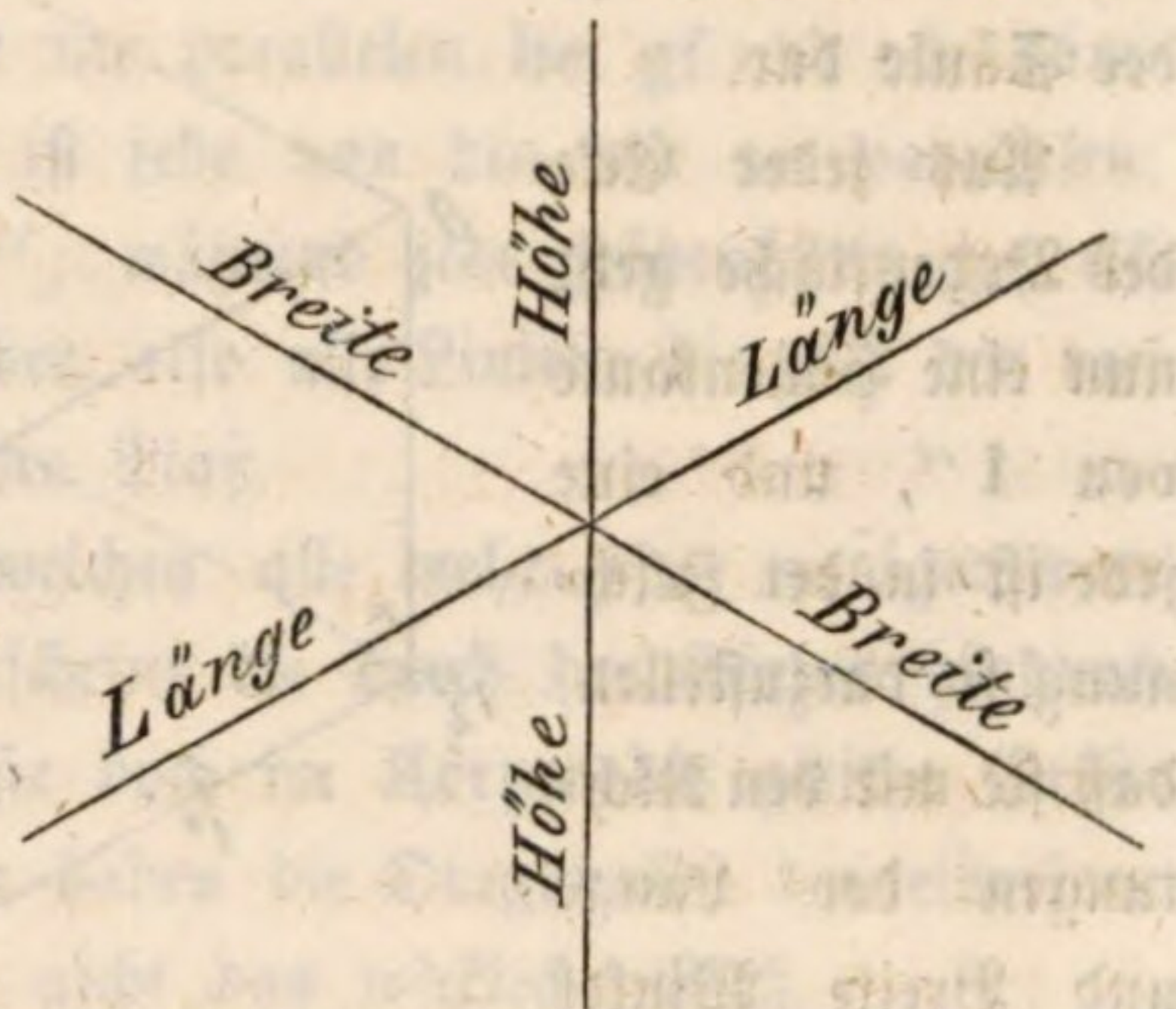
Da ergibt sich nun zunächst eine Schwierigkeit: Wir können auf das Zeichnungsblatt wohl eine Fläche zeichnen; wie soll aber die dritte Ausdehnung des Körpers, die über diese Fläche hinausgeht, auf dem Blatte dargestellt werden?

Um hier zu helfen, wollen wir ganz ähnlich verfahren, wie man bei der Darstellung der drei Ausdehnungen eines Körpers verfährt. Wir wissen, daß die Länge senkrecht auf der Breite und die Höhe senkrecht auf Länge und Breite zugleich steht; es bilden also diese drei Abmessungen an Körpern (oder im Raume) lauter gleiche, nämlich rechte Winkel mit einander.

Wenn wir nun diese drei Abmessungen auf der Zeichnungsfläche verzeichnen wollen und zwar auch so, daß sie mit einander in dieser Fläche

gleiche Winkel bilden, wie würde dann der Winkelraum um den Durchschnittspunkt herum getheilt? — Gut, es müßte einer dieser Winkel $360^{\circ} : 3$ oder 120° , und jeder Nebenwinkel 60° betragen; sie würden sich also folgendermaßen darstellen:

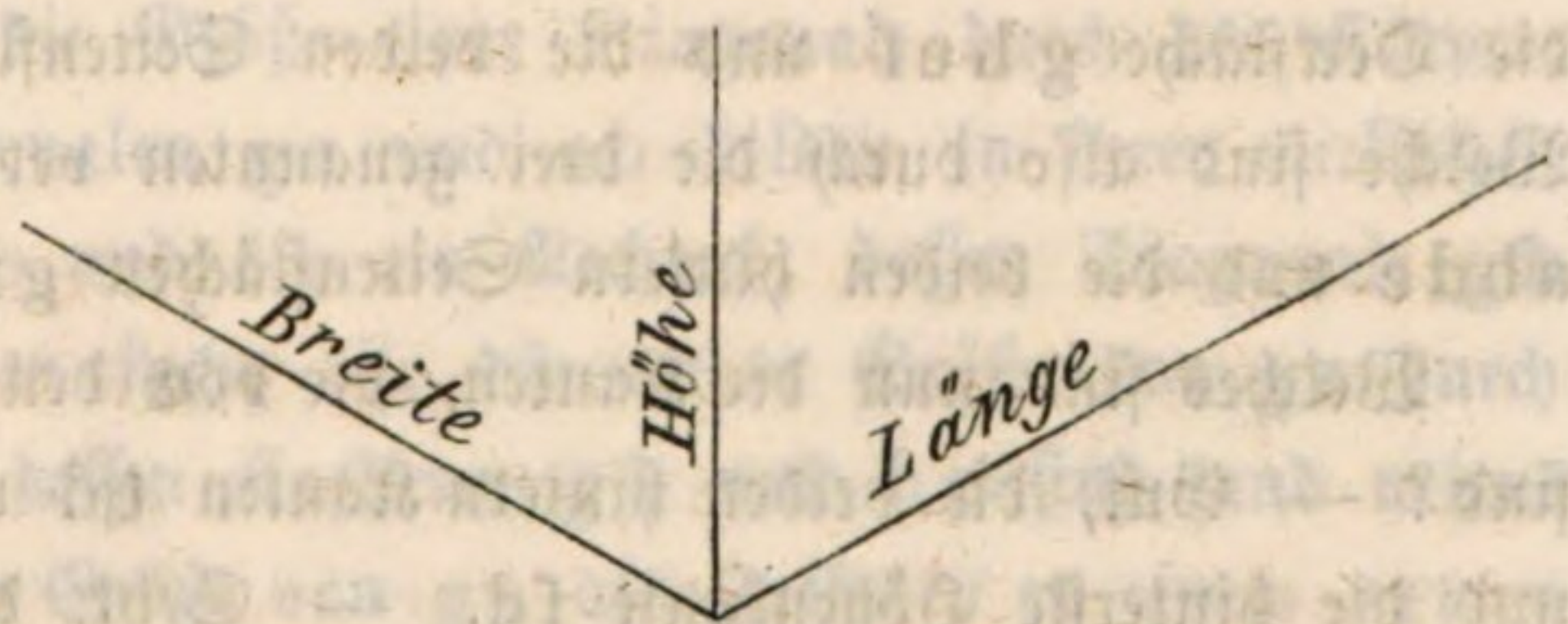
Hier bildet die Länge mit der Breite den Winkel von 120° und 60° , ebenso die Länge und Breite mit der Höhe.



Der Lehrer läßt 3 Stäbchen aus einem Punkte so gehen, daß jedes auf dem andern senkrecht steht und läßt dann die Schüler nochmals vergleichend wiederholen, daß während diese drei Richtungen im Raume lauter rechte Winkel mit einander bilden, sie nach der angenommenen Verzeichnungsweise auf dem Blatte lauter Winkel von 120° oder 60° mit einander bilden.

Er wähle fernere Beispiele zur Vergleichung. Z. B. beim Bauen bezeichnet man vorerst Länge und Breite des Fundamentes und errichtet dann in die Durchschnittspunkte oder Eckpunkte die Stangen (das Lehrge spann), welche die Höhen angeben sollen. Bei der angedeuteten Verzeichnungsweise würde man aber die Breite an die Länge unter dem Winkel von 120° antragen und alsdann diesen Winkel halbirend die Höhe ziehen, so daß also z. B. eine Hausecke sich folgendermaßen darstellen würde:

Man gibt nun auch ferner den Linien, welche Länge, Breite und Höhe andeuten, stets die Anzahl Maßtheile, die sie in Wirklichkeit haben müssen.

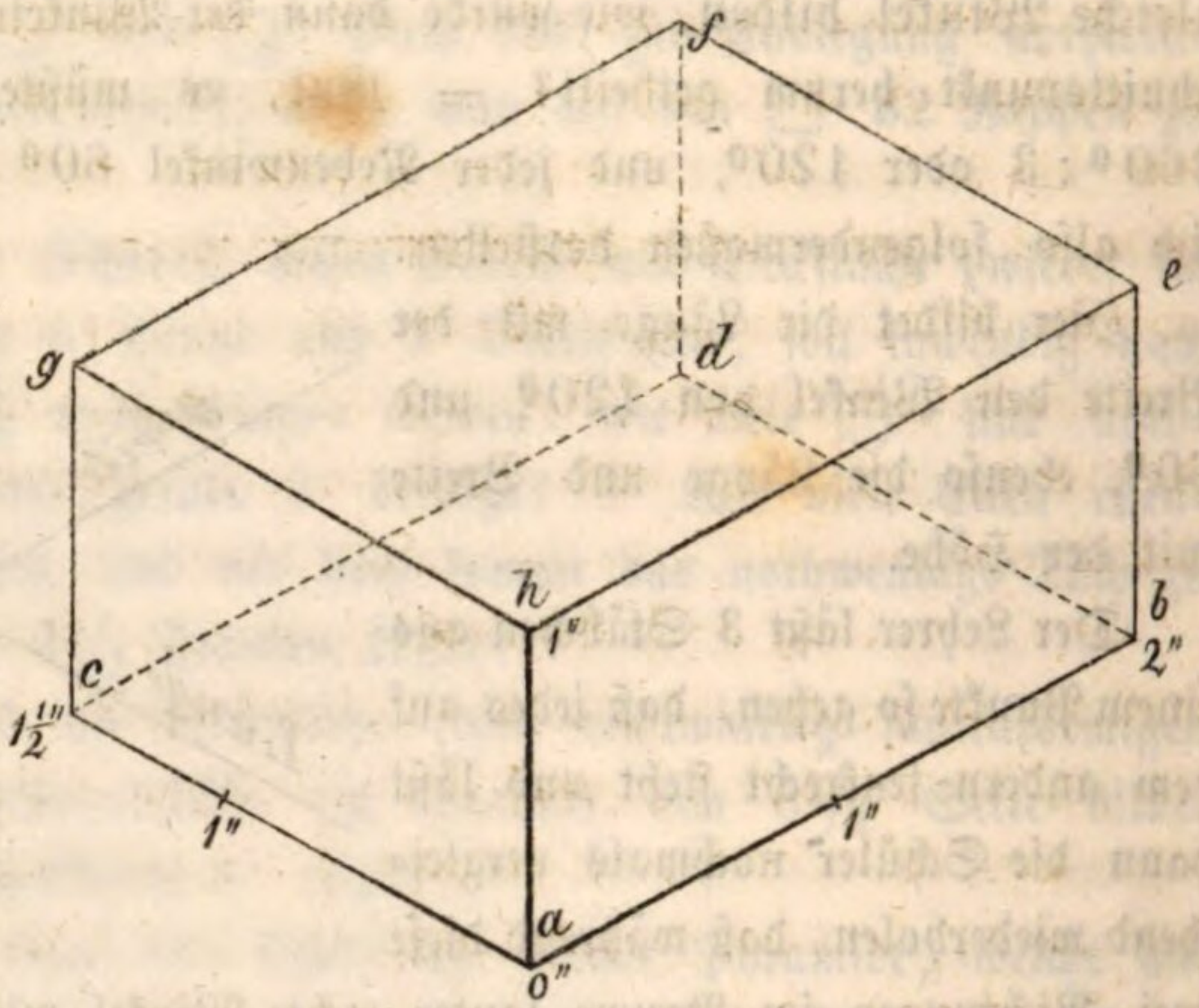


B. Wir wollen nun sofort eine bestimmte Zeichnungsaufgabe lösen. Hier ist eine rechtwinklige Säule von 2'' Länge, $1\frac{1}{2}$ '' Breite und 1'' Höhe. Zeichnen wir zuerst deren Bodenfläche.

Die Linie ab machen wir 2'' lang; sie muß die Länge vorstellen. Daran zeichnen wir unter dem Winkel von 120° eine zweite Linie ac = $1\frac{1}{2}$ '', diese gibt die Breite an. Hierauf muß die Seite cd als zweite Längenrichtung mit ab parallel gezogen werden, ebenso bd als

Breitenrichtung mit ac . Es stellt sonach $abcd$ die Bodenfläche der Säule dar.

Aus jeder Ecke der Bodenfläche geht nun eine Höhenkante von $1''$, und eine jede ist in der Zeichnung so darzustellen, daß sie mit den Richtungen der Länge und Breite Winkel von 120° und 60° bildet.



Wir ziehen also ah so, daß Winkel $cah = 60^\circ$ und Winkel $hab = 60^\circ$ wird und hierauf die übrigen Höhenkanten ge , df und be mit ah parallel und machen jede $= 1''$. Endlich sind die Endpunkte hef und g bloß noch entsprechend mit einander zu verbinden, um durch die obere Deckfläche $ghef$ das Ganze zu schließen.

Wenn wir nun die Zeichnung näher betrachten, so bemerken wir, daß sie uns drei Flächen des Körpers unserm Auge ganz zuwendet, während die übrigen von den erstern ganz verdeckt sind?

Welches sind die drei unserm Auge zugekehrten Flächen? — Gut, die Deckfläche $ghef$ und die beiden Seitenflächen $ghac$ und $heba$. Welche sind also durch die drei genannten verdeckt? — Die Bodenfläche $abcd$ und die beiden hintern Seitenflächen $gfde$ und $fdbe$.

Welches sind nun die Kanten, die von den sichtbaren Flächen verdeckt sind? — Gut, die beiden hintern Kanten cd und db an der Bodenfläche und die hinterste Höhenkante fd . — Seht, darum sollen dieselben auch nicht ganz ausgezogen werden, ich will sie jetzt bloß punktiren. — Wie viele Kanten sind dagegen sichtbar? — Gut, neun. Nennet sie! ac . — Wie viele Eckpunkte sind sichtbar und wie mancher ist verdeckt! — Sieben sichtbare, nämlich a , h , g , c , b , e und f , und ein einziger, nämlich d , ist ganz verdeckt; dieß ist der entfernteste. Welcher scheint unserm Auge am nächsten? — Gut, der Eckpunkt h , darum werden die Kanten gegen ihn laufend etwas stärker ausgezogen.

Nun wollen wir über die Größe der einzelnen Linien noch etwas näher eintreten. Welche haben wir in bestimmter Größe abgetragen? — Gut, die Kanten ab , ah und ac . — Welche werden die nämliche Größe haben wie ab ? — Richtig, die mit ihr parallelen he , gf und cd , nämlich eine jede $= 2''$. — Ebenso ist jede von den mit ac parallelen, nämlich db , ef und gh gleich $1\frac{1}{2}''$, während jede Höhenkante gc , df , eb und ah gleich $1''$ mißt. Es haben also alle Linien, die mit den drei Dimensionen parallel sind, das wahre Maß.

Von den Diagonalen dagegen weichen alle mehr oder weniger vom wirklichen Maße ab. Am kleinsten erscheint die durch den Körper hindurch gehende Diagonale hd , während sie doch im Körper die gleiche Größe hat wie af oder gb oder ce . Ebenso haben die Diagonalen der einzelnen Flächen, die den Körper begrenzen, nicht das wirkliche Maß.

Der Lehrer zeigt nun, wie durch einfache Konstruktion die wahre Größe einer solchen mit den Dimensionen des Körpers nicht parallelen Linie gefunden werden kann. Um z. B. die wahre Größe der Diagonale ch zu finden, zeichnet er ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete $ca = 1\frac{1}{2}''$, und dessen andere $ah = 1''$ mißt; die Hypothenuse dieses Dreiecks gibt dann die wahre Größe der Diagonale ch an. Die Erklärung ist leicht: die wirkliche Seitenfläche $ahgc$ ist ein Rechteck, also macht dessen Diagonale ch mit den zwei anstoßenden Seiten ac und ah ein rechtwinkliges Dreieck.

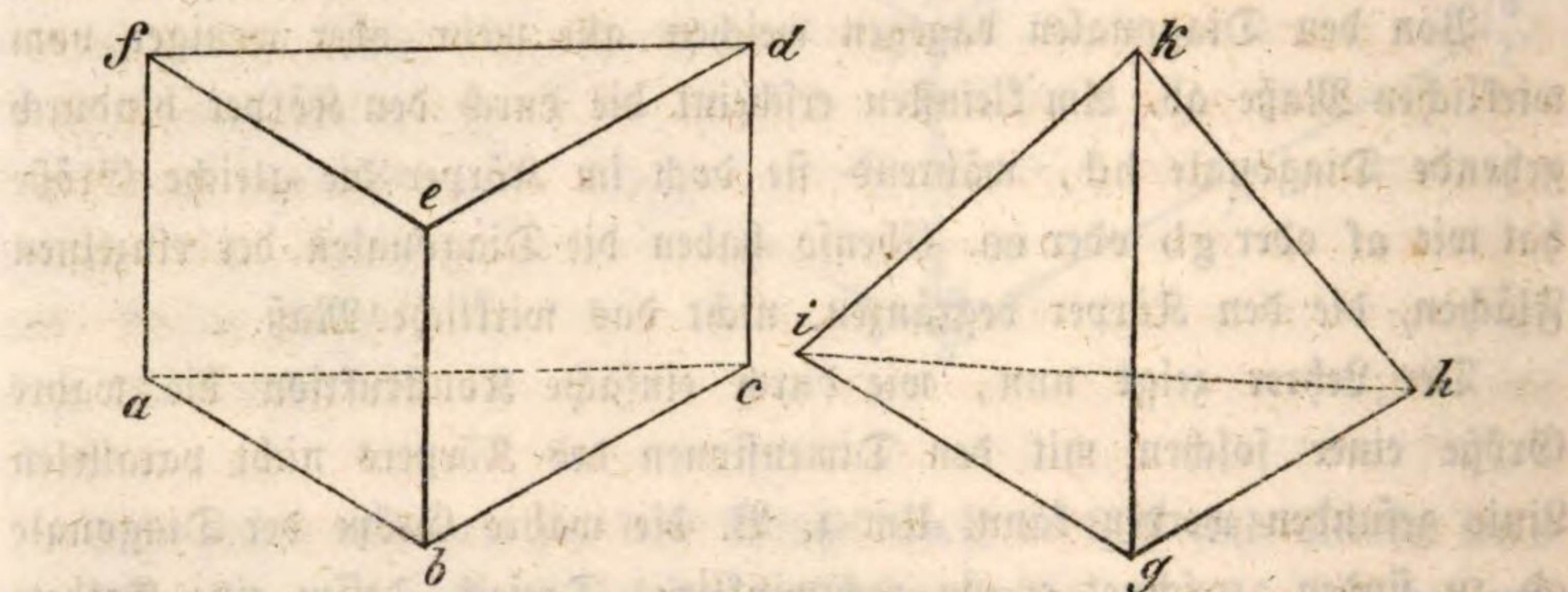
So ähnlich werden die Diagonalen hb , ad , ge u. c. durch rechtwinklige Dreiecke gefunden.

Wie findet man aber die Größe einer Diagonale durch den Körper, z. B. gb ? — Die Diagonalen ge und eb bilden in ihrer wirklichen Größe mit den Kanten gc und eb ein Rechteck, dessen Diagonale gb die verlangte Linie ist. Man suche also die wahre Größe von ge durch ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten gh und he sind und nehme alsdann he und die wahre Größe von ge als Katheten zu einem neuen rechtwinkligen Dreieck, so wird die Hypothenuse dieses letztern die verlangte Größe von gb angeben.

Wir können also aus dieser Zeichnung alles entnehmen, was sich auf die Form- und Größenverhältnisse des dargestellten Körpers bezieht. Wir werden nun nach und nach lernen, nicht nur geometrische Körper, sondern auch verschiedenartige Gegenstände und Vorrichtungen des praktischen Berufslebens durch dieses Zeichnungsverfahren darzustellen.

Aufgaben: Versucht nun selbst einen Würfel, ferner eine rechtwinklige Säule, die einen Steinblock von 4' Länge, 2' Breite und 7' Höhe darstellen soll, dann eine Platte von 10' Länge, 4' Breite und 1' Höhe (oder Dicke), endlich einen Balken von 30' Länge, 1' Breite und 1' Dicke (oder Höhe) nach dieser Weise zu zeichnen. Die Maße werden natürlich nach verkleinertem (verjüngtem) Maßstabe abgetragen.

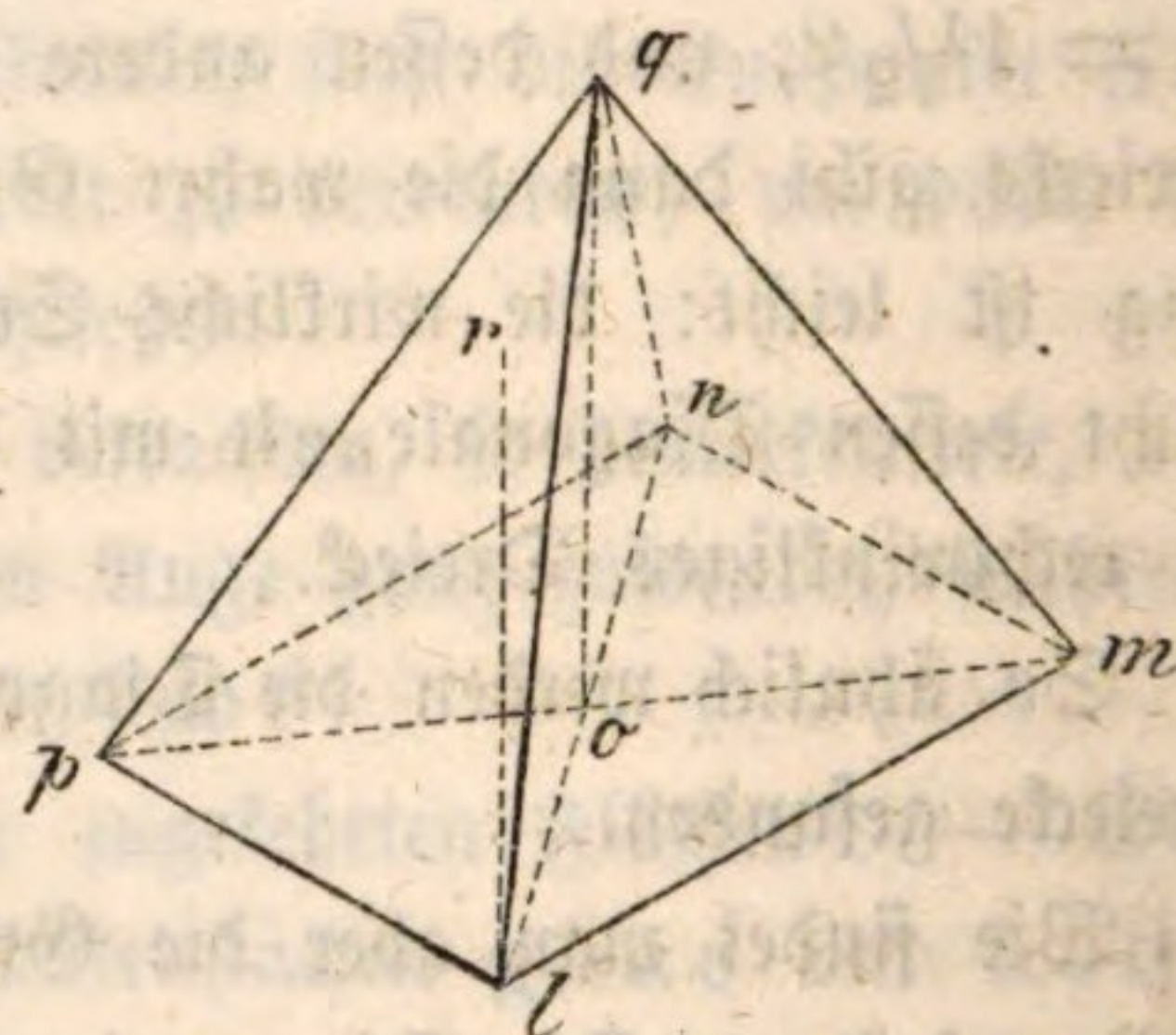
C. Ganz ähnlich führt der Lehrer die Schüler zum Verständniß folgender Zeichnungen:



Die erste stellt eine dreiseitige Säule dar, die der Lehrer den Schülern vorführt, indem er etwa eine rechtwinklige Säule wie die in voriger Nummer B. betrachtete durch zwei einander gegenüberstehende parallele Kanten entzweischneidet. Länge, Breite und Höhe sind durch die Kanten bc , ba und eb bezeichnet. Wie die wahre Länge von ac oder fd zu finden ist, wurde in dem Vorigen gezeigt.

Die zweite stellt eine dreiseitige Pyramide dar, bei welcher Länge, Breite und Höhe durch die Kanten gh , ig und gk bezeichnet sind. Der Lehrer zeigt den Schülern, wie eine solche Pyramide von einer rechtwinkligen Säule abgeschnitten werden kann (z. B. auch von der vorigen, indem der Schnitt durch ace geführt wird). Die wahre Länge der Kanten ih , ik und kh lassen sich wie früher durch rechtwinklige Dreiecke finden; es bildet z. B. ik , da die Höhe kg auf der Breite ig in Wirklichkeit senkrecht sein muß, die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten ig und kg sind. U. s. f.

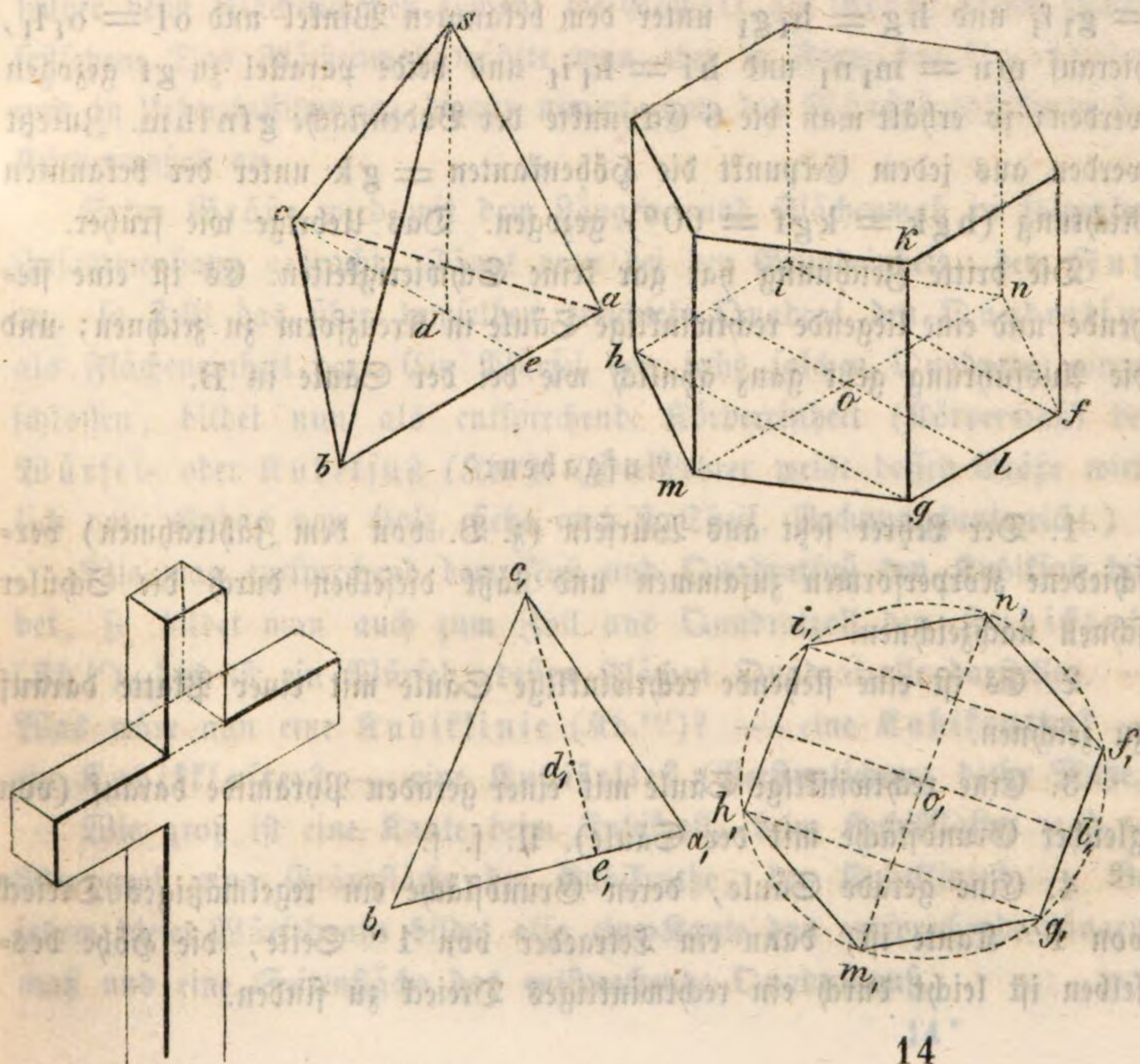
Die dritte Zeichnung zeigt uns eine gerade Pyramide, deren Grund-



fläche ein Rechteck von der Länge lm und der Breite pl und deren Höhe qo ist. Die Ausführung ist leicht; die Länge lm und Breite pl müssen nach unserer ersten Bestimmung mit der Höhenrichtung rl Winkel von 60° bilden; aus dem Durchschnittspunkt der Diagonalen (o) wird die wahre Höhe qo parallel mit rl abgetragen und alsdann der Endpunkt q als Spitze der Pyramide mit den vier Ecken l, m, n, p durch gerade Linien verbunden.

In wirklichem Größenverhältnisse sind also hier einzig die Kanten lm, pl, pn und nm und die Höhe qo gezeichnet; die übrigen Kanten lassen sich leicht durch rechtwinklige Dreiecke finden. Man bestimme z. B. die wahre Größe der Diagonale pm , vereinige die Hälfte derselben mit der Höhe qo zu Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks, dann wird dessen Hypothenuse die wahre Größe von pq angeben. Wie fallen die übrigen Kanten aus? Wie kann man eine der Seitenflächen in wahrer Größe zeichnen? 2c.

D. Zeichnung einiger anderer Körper durch Abtragung der gegebenen Längen-, Breiten- und Höhenstücke.



Es ist zuerst eine Pyramide zu zeichnen, deren Grundfläche das Dreieck $a_1 b_1 c_1$ ist. Die Längenrichtung der Pyramide soll $a_1 b_1$, die Breite $e_1 c_1$ angeben und in den Punkt d_1 soll auch das Höhenperpendikel $d_1 s$ fallen, das in den Scheitel s der Pyramide führt. Die Zeichnung ist nun sehr leicht: Man ziehe eine Gerade $ab = a_1 b_1$ und alsdann aus dem Punkt e im Abstände $ae = a_1 e_1$ die Breitenrichtung $ec = e_1 c_1$ so, daß $\angle cea = 120^\circ$ und $\angle ceb = 60^\circ$ ist. Endlich nehme man den Abstand $de = d_1 e_1$ und ziehe die Höhe ds so, daß sie mit der Längen- und Breitenrichtung ebenfalls die genannten Winkel (z. B. $\angle cds = 60^\circ$) bildet. Zum Schluß wird der Scheitel s noch mit den Eckpunkten a und b und c verbunden, um die Seitenkanten der Pyramide darzustellen. Wie die wahre Länge einer mit den drei Dimensionen nicht parallelen Kante zu finden ist, wurde im Früheren gezeigt.

Durch die zweite Zeichnung soll ein sechsseitiges gerades Prisma dargestellt werden, dessen Grundfläche das regelmäßige Sechseck $m_1 g_1 f_1 n_1 i_1 h_1$ bildet. Es ist nun zunächst sehr leicht, die Längen- und Breitenstücke nach unserer angenommenen Regel gehörig zu verzeichnen: es muß $gf = g_1 f_1$ und $hg = h_1 g_1$ unter dem bekannten Winkel und $ol = o_1 l_1$, hierauf $mn = m_1 n_1$ und $hi = h_1 i_1$ und beide parallel zu gf gezogen werden; so erhält man die 6 Eckpunkte der Bodenfläche $gfnihm$. Zuletzt werden aus jedem Eckpunkt die Höhenkanten $= gk$ unter der bekannten Richtung ($hgk = kgf = 60^\circ$) gezogen. Das Uebrige wie früher.

Die dritte Zeichnung hat gar keine Schwierigkeiten. Es ist eine stehende und eine liegende rechtwinklige Säule in Kreuzform zu zeichnen; und die Ausführung geht ganz ähnlich wie bei der Säule in B.

Aufgaben:

1. Der Lehrer setzt aus Würfeln (z. B. von dem Zählrahmen) verschiedene Körperformen zusammen und läßt dieselben durch die Schüler schnell nachzeichnen.

2. Es ist eine stehende rechtwinklige Säule mit einer Platte darauf zu zeichnen.

3. Eine rechtwinklige Säule mit einer geraden Pyramide darauf (von gleicher Grundfläche mit der Säule). U. s. f.

4. Eine gerade Säule, deren Grundfläche ein regelmäßiges Dreieck von 1'' Kante ist; dann ein Tetraeder von 1'' Seite, die Höhe desselben ist leicht durch ein rechtwinkliges Dreieck zu finden.

Einleitung zur Ausmessung geometrischer Körper. (Die Körpermaße und Gewichte.)

Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen und Aufgaben.

A. Bildung des Kubikmaßes.

Lehrer: Einen geometrischen Körper ausmessen heißt untersuchen, wie oft in ihm ein anderer von bestimmter Größe enthalten sei. Ich lege euch hier z. B. eine gerade rechtwinklige Säule vor, die ich aus sechs gleichen Würfeln zusammengesetzt habe. Wie oft ist also einer dieser Würfel in der Säule enthalten? — Gerade 6 mal, oder die Säule ist gleich 6 solchen Würfeln. — Hier habe ich eine rechtwinklige Säule aus zwei gleichen dreiseitigen Säulen zusammengesetzt, eine der letztern ist also in der ganzen zweimal enthalten.

Das erste Mal haben wir durch einen Würfel gemessen, das zweite Mal durch eine dreiseitige Säule. Wenn man nun ein bestimmtes Maß zum Ausmessen aller Körper annehmen will, so muß man wieder wie früher beim Flächenmessen sowohl die Gestalt als Größe dieses Maßes festsetzen. Das Flächenmaß wählte man aber in Form des Quadrates und in Uebereinstimmung hiemit nimmt man den Würfel als Form des Körpermaßes an.

Seine Größe wird mit dem Längen- und Flächenmaß in folgenden Zusammenhang gebracht: Fängt man bei der Grundeinheit, dem Fuß, an, so stellt das über demselben errichtete Quadrat den Quadratfuß als Flächeneinheit dar. Ein Würfel von sechs solchen Quadraten eingeschlossen, bildet nun als entsprechende Körpereinheit (Körpermaß) den Würfel- oder Kubikfuß (Kb.). (Der Lehrer weist dessen Größe wirklich vor; Kubus von Holz, siehe auch I. Theil, Rechnungsunterricht.)

Wie man entsprechend dem Fuß und Quadratfuß den Kubikfuß bildet, so bildet man auch zum Zoll und Quadrat Zoll den Kubikzoll (Kb."), das ist ein Würfel, dessen Flächen Quadrat zolle darstellen. — Was wäre nun eine Kubiklinie (Kb.'')? — eine Kubikruthe? — ein Kubiklaster? — eine Kubikelle? (Versinnlichung dieser Maße.)

Wie groß ist eine Kante beim Kubikzoll, beim Kubiklaster &c.? — Wie groß eine Gränzfläche der Kubikruthe, der Kubiklinie? — Bei jedem dieser Würfelmaße bildet also eine Kante das entsprechende Längenmaß und eine Seitenfläche das entsprechende Quadratmaß.

B. Verhältniß der Kubikmaße zu einander.

Da die Bodenfläche eines Kubikfußes einen Quadratsfuß bildet, dieser aber aus 100 □'' besteht, so erhält man, wenn über jeden dieser □'' ein Kubikzoll gestellt wird, eine zollhohe Platte von 100 Kb.''. Zehn solche Platten über einandergelegt bilden aber den Kubikfuß; daher ist $1 \text{ Kb.'} = 100 \cdot 10 \text{ Kb.'} = 1000 \text{ Kb.'}$.

Ähnlich läßt sich aus 10 Plättchen, von denen jedes 100 Kb.''' enthält, ein Kb.''' zusammensetzen; daher ist $1 \text{ Kb.'} = 100 \cdot 10 \text{ Kb.'} = 1000 \text{ Kb.'}$.

Ein □ Klafter enthält 36 □', eine fußhohe Platte darüber 36 Kb.'; also sind 6 solche Platten, oder ein Kubikklaster = $36 \cdot 6 \text{ Kb.'} = 216 \text{ Kb.'}$.

Ebenso findet man: 1 Kubikelle = 4 Kb.'; 1 Kubikruthe = 1000 Kb.' (Eine Schachtruthe dagegen ist 10' lang und 10' breit und 1' tief.)

Aus diesen Beispielen ergibt sich die Regel:

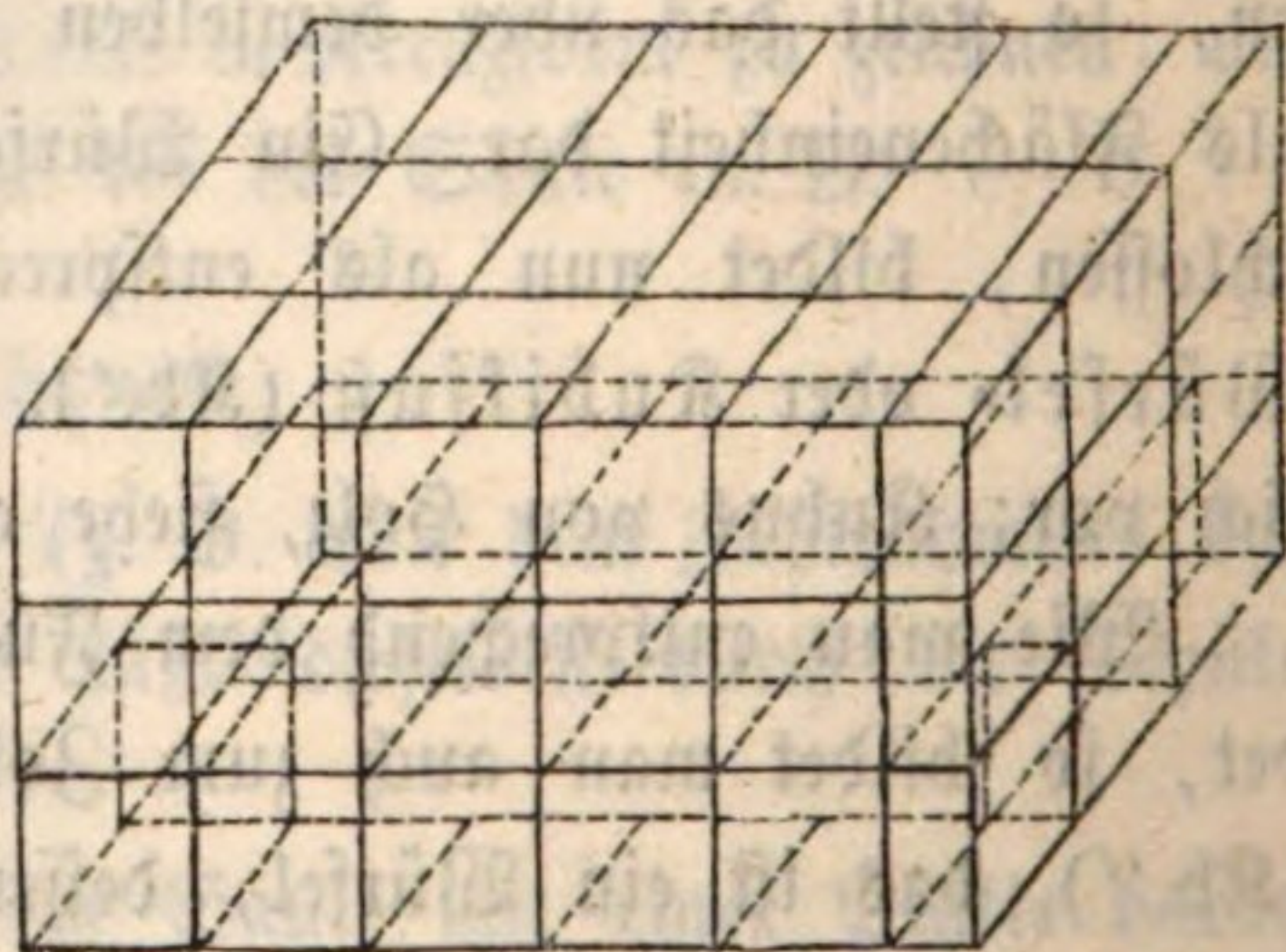
Wenn ein Längenmaß irgend eine Anzahl gleicher Theile enthält, so hat das entsprechende Kubikmaß diese Zahl mal diese Zahl, mal diese Zahl Kubiktheile.

Für einzelne praktische Rechnungen hat sich der Schüler noch folgende Maße zu merken: 1. Das Holzklafter = $\frac{1}{2}$ Kubikklaster; 2. Der Kohlenkorb = 12 Kb.'; 3. Der Torfkorb = 6 Kb.' (Aufgaben hierüber später.)

C. Ausmessung rechtwinkliger Säulen.

Es ist leicht einzusehen, daß diejenigen Körper am leichtesten auszumessen sind, deren Gestalt wie diejenige des Kubikmaßes rechtwinklig säulenförmig ist.

Mißt man zunächst die rechtwinklige Bodenfläche aus und findet z. B. die Länge = $5\frac{1}{2}$ '', die Breite = 3'',



so hält die ganze Bodenfläche wie bekannt $5\frac{1}{2} \cdot 3 \text{ □''}$, und wenn über jeden ganzen □'' 1 Kb.' und über jeden halben □'' auch $\frac{1}{2}$ Kb.' gestellt wird, so hat man eine zollhohe Schichte von $5\frac{1}{2} \cdot 3 \text{ Kb.'} = 16\frac{1}{2} \text{ Kb.'}$. Da nun die Säule 3'' hoch ist, so haben gerade drei solche Schichten in derselben Platz, und daher faßt sie $16\frac{1}{2} \cdot 3 \text{ Kb.'} = 49\frac{1}{2} \text{ Kb.'}$.

Also läßt sich auch der Inhalt einer rechtwinkligen Säule stets in Form eines (zusammengesetzten) Dreisatzes berechnen, wie etwa:

Eine Säule von 1" Länge, 1" Breite und 1" Höhe hält 1 Kb."

$$= \quad = \quad = \quad 5\frac{1}{2}" \quad = \quad 3" \quad = \quad = \quad 3" \quad = \quad = \quad ? \quad =$$

Die Ausrechnung dieses Dreisatzes führt im Ganzen wieder auf eine gleiche Rechnungsweise wie die obige, nämlich:

Bei 1" Breite, 1" Höhe, aber $5\frac{1}{2}"$ Länge hält eine Säule $5\frac{1}{2}$ Kb."

$$= 3" = 1" = \text{und } 5\frac{1}{2}" = = = = 5\frac{1}{2} \cdot 3 =$$

$$= 3" = 3" = = 5\frac{1}{2}" = = = = 16\frac{1}{2} \cdot 3 =$$

$$= 49\frac{1}{2} \text{ Kb.}''$$

Hieraus ergibt sich dann auch die nach gehöriger Uebung später anzuwendende Regel:

Der Kubikinhalt einer rechtwinkligen Säule ist gleich der Messungszahl der Länge mal der der Breite, mal der der Höhe bezogen auf den Würfel, durch dessen Kante als Längenmaß man die drei Ausdehnungen gemessen hat. Kurz: Kubikinhalt = dem Produkt der drei Abmessungen.

Noch zwei Berechnungsbeispiele:

1. Wie groß ist eine 5' lange, 4' 2" breite und $8\frac{1}{2}'$ hohe Säule?

Lösung: Eine fußhohe Platte über der Grundfläche hält $4\frac{1}{5} \cdot 5$ Kb.' = 21 Kb.'. Die Säule faßt aber $8\frac{1}{2}$ solche Platten und diese fassen $21 \cdot 8$ Kb.' + $21\frac{1}{2}$ Kb.' = $178\frac{1}{2}$ Kb.'.

2. Wie hoch muß man eine rechtwinklige Säule von $3\frac{1}{4}'$ Länge und 5' Breite machen, damit sie 80 Kb.' hält? Lösung in Dreisatzform: Eine Säule von 1' Länge, 1' Breite und 1 Kb.' Inhalt muß 1' hoch sein.

$$= \quad = \quad = \quad 3\frac{1}{4}' \quad = \quad 5' \quad = \quad = \quad 80 \quad = \quad = \quad ? \quad = \quad =$$

Wenn die Säule nur $\frac{1}{4}'$ Länge, aber 1' Breite und 1 Kb.' Inhalt haben sollte, so müsse sie 4' hoch sein, bei $13\frac{1}{4}'$ Länge aber 13 mal weniger hoch, also $\frac{4}{13}'$ hoch. Bei derselben Länge und Breite aber bei 80 Kb.' Inhalt müßte die Säule 80 mal höher, also $\frac{4 \cdot 80}{13}$, dagegen bei 5' Breite 5 mal weniger hoch, d. i. $\frac{4 \cdot 80}{13 \cdot 5}$ hoch sein. Die fragliche Höhe beträgt daher $\frac{4 \cdot 80}{13 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 16}{13} = 4\frac{12}{13}'$.

D. Die übrigen Körpermaße, Hohlmaße. — (Gewichte, Münzen.)

Nimmt man von 1 Kb.' den 18ten Theil (indem man z. B. im Kistchen des Kubikfußes vom Boden um $\frac{1}{18}'$ in die Höhe steigt, oder indem man etwa ein Kistchen von $\frac{1}{3}'$ Länge, $\frac{1}{3}'$ Breite und $\frac{1}{2}'$

Höhe bildet, oder noch in anderer Form), so stellt der Raum von diesem 18tel Kb.' 1 Immi oder 1 Maß dar. Dieß ist die gesetzlich bestimmte Einheit unserer Hohlmaße. Man hat ferner:

1 Viertel (Sester) = 10 Immi oder $\frac{10}{18}$ Kb.',

1 Malter = 10 Viertel = $\frac{100}{18}$ Kb.',

1 Saum = 100 Maß = $\frac{100}{18}$ Kb.' (1 Schoppen = $\frac{1}{4}$ Maß).

Wie unsere Maße überhaupt von dem französischen oder metrischen Systeme abgeleitet sind, so stehen auch unsere Hohlmaße mit den französischen im Zusammenhange. Wir wissen, daß $1' = \frac{3}{10}$ Meter*, also $\frac{1}{3}' = \frac{1}{10}$ Meter ist. Nun macht im französischen Maße ein Würfel von $\frac{1}{10}$ Meter, d. i. $\frac{1}{3}'$ Kante ein Hohlmaß, das man Liter nennt; also ist 1 Liter = $\frac{1}{1000}$ Kubikmeter oder = $\frac{1}{27}$ Kb.'. Da nun 1 Maß oder 1 Immi = $\frac{1}{18}$ Kb.' ausmacht, so sind 2 Maß = $\frac{2}{18}$ Kb.' oder $\frac{1}{9}$ Kb.', da aber auch 3 Liter = $\frac{3}{27}$ Kb.' = $\frac{1}{9}$ Kb.' sind, so hat man also 2 Maß = 3 Liter.

Nun aber nennt man auch das Gewicht von 1 Liter (oder Würfel von $\frac{1}{3}'$ Kante) reinem Wasser** ein Kilogramm, oder 1000 Gramm, oder 2 Pfund; also ist 1 Pfund die Hälfte des Gewichts von $\frac{1}{27}$ Kb.' oder $\frac{1}{1000}$ Kubikmeter reinem Wasser; daher wiegt 1 Kb.' reines Wasser 27.2 Pfund oder 54 Pfund. 1 Gramm ist demnach das Gewicht von 1 Würfel reinem Wasser, der eine Kante von $\frac{1}{100}$ Meter, d. i. $\frac{1}{30}'$ oder $\frac{1}{3}''$ Länge hat. Das Pfund ist die Einheit unserer Gewichte und wir haben bekanntlich 1 Zentner = 100 Pfund = 500 Gramm = 32 Loth (für den Verkehr).

Endlich ist als Einheit des Geldes der Franken aufzuführen; derselbe wiegt 5 Gramm und enthält $\frac{9}{10}$ feines Silber und $\frac{1}{10}$ Zusatz.

Zusammenhang unserer Maße, Gewichte und Münzen.

$1' = \frac{3}{10}$ Meter; $1 \square'$; 1 Kb.'

$\frac{1}{18}$ Kb.' = 1 Immi = 1 Maß = $\frac{3}{2}$ Liter

Gewicht von $\frac{1}{54}$ Kb.' reinem Wasser = 1 Pfund = 500 Gramme;

der Franken = $\frac{1}{100}$ Pfund oder 5 Gramme Silber, wovon $\frac{9}{10}$ fein und $\frac{1}{10}$ Zusatz.

Diese Maße und Gewichte werden in Wirklichkeit vorgeführt und

* Ein Meter ist der zehnmillionte Theil des Bogenabstandes eines Erdpols vom Erdäquator.

** Bei $3,5^{\circ}$ C.

nach ihrem Zusammenhange verglichen und geprüft. Insbesondere wird das Immi oder die Maß als Hohlraum von $\frac{1}{2}'$ Länge, $\frac{1}{3}'$ Breite und $\frac{1}{3}'$ Höhe darstellt; ebenso das Gefäßchen von $\frac{1}{3}'$ Länge, $\frac{1}{3}'$ Breite, und $\frac{1}{6}'$ Höhe, welches eben nach dem Gesagten genau 1 Pfund reines Wasser faßt.

Aufgaben:

1. Eine Mauer ist $30\ 5'$ lang, $26'$ hoch und $2'$ dick, wie viel Kubikinhalt hat sie?
2. Ein behauener Stein, der genau eine rechtwinklige Säule darstellt, ist $4'$ lang, $3'$ breit und $8\frac{1}{2}'$ hoch, welches ist sein Kubikinhalt?
3. Wie viele Kb.' Steine bedarf es, das Bindemittel nicht gerechnet, zu einer Mauer, die $26'$ lang, $34'$ hoch und $2\ 2\frac{1}{2}''$ dick sein soll?
4. Wie viele Kubikfuß Wasser enthält ein rechtwinkliger, säulenförmiger Trog, der im Innern $8\frac{1}{5}'$ lang, $4'$ breit und $6\frac{1}{2}'$ hoch ist?
5. Aus einem rechteckigen Stück Land, das $360\ 7'$ lang und $200\ 3\frac{1}{2}'$ breit ist, wird durchweg $6'$ tief die Erde weggeschafft. Wenn man hiebei für jedes Kubikflaster 3 Gr. 50 Rp. zu bezahlen hat, wie hoch belaufen sich dann die Kosten im Ganzen?
6. Wie viele Klafter enthält eine Schichte Holz (Kaufscheiter), die $34\frac{1}{2}'$ lang, $3'$ breit und $7\ 4''$ hoch ist?
7. Wie viele Fuhren Sand kann man aus einer $25'$ langen, $16'$ breiten und $7\frac{1}{4}'$ tiefen Grube fahren, wenn der rechtwinklige Wagenkasten, in welchem der Sand weggeführt wird, $8'$ lang, $2'$ breit und $1\frac{1}{2}'$ hoch ist?
8. Wie groß ist ein Würfel, dessen Kante $2\ 7''$ mißt?
9. Wie viele Klafter Holz haben in einem Holzschoppen Platz, dessen innerer Raum $20'$ lang, $18'$ breit und $8\frac{1}{2}'$ hoch ist?
10. Wie viele Immi, dann wie viele Saum halten 521 Kb.'? — 9701 Kb.' = ? Malter, = ? Saum; $307\frac{1}{2}$ Kb.' = ? Viertel; Gew. v. $309\frac{1}{7}$ Kb.' Wasser = ? $\mathcal{H}$; Gew. von $15\frac{1}{2}$ Saum Wasser = ? Zentner.
11. Wie viele Viertel Getreide faßt ein liegender, rechteckiger Kasten von $7'$ Länge, $4\frac{1}{2}'$ Breite und $5'$ Höhe? Antw. $283\frac{1}{2}$ Vrtl.
12. Ein Stock Heu ist $20\frac{1}{2}'$ lang, $12'$ breit und $10'$ tief. Wie viele Zentner enthält er, wenn durchschnittlich das Kubikflaster 600 $\mathcal{H}$ wiegt? Antw. $(20\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 10)$ Zentner : $6 \cdot 6 = 68\frac{1}{3}$ Zentner.

13. Wie viele Klafter geben 14 viereckige, durchweg ungefähr gleich starke Blöcke Holz, wenn ihre Länge 12' die Breite 1' und die Dicke $1\frac{1}{2}'$ beträgt?

14. Wie viele Malter Getreide faßt ein liegender Kasten von 12' Länge, $3\frac{1}{2}'$ Breite und 4' Höhe?

15. Ein rechteckiges Stück Torf land, das eine Länge von 645' und eine Breite von 89' hat, ist durchweg ungefähr 7' tief, wie viele Kubikfalter Torf hält es?

16. Wie viele Körbe Torf, den Abgang nicht gerechnet, ließen sich also hieraus ziehen und welches wäre der Ertrag im Ganzen, wenn jedes Duzend Körbe mit 8 Franken bezahlt würde?

17. Wie hoch wird ein Trog von 10' Länge und 7' Breite durch 50 Saum Wasser angefüllt?

18. In einem Keller liegt in einem vierseitig eingeschlossenen Raume, der 14' lang, $4\frac{1}{2}'$ breit und 5' hoch ist, ein Quantum Kartoffeln. Wie viele bloß bestrichene Viertel sind es?

II. Achtes Schuljahr.

Vom zurückgelegten 13. bis 14. Altersjahre.

§ 28.

Aufgabe.

Bildung der gewöhnlichen von krummen Flächen begränzten Körper, namentlich des (geraden) Zylinders und Kegels und der Kugel. — Ihre Oberflächen. — Ausmessungen, gestützt auf die hier anzubringende Messung der Kreislinie und Kreisfläche. Geometrische (isometrische) Zeichnung dieser Körper und Bestimmung des körperlichen Inhalts verschiedenartiger Körper Räume, hauptsächlich mit Rücksicht auf praktische Nützlichkeit.

§ 29.

Bildung geometrischer Körper mit krummen Gränzflächen.

Wir werden nun die gewöhnlichen von krummen Flächen begränzten Körper näher betrachten.

(Indem der Lehrer den Schülern Modelle von Zylinder, Kegel und Kugel vorweist): Diese drei runden Körper kann man sich in der Vorstellung auf ähnliche Weise durch Umdrehung bilden wie früher den Kreis.

a. Denkt man sich z. B. ein Rechteck um eine seiner Seiten (als Drehungsline, Axe) herumgedreht, wie man die Thüre um ihre Angeln

dreht, so beschreibt das Rechteck bei einer ganzen Umdrehung einen Körperraum, den man (geraden) Zylinder oder Walze nennt. Die mit der Axe parallele Seite beschreibt die krumme Oberfläche, die beiden andern, auf der Axe senkrechten Seiten beschreiben als Radien die beiden Kreisgrundflächen des Zylinders.

Beispiele: In eine weiche Masse wird ein rechteckiges Metallplättchen, das z. B. in einer Ecke eine Spitze als Drehungspunkt hat, wie ein Bohrer senkrecht eingedreht. Die untere eindringende Seite schneidet nach und nach den Zylinderraum aus. Bohren von zylindrischen Röhren. Nähere Betrachtung des Zylinders an Modellen: Welche Eigenschaft findet ihr nach der genannten Entstehungsweise der krummen Zylinderfläche in jedem ihrer Punkte? — Wenn man einen Zylinder durch eine Ebene senkrecht zur Axe entzweischneidet, wie muß die Schnittfläche ausfallen? — Wenn man aber einen ebenen Schnitt längs durch die Axe führt?

b. Denkt man sich ein rechtwinkliges Dreieck um eine seiner Katheten, oder auch ein beliebiges gleichschenkliges Dreieck um seine auf die Grundlinie gezogene Halbierungslinie herumgedreht, so beschreibt das Dreieck einen Körperraum, den man Kegel (Konus) nennt. Die Seitenlinie aus der Spitze beschreibt die krumme Kegelfläche, die Grundlinie aber die kreisförmige Grundfläche des Kegels. Beispiel: In ein geeignetes Material wird ein Metallplättchen von genannter Dreiecksform eingebohrt, der ausgehöhlte Raum ist der Kegelraum. Wenn man den Kegel durch eine Ebene senkrecht zur Axe entzweischneidet, was bildet die Schnittfläche? Und wenn man den Schnitt der Länge nach durch die Axe führt?

c. Denkt man sich endlich einen Halbkreis (oder auch einen ganzen Kreis) um den Durchmesser umgedreht, so beschreibt die gedrehte Fläche einen körperlichen Raum, den man Kugel nennt. Die krumme Fläche, welche von der Kreislinie durchlaufen wird, heißt Kugelfläche, der Durchmesser, um den man den Kreis gedreht hat, heißt Axe der Kugel. Die Endpunkte der Axe nennt man Pole. Derjenige Radius des gedrehten Kreises, der senkrecht auf der Axe ist, beschreibt einen Kreis, den man Aequator der Kugel nennt. Irgend ein anderer Perpendikel vom Kreisumfang bis auf die Axe beschreibt einen Parallelkreis. Der Streifen der Kugelfläche zwischen zwei Parallelkreisen heißt Zone. Der gedrehte Kreis in einer beliebigen Lage bildet einen Meridian der Kugel. Anwendung auf die Geographie. Der Lehrer veranschaulicht diese Entstehungsweise der Kugel durch passende Reife.

Nähere Betrachtung der Kugel an einem Modell und Ziehung der wichtigern Kreislinien auf der Kugelfläche durch den Lehrer. — Fragen: Welche Eigenschaft haben sämtliche Punkte der Kugeloberfläche gemäß der Entstehung der Kugel? — Wenn man also die Kugel durch den Mittelpunkt (nach einem ebenen Schnitte) entzweischneidet, was ist dann die Schnittlinie? — Wie verhalten sich alle Kreislinien auf der Kugelfläche, wenn die Ebenen derselben durch den Mittelpunkt der Kugel gehen? — Wie theilt der Aequator, — wie ein Meridian, die Kugel? — Wie groß ist der Meridianbogen von einem Pol bis zum Aequator? Antwort: $\frac{1}{4}$ der ganzen Kreislinie. Bei der Erde macht diese Bogenlänge 10 Millionen Meter. Ein Grad = 15 Meilen = $15 \cdot 7420,44$ Meter.

§ 30.

Nachholung der Messung des Kreises und Anwendung auf die drei runden Körper.

I. Ueber den Kreis.

Wir haben früher gesehen, daß, wenn man ein gleichseitiges Dreieck um einen Punkt herum sechsmal Seite an Seite konstruirt, der Winkelraum um den Punkt herum dadurch genau erfüllt wird; d. h. 6 mal der Winkel des gleichseitigen Dreiecks oder $6 \cdot 60^\circ$ macht gerade 360° und die 6 Dreiecke bilden zusammen ein regelmäßiges Sechseck. Wird hierauf aus dem Punkt in der Mitte mit einem Radius, der gleich einer der Seiten des gleichseitigen Dreiecks ist, eine Kreislinie gezogen, so geht dieselbe durch sämtliche Eckpunkte des regelmäßigen Sechsecks, woraus man sieht, daß der Radius gerade 6 mal als fortlaufende Sehne in die Kreislinie geht. Die Kreislinie ist also etwas mehr als 6 mal so groß als die Sehne oder der Radius, denn jeder Bogen ist noch etwas größer als die Sehne. Diesen Ueberschuß haben die Geometer berechnet; er beträgt ungefähr $\frac{28}{100}$ vom Halbmesser. Daraus folgt also: Die Kreislinie ist gleich $6\frac{28}{100}$ mal dem Halbmesser oder gleich dem Durchmesser mal $3,14$ oder ungefähr mal $3\frac{1}{7}$.

Nun können wir auch die Kreisfläche ausmessen:

Theilt man nämlich die Kreislinie in lauter sehr kleine Theile und zieht vom Mittelpunkt aus nach allen Theilungspunkten Halbmesser, so zerfällt der Kreis in viele sehr schmale Ausschnitte, die man als gleichschenklige Dreiecke betrachten kann. Die Höhe eines jeden ist daher so groß wie der Halbmesser. (Der Lehrer zeigt dieß durch Zeichnung an der

Wandtafel.) Da nun, um den Flächeninhalt dieser Dreiecke zu bekommen, jede der kleinen Grundlinien mit der nämlichen halben Höhe, d. i. dem halben Radius multipliziert werden muß, so kann man gleich die Summe dieser Grundlinien, d. i. die ganze Kreislinie, mit dem halben Radius multiplizieren. Daher der Satz:

Der Inhalt des Kreises ist gleich der Kreislinie mal der Hälfte des Halbmessers.

Nimmt man hierin statt der Kreislinie das ihr gleiche Ergebnis aus dem Halbmesser mal 6,28, so kommt die gleichgeltende Regel:

Die Kreisfläche ist gleich dem Halbmesser mal 6,28 mal dem halben Halbmesser; oder gleich dem Halbmesser mal dem Halbmesser mal 3,14 oder $3\frac{1}{7}$.

Beispiele:

1. Wenn der Halbmesser eines Kreises 9' mißt, wie groß ist dann die Kreislinie? Antwort: $(6,28 \cdot 9)' = 56,52'$ oder nach dem gemeinen Bruch $= 2 \cdot 9 \cdot 3\frac{1}{7}' = 56\frac{4}{7}'$. Welches der beiden Resultate ist etwas größer als das andere und warum?

2. Wenn der Umfang eines Kreises $= 205'$ ist, wie groß wird dessen Durchmesser sein? Antwort: $205' : 3,14 = 65,3'$.
16,6

3. Welches ist der Inhalt eines Kreises, dessen Halbmesser 1' 4'' mißt? Antwort: $(14 \cdot 14 \cdot 3,14) \square'' = 196 \cdot 3,14 \square' = 615, \square''$ (mit Weglassung des ungenauen Dezimalbruchs), oder mit Benutzung der Zahl $3\frac{1}{7}$ oder $\frac{22}{7}$; Kreis $= \frac{14 \cdot 14 \cdot 22}{7} \square'' = 616 \square''$.

Für genauere Rechnungen nehme man 3,14159 statt 3,14.

4. Wie groß ist der Umfang eines Mühlsteines, dessen Halbmesser 2' lang ist?

5. Wie groß ist ein Wasserrad, dessen Halbmesser $10\frac{1}{2}'$ beträgt, im Umfange; und wie viele Schaufeln bedarf es, wenn alle 2' auf dem Umfange eine solche angebracht werden soll?

6. Wenn ein Rad von 6' Durchmesser sich auf einer Straße 450 mal umgedreht hat, welcher Weg ist dann von ihm zurückgelegt worden?

7. Wie viel mißt ein runder Baumstamm von 4' Umkreis im Durchmesser?

8. Wie groß ist der Durchmesser eines runden, eisernen Ramins, das $6\frac{1}{2}'$ im Umfange hat?

9. Wie groß hat der Schreiner den Halbmesser eines runden Tisches

für 10 Personen anzunehmen, wenn für jede 2' 4'' am Umfange gerechnet werden soll?

10. Man hat einen runden Tisch von 5' Durchmesser, der für 7 Personen paßt; wie groß müßte der Durchmesser eines andern für 11 Personen berechneten Tisches sein?

11. Wie groß hat der Küfer den Radius eines Faßbodens anzunehmen, wenn der Umfang gerade 11,1 Fuß beträgt? — Der Radius kann auch als 6 mal in den Umfang passende Sehne gefunden werden.

12. Eine runde Fläche von 8' Durchmesser soll mit $\frac{3}{4}$ Ellen breitem Tuche belegt werden, wie viele Ellen bedarf es?

13. Um wie viel ist ein runder Deckel von 3' 4'' Durchmesser größer, als ein solcher von 13'' Durchmesser?

14. Wie viel Platz nimmt ein runder Ofen von 12' Umkreis am Boden ein?

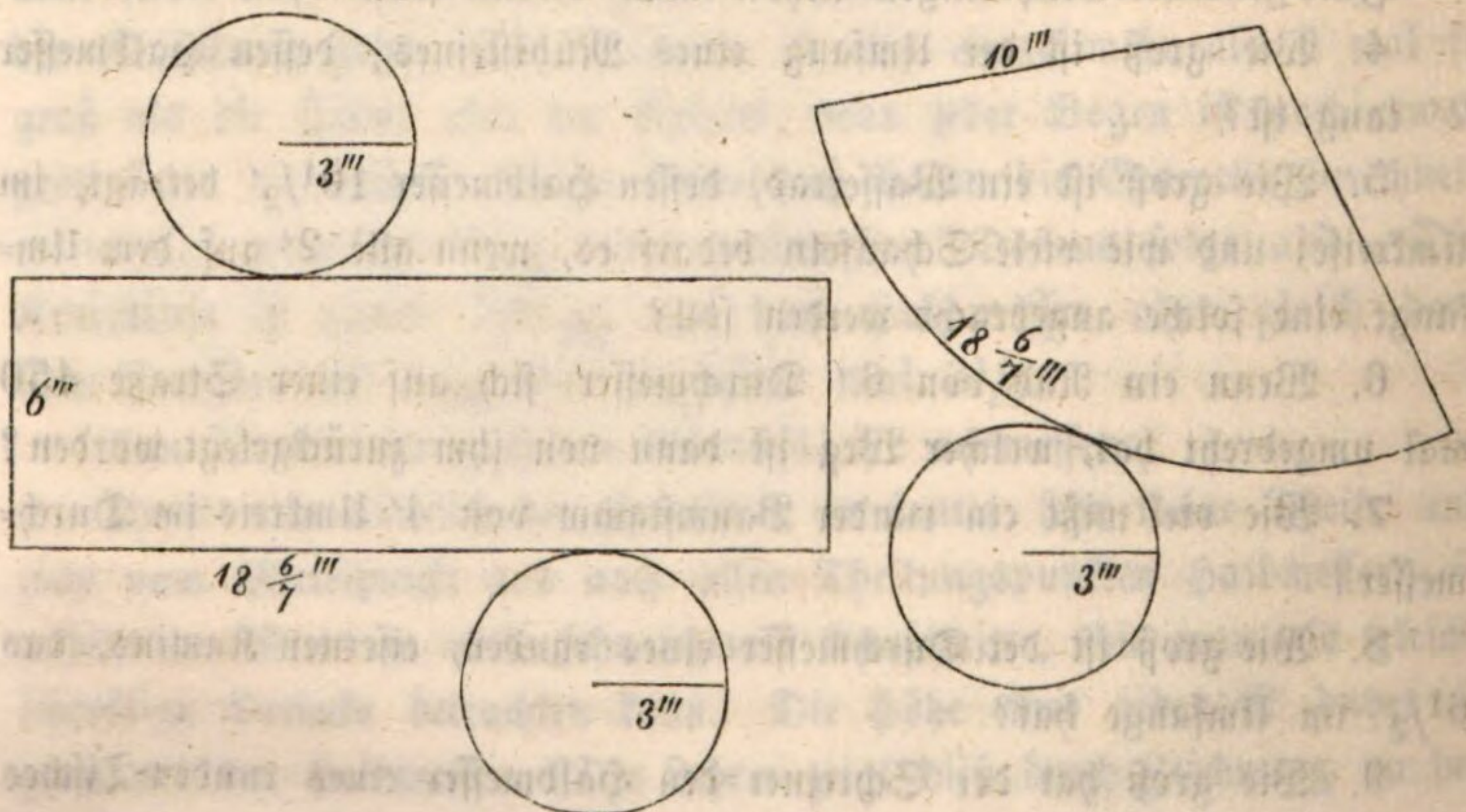
15. Wie groß ist der Kreisdurchschnitt eines Baumes, wenn der Umfang 6' beträgt?

16. Wie groß ist die Durchschnittsfläche des Erdäquators?

17. Wenn man von einem Orte aus nach allen Seiten in die Runde 20 Stunden weit sieht, wie groß ist dann die überschaute Kreisfläche?

II. Anwendung der Kreismessung auf die runden Körper.

Nun ist auch nicht schwer, die Oberfläche von Zylinder und Kegel zu berechnen und die Netze dieser Körper darzustellen. Ist z. B. der Radius der Grundfläche eines Zylinders $= 3'''$, die Höhe $= 6'''$, so ist der Umfang $= 6 \cdot 3\frac{1}{7}''' = 18\frac{6}{7}'''$. Wie man nun um die krumme



Zylinderfläche genau ein Rechteck wickeln kann, das $186\frac{6}{7}''$ lang und $6''$ hoch ist (der Lehrer zeigt dieß mit einem Rechteck aus Papier), so kann man sich auch umgekehrt im Rechteck die abgewickelte oder abgerollte Zylinderfläche vorstellen.

Ist ferner die Grundfläche eines Kegels von gleicher Größe wie in vorigem Beispiel die Grundfläche des Zylinders, die Seitenlinie des umgedrehten oder erzeugenden Dreiecks aber $= 10''$, so ist ein Kreisabschnitt, dessen Radius $10''$ und dessen Bogenlänge $186\frac{6}{7}''$ mißt, gleich der krummen Kegelfläche und kann passend um dieselbe gewickelt werden. Nach diesen Angaben sind die vorigen Netze zu Zylinder und Kegel gezeichnet. Der Radius von $3''$ ist angenähert mit dem Zirkel $62\frac{2}{7}$ mal auf die Bogenlänge des Kreisabschnittes gebracht. Die berührenden Kreise von $3''$ Halbmesser müssen die Grundflächen der beiden Körper bilden und sind im Netze an beliebigen Punkten der Grundlinien anzubringen. Die Oberflächen dieser beiden Körper sind nun leicht zu berechnen. Die krumme Oberfläche des Zylinders als abgewickeltes Rechteck betrachtet, mißt:

$$(2 \cdot 3 \cdot 31\frac{1}{7} \cdot 6) \square''' = 186\frac{6}{7} \cdot 6 \square''' = 1131\frac{1}{7} \square'''$$

die beiden Grundfl. $= (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 31\frac{1}{7}) \square''' = 18 \cdot 31\frac{1}{7} \square''' = 564\frac{4}{7} \square'''$

also Gesamtoberfläche des Zylinders $= 1695\frac{5}{7} \square'''$

Aus gleichen Gründen, warum der Flächeninhalt eines Kreises gleich ist der Kreislinie mal dem halben Radius, ist auch ein Kreisabschnitt gleich seiner Bogenlänge mal dem halben Radius. Also ist die krumme Kegelfläche oder der Kreisabschnitt, dessen Bogenlänge gleich dem Umfang der Grundfläche und dessen Radius gleich der Seitenlinie des Kegels, gleich der Bodenlänge mal dem halben Radius, hier also

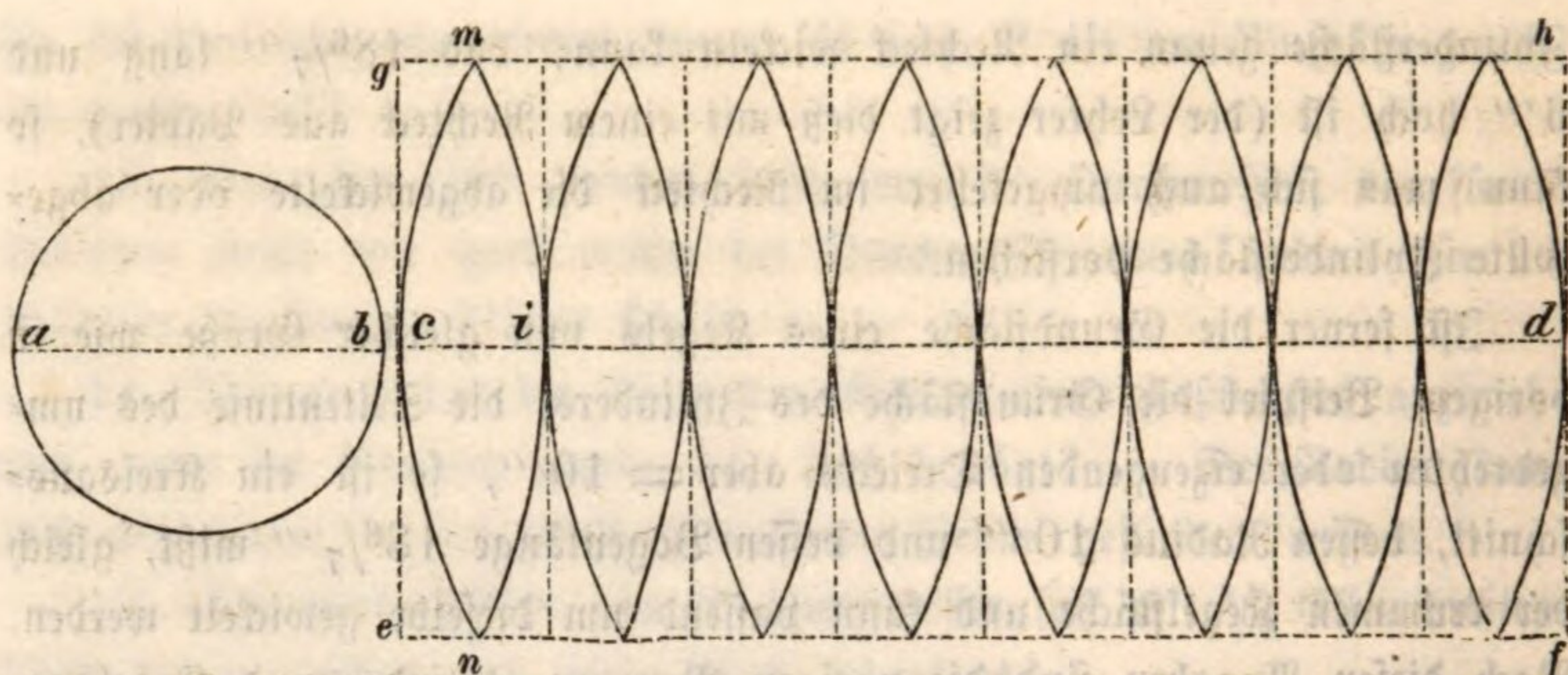
$$= (2 \cdot 3 \cdot 31\frac{1}{7} \cdot 5) \square''' = (186\frac{6}{7} \cdot 5) \square''' = 942\frac{3}{7} \square'''$$

$$\text{und die Grundfläche} = (3 \cdot 3 \cdot 31\frac{1}{7}) \square''' = 282\frac{2}{7} \square'''$$

daher Gesamtoberfläche des Kegels $= 1224\frac{5}{7} \square'''$.

Was zuletzt die Kugel anbetrifft, so ist die Darstellung eines auch nur angenähert richtigen Netzes schon ziemlich schwierig. Wir überlassen es dem Lehrer, ob er den Schülern eine ähnliche Zeichnung wie die folgende mittheilen will.

Wenn ab den Durchmesser eines größten Kreises (wie Aequator und Meridian) einer Kugel bezeichnet, so ist der Umfang dieses Kreises oder der Aequator der Kugel $= 31\frac{1}{7}$ mal ab. Man trage nun ab gerade $31\frac{1}{7}$ mal auf eine gerade Linie wie cd und zeichne dann ein Rechteck



efhg so, daß $gc = ec = \frac{1}{4}$ von cd ist. Dann ließe sich das Rechteck so um die Kugel herumwinden, daß cd gerade den Aequator der Kugel bilden könnte. Allein nun müssen aus dem Rechteck solche Stücke ausgeschnitten werden, die sich möglichst genau auf die Kugelzweiecke herablegen lassen, die je zwischen zwei Meridianen liegen. Es ist hier cd in 8 gleiche Theile getheilt, eine größere Anzahl wäre aber noch entsprechender. Durch die Theilungspunkte werden nun lauter gleiche Kreisbogen gezogen und zwar so wie mcn und min (m und n fallen in die Mittelrichtung zwischen c und i). Der Zirkel wird nämlich in einem Punkte der Richtung cd so eingesetzt, daß die andere Zirkelspitze sich durch m und c und n bewegen kann. (Diese Zirkelöffnung wird am schnellsten durch Versuch gefunden, man kann indessen auch die bekannte Konstruktion durch die Perpendikel aus den Mitten der Sehne von mc und cn anwenden.) Dadurch erhält man 8 Zweiecke, die so um die Kugel gewunden, daß cd zu einem größten Kreise wird, annähernd dann auch die Kugelfläche decken können. (Da $ge = \frac{1}{2}$ von cd , so umschließt jede Gerade wie mn einen halben Meridian und die Spitzen der Zweiecke vereinigen sich in den beiden Polen.)

Der Inhalt der Kugeloberfläche ist noch schwieriger zu finden. Wir können hier wie früher bei der Kreislinie mit Sicherheit nur einen annähernten Werth angeben, von dem wir sagen können, daß er jedenfalls zu klein ist. Nehmen wir nämlich die halben Zweiecke wie cmi , cni u. s. f. als Dreiecke an, so erhalten wir jedenfalls etwas zu wenig, weil durch die Sehnen cm , im 2c. etwas vom Zweieck abgeschnitten wird. Die Dreiecke sind aber zusammen gleich der Summe der Grundlinien, (d. i. cd) mal der Hälfte ge , also mal gc ; dieß ist aber auch $= 3\frac{1}{7}$ mal ab mal $\frac{1}{4}$ von ab mal $3\frac{1}{7}$. Dieses Ergebnis ist, wie schon gesagt, etwas zu klein, es ist

nach dem genauen Ergebniß der Geometrie so zu verbessern, daß es heißt 4 mal ab mal $\frac{1}{4}$ von ab mal $3\frac{1}{7}$ oder vereinfacht (indem 4 gegen 4 aufgehoben wird) $= ab$ mal ab mal $3\frac{1}{7}$, d. h. gleich dem Quadrat über ab mal $3\frac{1}{7}$. Die Oberfläche einer Kugel ist daher $=$ dem Quadrat über dem Durchmesser mal $3\frac{1}{7}$ oder $=$ dem 4fachen Quadrat des Radius mal $3\frac{1}{7}$.

Beispiele.

1. Wie viele Quadratfuß Eisenblech braucht es, um daraus ein zylindrisches Rohr von 10' Länge und 5'' Durchmesser zu formen?

2. Wie groß ist die krumme Fläche einer kegelförmigen Säule, deren Grundfläche einen Durchmesser von 3' hat und deren schiefe Seitenlinie 10' mißt?

3. Wenn ein Grad des Aequators der Erde $=$ 15 Meilen ist, wie groß ist dann der ganze Aequator, wie groß also ein Durchmesser und wie groß die ganze Oberfläche der Erde, wenn sie als Kugel von diesem Durchmesser betrachtet wird?

Ausrechnung: Der Aequator $= 360 \cdot 15$ Meilen $= 5400$ Meilen, der Durchmesser $= (5400 : 3,14)$ Meilen $=$ zirka 1719 Meilen. Also die Oberfläche $= (1719 \cdot 1719 \cdot 3,14)$ □ Meilen $=$ zirka 9.280000 □ Meilen (nach abgekürzter Dezimalrechnung).

§ 31.

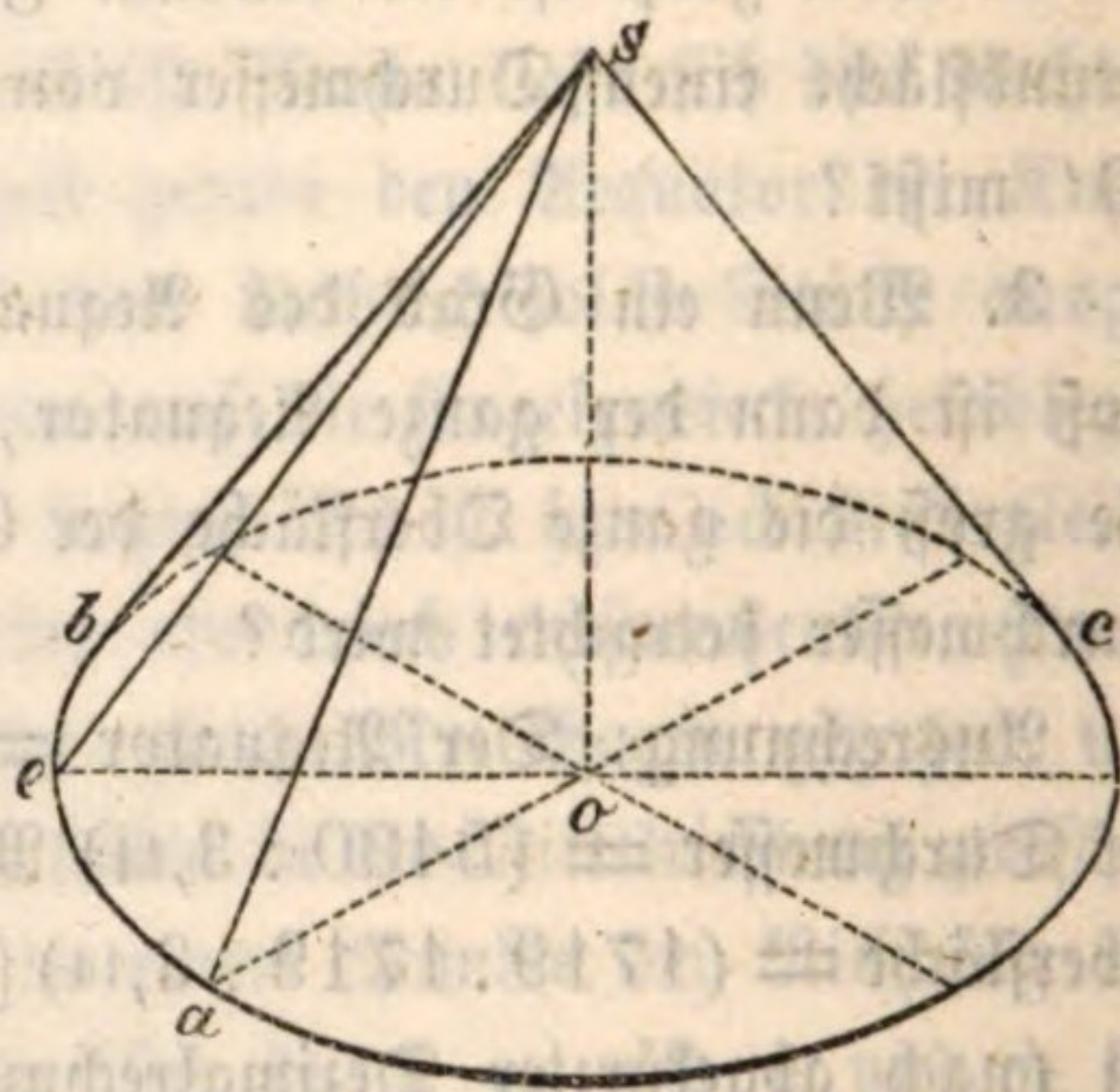
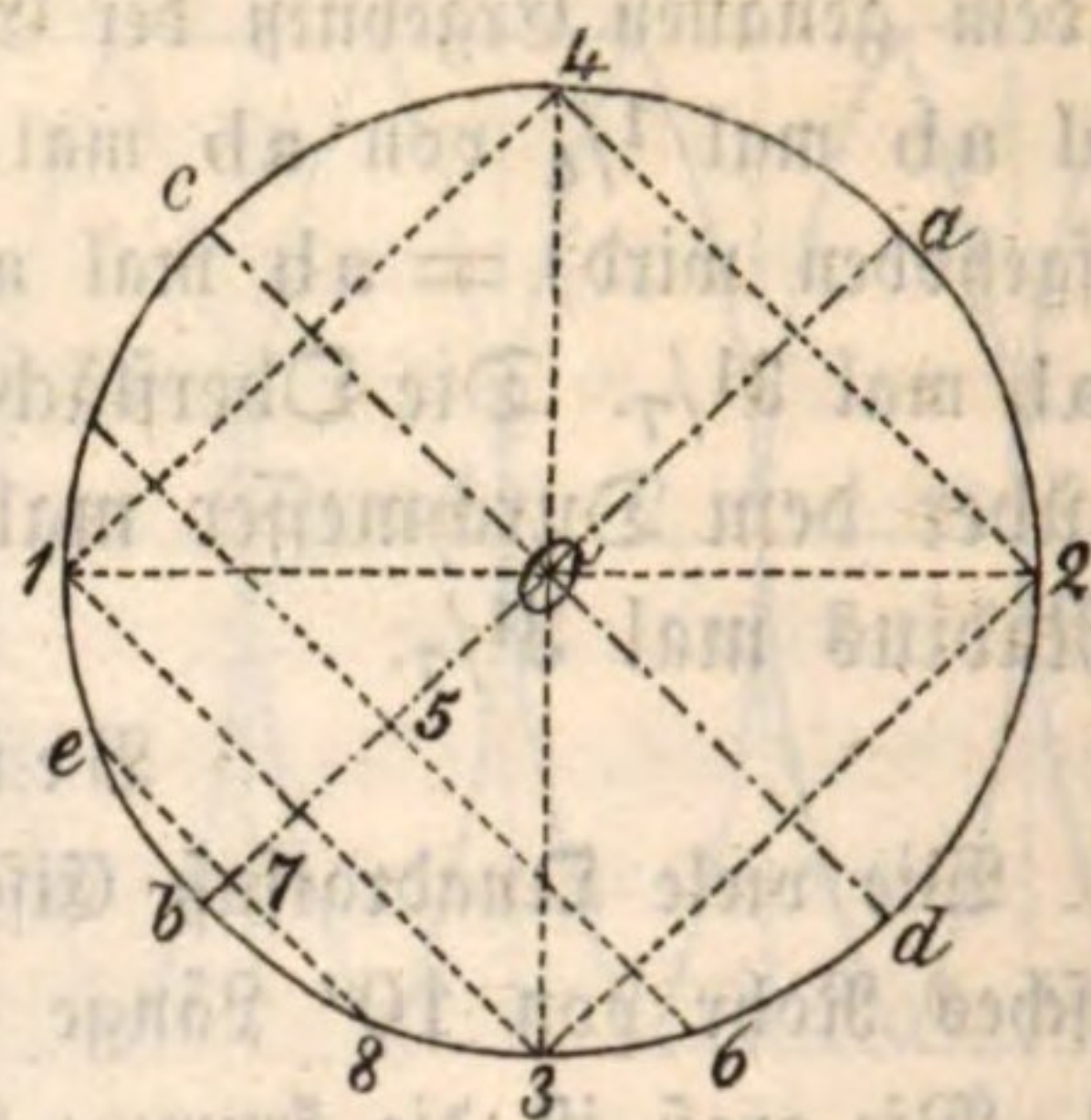
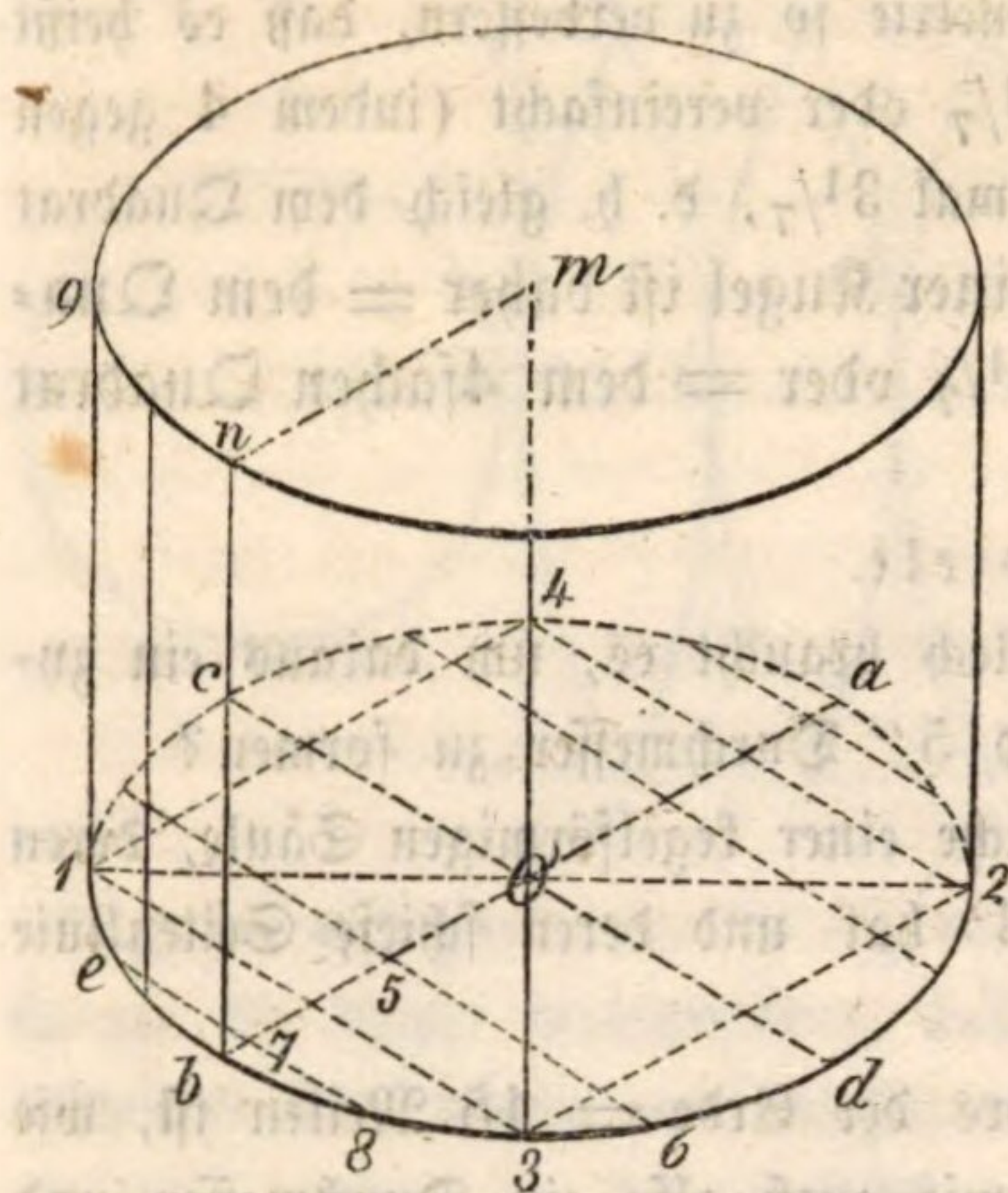
Geometrische Zeichnung von Zylinder und Kegel.

Um die Zeichnung auszuführen unterscheiden wir in diesen Körpern wieder die drei Ausdehnungen und tragen dieselben unter den bekannten Winkeln und in wirklichem Größenverhältniß zu einander ab.

Da wollen wir zuerst die kreisförmigen Grundflächen nach unserem Verfahren zeichnen.

1. Zylinder.

Wir stellen als Grundlage den Kreis in seiner wirklichen Größe dar und bezeichnen darin durch zwei auf einander senkrecht stehende Durchmesser ab und cd seine Länge und Breite, und nun haben wir nur eine hinreichende Anzahl Längen- und Breitenstücke abzutragen, die zu Punkten der Kreislinie führen. Man zeichne hierauf in einer neuen Figur ab und cd (sich gegenseitig halbirend) unter den bestimmten Winkeln von 60° und 120° aneinander, dann trage man $O5$ als Längenstück und 56 als Breitenstück, das letztere parallel mit Od ab, ebenso die Stücke $O7$



und 7 8 u. s. f. auch in der Verlängerung z. B. 7 e 2c. und ebenso auf der entgegengesetzten Seite gegen O a.

Noch etwas besser geht es, wenn man im Kreise mittelst zwei senkrechten Durchmessern, welche die Winkel von Länge und Breite halbiren, das Quadrat 1 3 2 4 einzeichnet, dessen Seiten also mit Länge und Breite parallel sind. Zeichnet man dieses Quadrat nach unserm angenommenen Verfahren (isometrisch), so hat man die Raute 1 3 2 4, wobei die zwei weitest auseinander stehenden Punkte 1 und 2, und die zwei nächsten 4 und 3 sind. Das Uebrige dann gleich wie oben.

Die Reihe Punkte 1 e b 8 3 6 d u. s. f., die man so von der Kreislinie abgetragen hat, werden nun durch eine möglichst stetige, (nicht eckige) krumme Linie mit einander verbunden, und diese ist dann die isometrische Zeichnung der Kreislinie. Trägt man hierauf aus O die Höhe Om so ab, daß sie mit Länge und Breite wieder die nämlichen Winkel von 60° und 120° bildet und alsdann aus den Punkten 1 e b 8 3 6 u. s. f. Parallellinien mit Om und von gleicher Höhe wie Om z. B. 1 9, b n u. s. f., so darf man nur die Endpunkte wie 9, n u. s. f. gleich verbinden wie unten und das Ganze stellt die Zeichnung des Zylinders dar.

Anmerkung. Eine länglich gebogene Linie (wie 1 b 3 d 2 a 4 c), welche die isometrische Zeichnung der Kreislinie ist, nennt man in der Geometrie

Ellipse, 1 2 und 3 4 bezeichnen die große und kleine Axe derselben. Wenn man einen Kreis schief vor sich stellt, so ist das Bild desselben, wie man es sieht, eine Ellipse. Die Astronomen beweisen, daß die Planeten in elliptischen Bahnen um die Sonne kreisen. Die Ellipse gehört zu einer Gattung Linien von den merkwürdigsten Eigenschaften. Diejenigen Schüler, welche Lust haben, hierüber noch mehr zu vernehmen, mögen später noch weiter führende Anleitungen zur Geometrie nachlesen.

Wenn man die Zeichnung des Zylinders betrachtet, so sieht man, daß das Rechteck, durch dessen Umdrehung der wirkliche Zylinder erzeugt würde, zur Grundlinie bo (also den Radius der Bodenfläche) und zur Höhe om hat. Die Seite om bildet alsdann die Axe des Zylinders, mn beschreibt dessen obere Grundfläche und nb als Seitenlinie dessen krumme Oberfläche. Man richtet die Zeichnung natürlich so ein, daß die Höhe auf dem Zeichnungsblatte vertikal zu stehen kommt. Diejenigen Linien in der Zeichnung geben (wie früher) nur allein die wirkliche Größe an, welche entweder mit der Höhe oder mit der Länge oder mit der Breite parallel gehen. Wenn man die Größe einer andern schiefen Linie z. B. na finden will, so muß man zuerst ein Rechteck von der Grundlinie ba und der Höhe bn zeichnen, in diesem Rechteck gibt dann die Diagonale von n bis a die wahre Größe der gesuchten Linie an, die man dann auch etwa durch einen angezeigten Maßstab messen kann.

Die Größe einer Grundfläche wäre hier gemäß Früherem $= Ob$ mal Ob mal $3,14$ und die Größe der krummen Zylinderfläche $= ab$ mal bn mal $3,14$.

2. Regel.

Die Grundfläche des Kegels wird ganz gleich gezeichnet, wie diejenige des Zylinders, ebenso die Höhe os . Vom Scheitel s aber gehen nun Seitenlinien nach jedem Punkte des Umfangs der Grundfläche; die beiden äußersten Seitenlinien sind diejenigen, die den Umfang bloß berühren, diese sind sb und sc . Keine von allen diesen Seitenlinien kommt hier in wahrer Größe vor. Man findet die wahre Größe der Seitenlinie in der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete ao und dessen andere os ist. Wird dieses rechtwinklige Dreieck um os als Axe umgedreht, so beschreibt es den körperlichen Raum des Kegels; as (in der wahren Größe) beschreibt dann die Kegelfläche, ao die Grundfläche und der Punkt a den Umfang derselben.

Wollte man einen abgestumpften Kegel zeichnen, so müßte man von dem ganzen Kegel nur einen kleinern abschneiden. Um die Grundfläche

desselben zu zeichnen, könnte man nur von einem Punkte von as eine Parallele mit ao bis nach os ziehen; diese Linie wäre der Radius der Grundfläche. Gemäß Früherm ist der Umfang der Grundfläche des Kegels $= 2ao$ mal $3,14$; — also die krumme Kegelfläche $= ao$ mal $3,14$ mal as .

Die Kugel mag man bloß als Kreis zeichnen mit krummer Schraffirung.

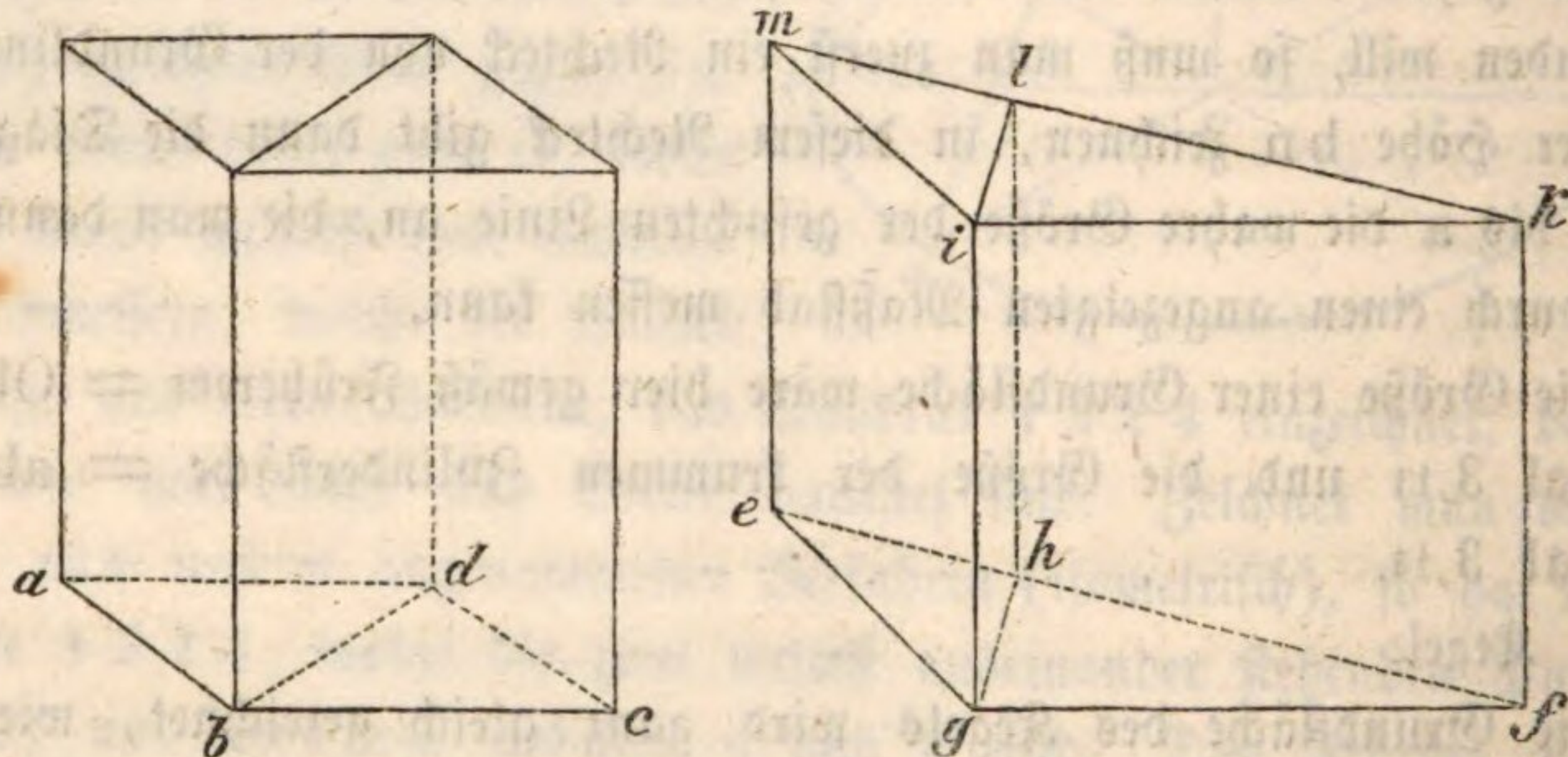
Aufgaben:

1. Einen liegenden Zylinder zu zeichnen, d. h. so, daß die Ase des Zylinders die Länge ist. 2. Ebenso einen Kegel. 3. Einen abgestumpften Kegel zu zeichnen. 4. Mitten durch einen Würfel parallel mit der Länge einen Zylinder zu zeichnen. u. s. f. beliebige Zusammensetzungen.

§ 32.

Ausmessung beliebig geformter Körper Räume.

Wenn man eine rechtwinklige Säule diagonal entzweischneidet, so entstehen zwei gleich große dreiseitige Säulen, deren Grundflächen (abd



und bcd) gleiche, rechtwinklige Dreiecke sind. (Der Lehrer zeigt eine auf diese Weise in zwei Theile zerschnittene Säule vor und indem er den einen Theil in der Verlängerung des andern ansetzt, läßt er die Schüler erkennen, daß beide gleich groß sind.) Da nun jede dieser dreiseitigen Säulen gleich der Hälfte der ganzen ist, so folgt:

Der Kubikinhalt einer geraden Säule, die zur Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck hat, ist gleich der Länge mal der Breite, mal der Höhe, getheilt durch 2. Da aber das Produkt aus Länge und Breite getheilt durch 2 gleich ist dem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche, so hat man kürzer:

Der Kubikinhalt einer solchen Säule ist gleich der Grundfläche mal der Höhe.

Aus zwei gleich hohen geraden Säulen, deren Grundflächen rechtwinklige Dreiecke (egh und fgh) mit einer gleichen Kathete (gh), läßt sich eine gerade dreiseitige Säule ($efgmik$) zusammensetzen, deren Grundfläche eine beliebiges Dreieck (efg) ist. Nach dem Obigen ist aber der Inhalt jeder der beiden Säulen gleich der Grundfläche mal der Höhe, daher ihre Summe auch gleich der Summe der beiden Grundflächen mal der Höhe. Beide Grundflächen (egh und fgh) zusammen geben die Grundfläche efg der ganzen Säule; daraus folgt:

Der Kubikinhalt jeder geraden dreiseitigen Säule ist gleich der Grundfläche mal der Höhe.

Da jede gerade vielseitige Säule in lauter gleichhohe dreiseitige zerlegt werden kann (der Lehrer zeigt dieß), so folgt ähnlich wie vorhin:

Der Inhalt jeder geraden vielseitigen Säule ist gleich der Grundfläche mal der Höhe.

Deßwegen ist auch ein gerader Zylinder, als Säule mit sehr vielen Seitenflächen betrachtet, gleich dem Produkt aus der Grundfläche mal der Höhe.

In der wissenschaftlichen Geometrie wird endlich bewiesen, daß Pyramiden von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe gleich groß sind. Nun kann z. B. eine dreiseitige gerade Säule in drei Pyramiden zerlegt werden, von denen zwei mit einander gleiche Grundflächen und gleiche Höhe haben, die dritte hat aber mit einer der beiden ebenfalls eine gleiche Fläche und die gegenüberliegende Spitze gemeinsam, also sind alle drei gleich groß. (Der Lehrer zeigt 3 solche Pyramiden aus Holz oder Karton, die zusammen eine gerade dreiseitige Säule bilden.) Hieraus folgt:

Der körperliche Inhalt einer dreiseitigen Pyramide ist gleich dem dritten Theil des Inhalts einer Säule von derselben Grundfläche und Höhe. Und durch Zusammensetzung wie oben:

Der körperliche Inhalt einer beliebigen Pyramide ist gleich der Grundfläche mal der Höhe getheilt durch 3.

Deßwegen ist auch ein Kegel, als Pyramide mit sehr vielen Seitenflächen betrachtet, gleich einem Drittel des Produkts aus der Grundfläche mal der Höhe.

Da endlich eine Kugel aus sehr vielen schmalen Pyramiden bestehend gedacht werden kann, deren Spitzen sämtlich im Mittelpunkt der Kugel liegen und deren Grundflächen zusammen die Kugeloberfläche bilden, so folgt hieraus:

Der körperliche Inhalt einer Kugel ist gleich ihrer Oberfläche mal dem Radius getheilt durch 3. Oder da ihre Oberfläche gleich ist 4 mal Radius mal Radius mal 3,14, so hat man auch:

Die Kugel ist $= \frac{4}{3}$ mal Radius, mal Radius, mal Radius, mal 3,14.

Alle übrigen regelmäßigen oder unregelmäßigen Körperräume kann man, um sie auszumessen, entweder in Säulen, Pyramiden zc. oder in Theile beider Art zerlegen, damit man sodann jedes einzelne Stück ausmessen und berechnen und hernach alles in eine Summe bringen kann; oder man sucht auch einen leichter meßbaren Körperraum anzunehmen, von dem der zu messende nicht stark abweicht, um sodann ein annäherndes Messungsergebnis zu finden.

A u f g a b e n.

1. Eine 5' hohe Säule hat zur Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete 2' die andere $3\frac{1}{4}'$ mißt. Welchen Inhalt hat diese Säule? Antw. $\frac{3\frac{1}{4} \cdot 2}{2} \cdot 5 \text{ Kb.'} = 3\frac{1}{4} \cdot 5 \text{ Kb.'} = 16\frac{1}{4} \text{ Kb.'}$.

2. Irgend ein gerader säulenförmiger $18\frac{1}{3}'$ hoher Körper hat zur Grundfläche ein Vieleck, das $120 \square'$ hält, wie groß ist er? Antw. $(18\frac{1}{3} \cdot 120) \text{ Kb.'} = 2200 \text{ Kb.'}$.

3. Welchen körperlichen Inhalt hat eine zylindrische Stange von 4" Durchmesser und 20' Länge, und wie schwer wäre dieselbe, wenn sie aus Eisen besteht, wovon ein Kb.' 420 Pfund wiegt? Der Inhalt ist $= 0,2 \cdot 0,2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 20 \text{ Kb.'} = 0,8 \cdot \frac{22}{7} \text{ Kb.'} = (17,6 : 7) \text{ Kb.'} = 2,5 \text{ Kb.'}$, also das Gewicht $= 10\frac{1}{2}$ Zentner oder 1050 Pfund (annähernd).

4. Ein Steinhauer verfertigt einen Grabstein aus Marmor, genau in Form eines Tetraeders von 2' Kante; wie viel Masse enthält dieser Stein und welches ist ihr Gewicht, wenn 1 Kb.' Marmor 146 Pfund wiegt?

Ausführung: Man zeichne (nach einem genauen Maßstabe mit Unterabtheilungen) ein gleichseitiges Dreieck, dessen jede Seite 2 Längentheile (2' darstellend) mißt; dann konstruiere man in diesem Dreieck die Höhe (alle drei Höhenperpendikel sind gleich groß und vereinigen sich im Mittelpunkt des Dreiecks). Durch genaue Messung dieser Höhe nach dem Maßstabe wird man dieselbe $=$ zirka $1,7$ finden. Der Mittelpunkt der Grundfläche wird nach dem Maßstabe um $\frac{1}{3}$ von $1,7$ von einer Seite entfernt sein, und da die Höhe des Tetraeders genau in den Mittelpunkt

der Grundfläche fallen muß, so bildet diese Höhe mit der Höhe einer Seitenfläche und der Entfernung der Mitte der Grundfläche von einer ihrer Seiten ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypothenuse $1',7$ und dessen eine Kathete $\frac{1}{3}$ von $1',7$ beträgt. Konstruirt man dasselbe und mißt die zu suchende Höhe nach dem Maßstabe, so wird man dieselbe $=$ zirka $1',6$ finden. Nun ist der Inhalt des Tetraeders $= \frac{2 \cdot 1,7 \cdot 1,6}{2 \cdot 3} \text{ Kb.'} = \frac{2,7}{3} \text{ Kb.'} = 0,9 \text{ Kb.'}$ (nur bis auf 10tel gerechnet). Also das Gewicht des Marmorkörpers $= 146 \cdot 0,9 \text{ Z} =$ zirka $131,4 \text{ Z}$.

5. Ein Trog hat eine Grundfläche von $120\frac{1}{2} \square'$ und ist $4'$ hoch mit Wasser angefüllt; wie viele Kb.', wie viele Saum, oder wie viele Tansen à 40 Maß hält er? Wie groß ist das Gewicht der ganzen Wassermasse? Antw. Der Inhalt ist $= (120\frac{1}{2} \cdot 4) \text{ Kb.'} = 482 \text{ Kb.'} = (4,82 \cdot 18) \text{ Saum} = 86,76 \text{ Saum} = 216,9 \text{ Tansen}$. Das Gewicht der Wassermasse $= 482 \cdot 54 \text{ Z} = 260,28 \text{ Zentner}$.

III. Neuntes Schuljahr.

Vom zurückgelegten 14. bis 15. Altersjahre.

§ 33.

Aufgabe.

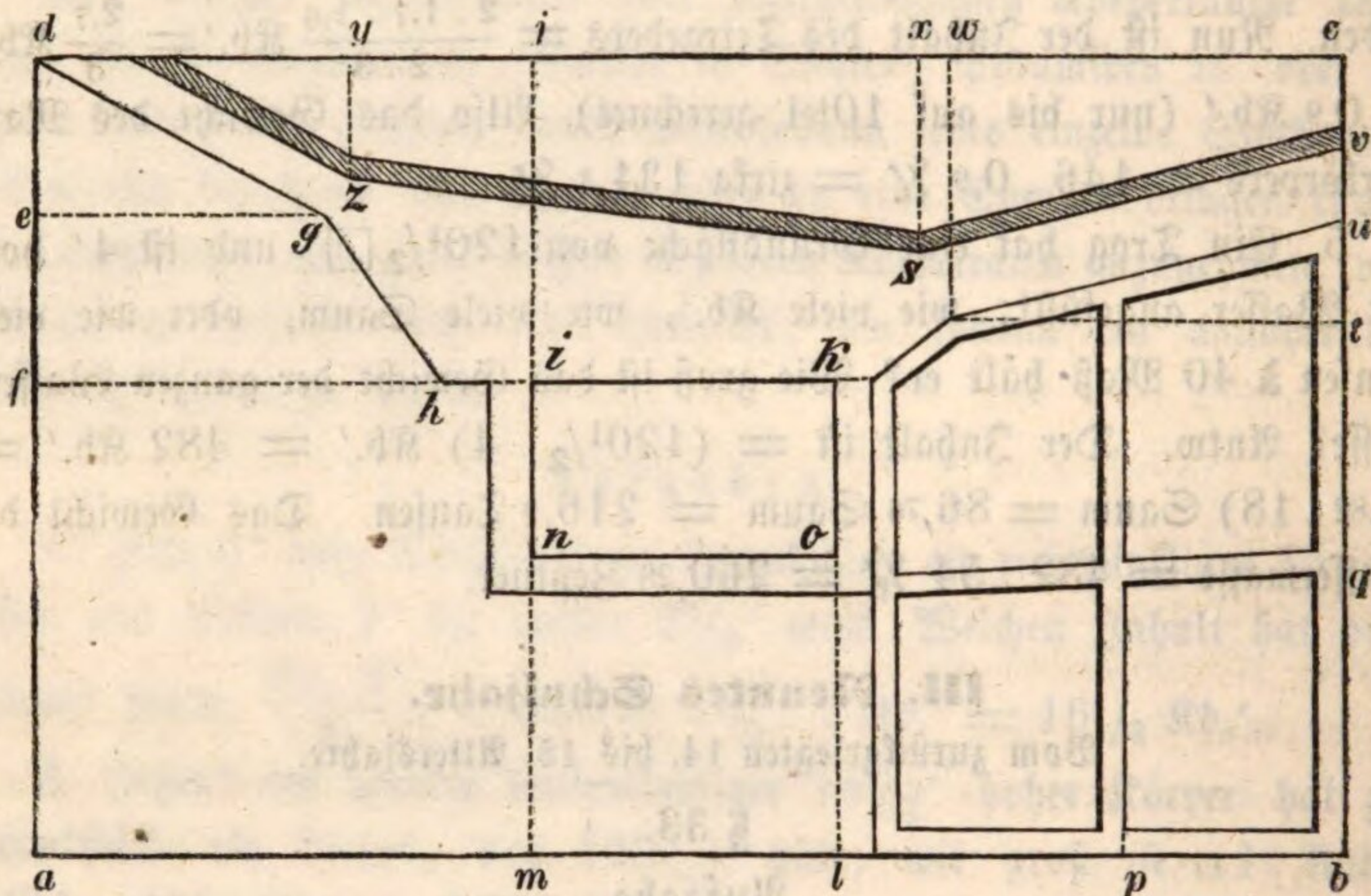
Nachholung der schwierigeren Längen-, Flächen- und Körpermessungen, die für das gewöhnliche Leben von Bedeutung und Vortheil sind. (Hauptsächlich Messungen im Freien.) Grundpläne in gesteigerter Fortsetzung der frühern Uebungen; Durchschnitte. Grund- und Aufrisse einfacher Baugegenstände. Damit verbundene Rechnungen. Geometrische Darstellung technischer Gegenstände und Vorrichtungen, die für den volkswirtschaftlichen Verkehr von Bedeutung sind.

§ 34.

Schlußmessungen im Freien.

1. Nach dem bis jetzt verfolgten Gange ist vorausgesetzt worden, daß nur die allereinfachsten Anfänge in Messungen im Freien schon im 6ten Schuljahre gemacht werden. Der Lehrer wird aber diese Uebungen in den Klassen der Ergänzungsschule so fortsetzen, daß er von Zeit zu Zeit, gerade wie es die Verhältnisse erlauben, mit einer Klasse oder auch mit zweien, im Freien verschiedenartige, in der Schwierigkeit sich steigende Vermessungen macht, Pläntchen (siehe die Beispiele auf Seite 190 und 191) von einzelnen Grundstücken, so wie allmählig von Complexen, wenn auch nur

geringern Umfangs, aufnimmt, diese Pläne zeichnen und daran die Bestimmung des Flächeninhalts der einzelnen Grundstücke knüpfen läßt. Folgende Zeichnung z. B. stellt das Grundplänchen eines Schulhauses sammt der Umgebung dar. Die Absteckung so wie die Einfassung sind sämmtlich rechtwinklig.

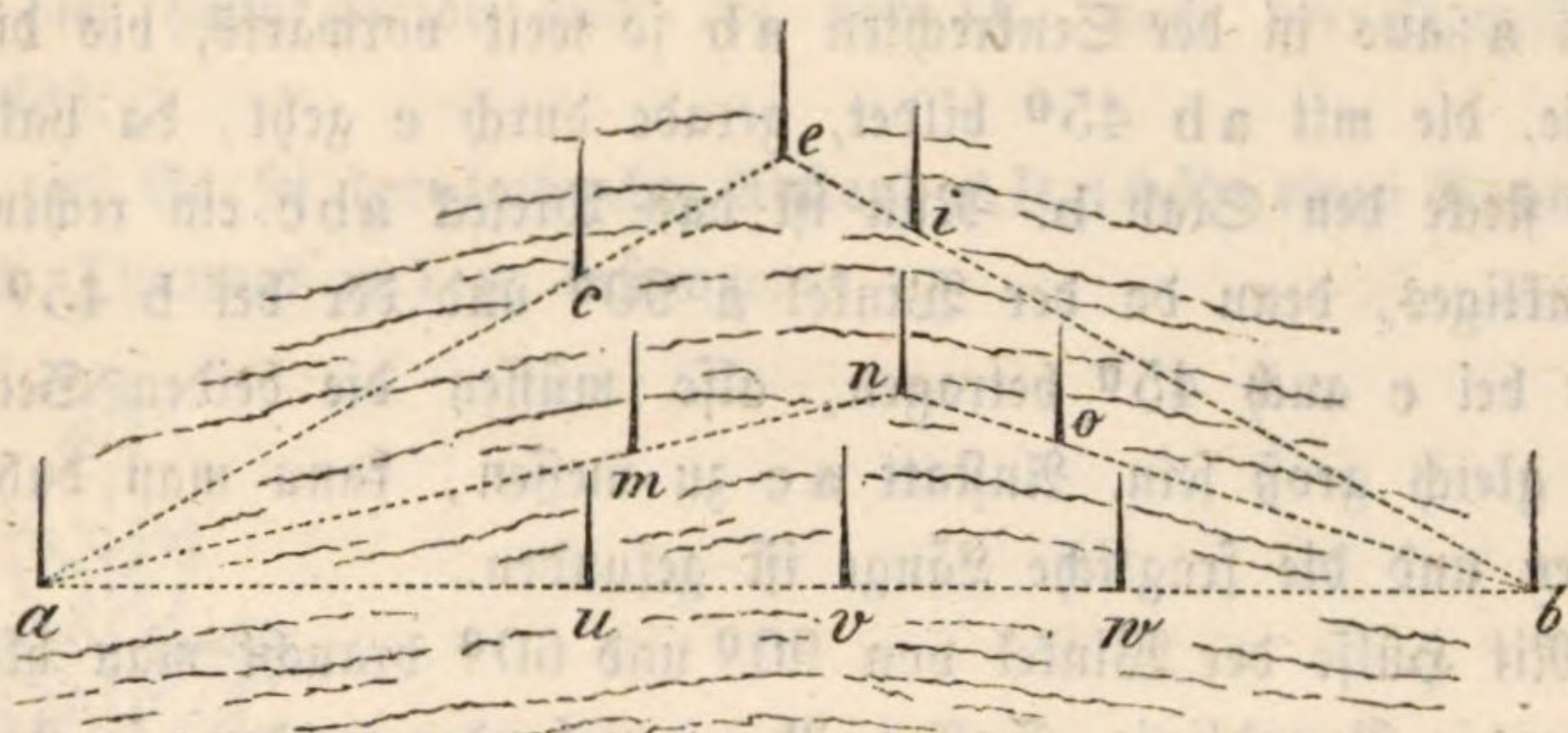


Die Hülfsmittel sind die schon bekannten: Maßstab (Meßkette) und Winkelf Kreuz (Kreuzscheibe). Die Aufnahme geschieht, wie früher gezeigt wurde, nach Dreiecken, gewöhnlich rechtwinkligen, und Trapezen, deren parallele Seiten Perpendikel auf die Grundlinie bilden. Soll bei der Planaufnahme noch der Flächeninhalt der einzelnen Grundstücke bestimmt werden, so wird schon zum Voraus so viel als möglich nach dieser Rücksicht das Ganze abgetheilt. Ältere Schüler, z. B. diejenigen, deren Eltern Landwirthschaft treiben, werden aufgemuntert, von ihrem Heimwesen einen eigenen Grundplan aufzunehmen, zu zeichnen und mit den nöthigen Berechnungen zu versehen. Dieser Grundplan wird in vielen Fällen bei der Bewirthung des Heimwesens u. mit Vortheil benutzt werden können. (Vergleiche hiemit Bewirthungs-, Ertrags- und Kaufs- oder Verkaufsrechnungen.)

2. Eine nicht unwichtige Uebung ist nun besonders die, horizontale oder vertikale Distanzen (wagrechte Abstände und Höhen), die nicht zugänglich sind, zu messen.

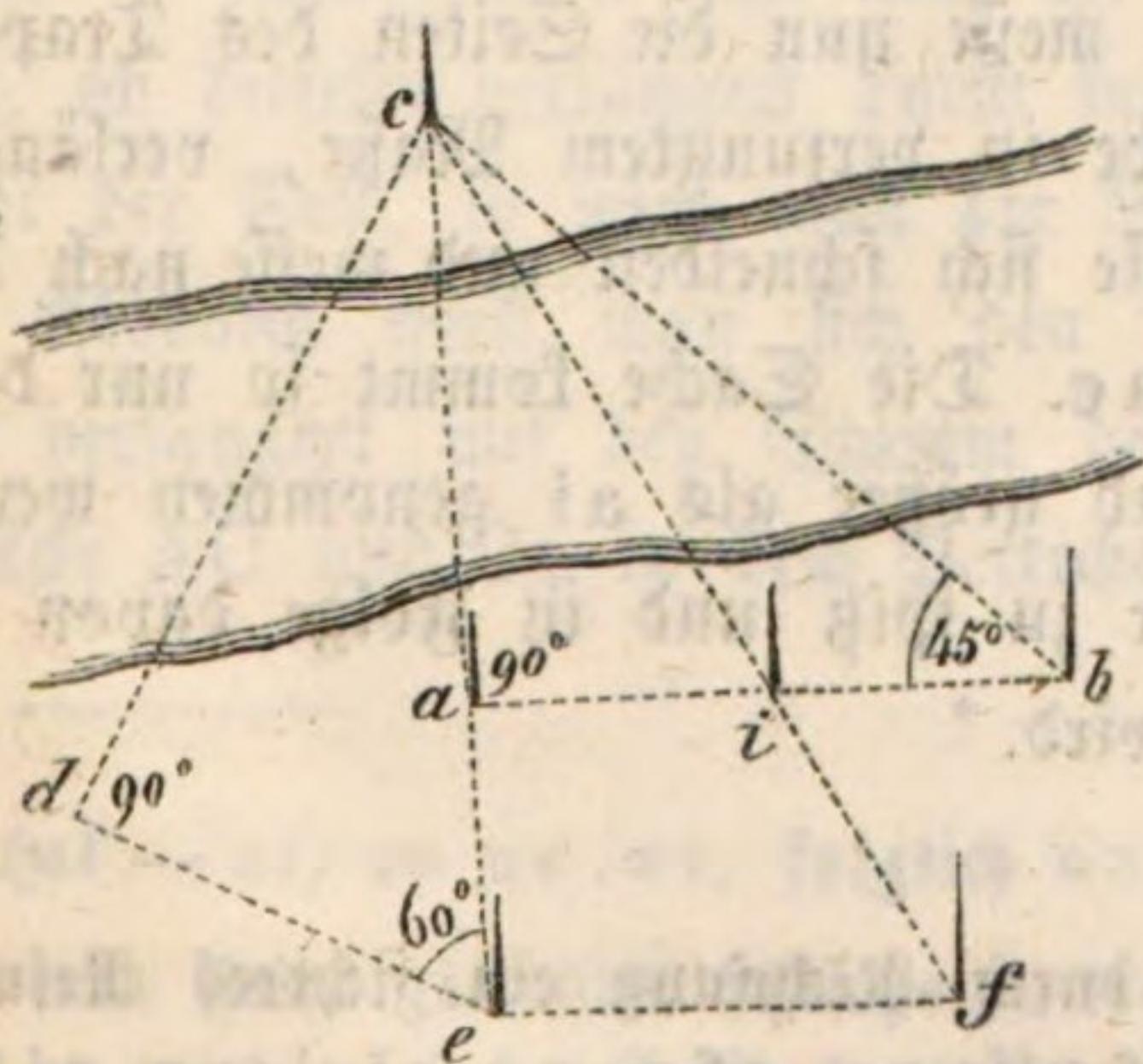
Zuerst wollen wir aber noch ein Verfahren andeuten, auf welche Weise sich eine gerade Linie von einem Punkte zum andern abstecken

läßt, im Falle man wegen ansteigendem und sich wieder senkendem Boden vom ersten Punkte bis zum zweiten nicht sehen (visiren) kann. Es seien a und b die beiden bezeichneten Punkte und zwischen a und b hebe sich der Boden so, daß man von a nicht bis b zu sehen vermag.



Man gehe in die erhöhte Lage von e , n , v , wo es möglich ist, sowohl nach a als b hinzublicken. Stellt man z. B. in e einen Stab auf und bringt alsdann in die Richtung ea den neuen Stab bei c , und in die Richtung eb denjenigen bei i , so müßten alsdann die Stäbe cei in einer und derselben Richtung liegen, wenn e auch in der Richtung von ab sich befände. Man rücke nun weiter vor, z. B. bis n und mache hier das Gleiche. Befinden sich dann mno noch nicht in derselben Richtung, so gehe man weiter, bis man eine Stelle v findet, bei welcher, wenn u in die Richtung von av und w in diejenige von bv gebracht wird, auch die Punkte uvw in derselben Richtung liegen.

3. Es sei die wagrechte Entfernung des Punktes a von c (siehe die nächste Figur) zu bestimmen, unter der Annahme, daß sich zwischen den beiden Punkten ein Teich oder ein Fluß etc., jedoch nicht von gar zu großer Ausdehnung befinde.



α. Man kann hier je nach den Umständen verschiedenartig verfahren. Wenn sich um *a* genug Platz längs *ab* befindet, so kann man aus *a* mittelst der Kreuzscheibe eine Senkrechte auf *ac* abstecken; hat man dann auf der Kreuzscheibe auch noch den Winkel von 45° bezeichnet, so gehe man von *a* aus in der Senkrechten *ab* so weit vorwärts, bis die Richtungslinie, die mit *ab* 45° bildet, gerade durch *c* geht, da halte man still und stecke den Stab *b*. Nun ist das Dreieck *abc* ein rechtwinklig-gleichschenkliges, denn da der Winkel *a* 90° und der bei *b* 45° ist, so muß der bei *c* auch 45° betragen, also müssen die beiden Seiten *ac* und *ab* gleich groß sein. Anstatt *ac* zu messen, kann man daher nun *ab* messen und die fragliche Länge ist gefunden.

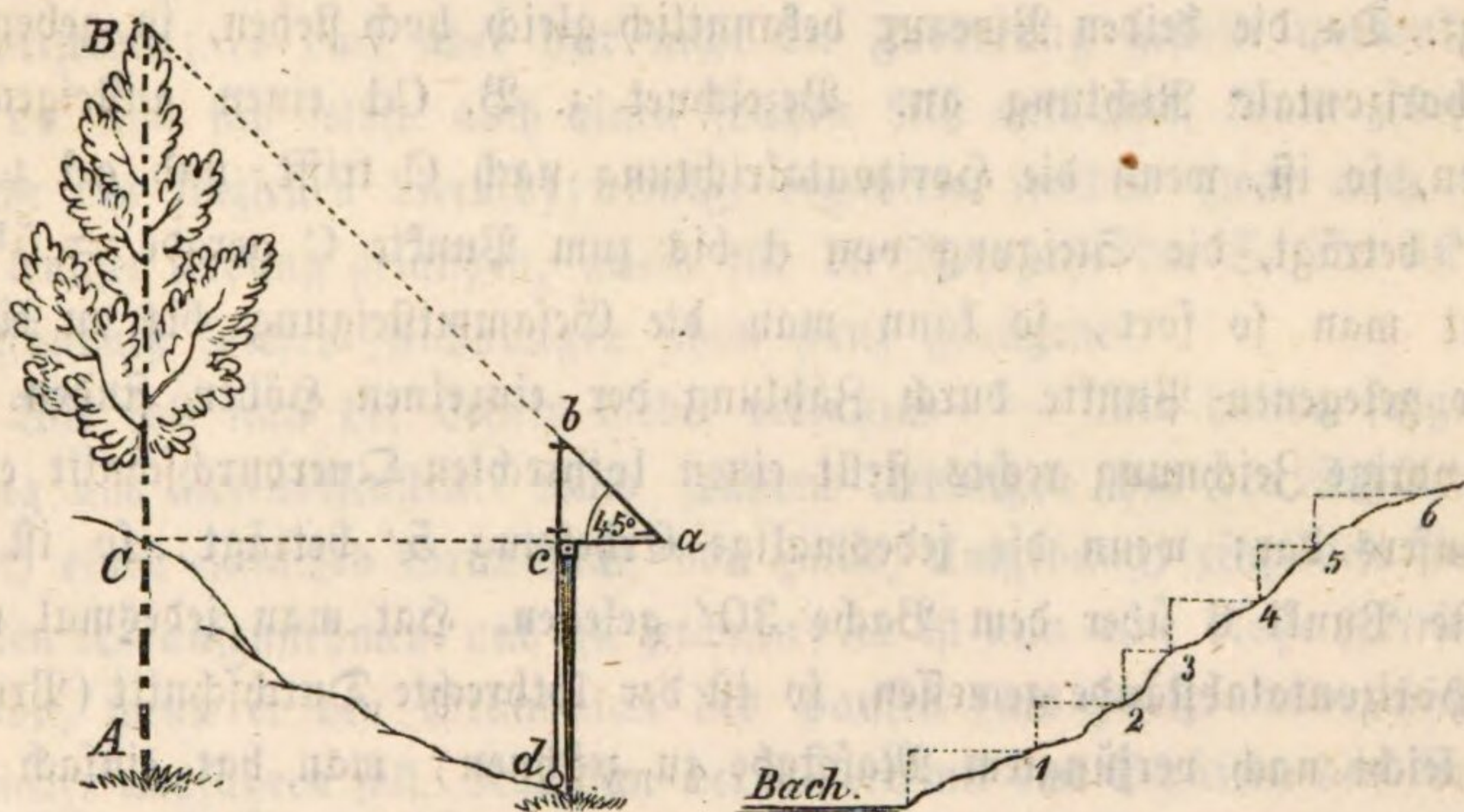
β. Mit Hülfe der Winkel von 90° und 60° braucht man bloß eine halb so große Grundlinie. Soll z. B. *ec* gefunden werden, so stecke man (mittelst der Kreuzscheibe, auf der auch der Winkel von 60° bezeichnet ist) von *e* aus die Richtung *ed* ab, die mit *ec* 60° bildet; in dieser Richtung gehe man mit der Kreuzscheibe vor, bis der Perpendikel auf *de* durch *c* geht, so hat man ein Dreieck *dec*, in welchem die Winkel 90° , 60° und der dritte also 30° betragen. Ein solches Dreieck ist, wie wir früher gesehen, die Hälfte eines gleichseitigen Dreiecks, in welchem *dc* die Höhe und *de* die halbe Grundlinie, also auch gleich der Hälfte von *ce* ist. Man messe also nur *de* und verdopple das Ergebnis, so gibt dieß die Länge von *ec*.

γ. Ein drittes Verfahren: durch Absteckung, Messung und Zeichnung ist nur dann anzuwenden, wenn man mit der nöthigen Genauigkeit verfahren kann. Man stecke in *a* und *e* die beiden Perpendikel *ab* und *ef* auf *ec* aus; alsdann visire man in einem beliebigen Punkte von *ef*, z. B. von *f* gegen *c* und lasse im Durchschnitt mit der Richtung *ab*, d. i. in *i*, einen Stab stecken. Man messe nun die Seiten des Trapezes *aefi* genau aus und zeichne dasselbe in verjüngtem Maße, verlängere alsdann die Seiten *ea* und *fi* bis sie sich schneiden und messe nach dem angenommenen Maßstabe das Stück *ac*. Die Sache kommt so nur dann annähernd heraus, wenn *ef* bedeutend größer als *ai* genommen werden kann, also der Winkel *ecf* nicht gar zu spitz und in Folge davon der Durchschnitt *c* nicht allzu ungenau wird.*

* Der Lehrer aber wird für sich durch Rechnung ein sicheres Resultat finden. Er hat $ac : (ac + ae) = ai : ef$, also $ac \cdot ef = ac \cdot ai + ae \cdot ai$ oder

3. Durch Absteckung eines Rechtecks kann in manchen Fällen eine nicht zugängliche Distanz, z. B. über Teiche 2c. gefunden werden. Man stecke z. B. auf die Richtung lk in den Punkten l und k die beiden gleich langen Perpendikel lh und kg ab und messe die Länge von hg , so ist dieß dann gerade auch die von lk (nach der Eigenschaft eines Rechtecks).

4. α . Es sei der lothrechte Abstand AB (Höhe eines Baumes, eines Hauses, Thurmes 2c.) zu bestimmen.



Man kann hiezu wieder das auf ein ebenes Brettchen konstruirte Meßkreuz, oder dann einfach ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck benutzen, das auf ein geeignetes Brettchen konstruirt und in den Eckpunkten a , b und c mit feinen Visirstiftchen versehen ist. Wird dieses Dreieck bei c lothrecht an einen Stab befestigt und alsdann bei b ein Loth bd angebracht, so kann man leicht dafür sorgen, daß das Instrumentchen eine Stellung habe, in welcher die Linie bc mit der Linie bd zusammenfällt. — Sieht man nun über die Richtung ab hin, so wird man finden, ob dieselbe verlängert durch den Gipfel des Baumes geht. Ist dieses nicht der Fall, so wird man die Stellung so verändern, bis es zutrifft.

Alsdann wird man sich den Punkt C merken, wo die Visirlinie ac verlängert auf den Stamm des Baumes trifft und dann sind die Stücke AC und Ca in dem Bereiche, wo man sie wirklich messen kann.

$ac (ef - ai) = ae \cdot ai$, folglich $ac = \frac{ae \cdot ai}{ef - ai}$. Hat er nun ae , ai und ef auf dem Felde gemessen, so setze er die erhaltenen Zahlen in die letzte Formel und er wird nach der Ausrechnung den rechten Längenwerth für ac bekommen.

Gesetzt, man fände $AC = 5\frac{1}{2}'$, $Ca = 27'$, so wäre alsdann die Höhe des Baumes $= (5\frac{1}{2} + 27)' = 32\frac{1}{2}'$, weil eben $BC = Ca$ sein muß, im Falle AB lothrecht ist.

β . Man kann das gleiche Instrumentchen auch benutzen, um die allmähliche Steigung des Bodens nach einer gewissen Richtung zu finden. Man nennt diese Messung nivelliren und kann hiezu auch statt des genannten Instrumentchens eine gekrümmte, mit den beiden Enden nach oben gerichtete Glasröhre benutzen, in die man irgend eine Flüssigkeit bringt. Da die beiden Niveaux bekanntlich gleich hoch stehen, so geben sie die horizontale Richtung an. Bezeichnet z. B. Cd einen ansteigenden Boden, so ist, wenn die Horizontalrichtung nach C trifft, und cd z. B. $5\frac{1}{2}'$ beträgt, die Steigung von d bis zum Punkte C gerade $= 5\frac{1}{2}'$. Führt man so fort, so kann man die Gesamtsteigung bis zu einem höher gelegenen Punkte durch Zählung der einzelnen Höhen finden. — Die vorige Zeichnung rechts stellt einen lothrechten Querschnitt eines Bachufers dar; wenn die jedesmalige Erhebung $5'$ beträgt, so ist der höchste Punkt 6 über dem Bache $30'$ gelegen. Hat man jedesmal noch die Horizontalabstände gemessen, so ist der lothrechte Durchschnitt (Profil) sehr leicht nach verjüngtem Maßstabe zu zeichnen, man hat einfach nur die lothrechten und wagrechten Hülfslinien nach richtigen Maßverhältnissen unter rechten Winkeln auf einander folgend abzutragen und $0, 1, 2, 3$ etc. zu verbinden.

γ . Einige Aufgaben. 1. Gesetzt man hätte nach der unter $4, \alpha$. beschriebenen Weise die Höhe eines geraden lothrechten Baumstammes, von $3\frac{1}{2}'$ Umfang unten, gleich $69'$ gefunden, wie viel $\text{Ab.}'$ Holz würde der Stamm halten?

Ausrechnung: Der Baumstamm ist annähernd gleich einem Kegel, dessen Grundfläche $3\frac{1}{2}'$ Umfang hat und dessen Höhe $65'$ beträgt. Nun ist nach Früherem:

$$\text{der Halbmesser der Grundfläche} = 3\frac{1}{2}' : 6\frac{2}{7} = \frac{49}{88}',$$

$$\text{also die Grundfläche} = \frac{49 \cdot 49 \cdot 22}{88 \cdot 88 \cdot 7} \square',$$

$$\text{also der Kubikinhalt des Stammes} = \frac{49 \cdot 49 \cdot 22 \cdot 65}{88 \cdot 88 \cdot 7 \cdot 3} \text{ Ab.}' =$$

$$\frac{49 \cdot 7 \cdot 65}{88 \cdot 12} \text{ Ab.}' = 22295 \text{ Ab.}' : 1056 = 21\frac{119}{1056} \text{ Ab.}'.$$

2. Wie viele $\text{Ab.}'$ und wie viele Alstr. würden annähernd 40 Tannen (ohne Aeste und Reisholz) abwerfen, wenn durchschnittlich jede am Fuß $4'$ Umfang hat und die mittlere Höhe zirka $70'$ beträgt?

3. Die Steigung eines ausgesteckten Weges zu messen.

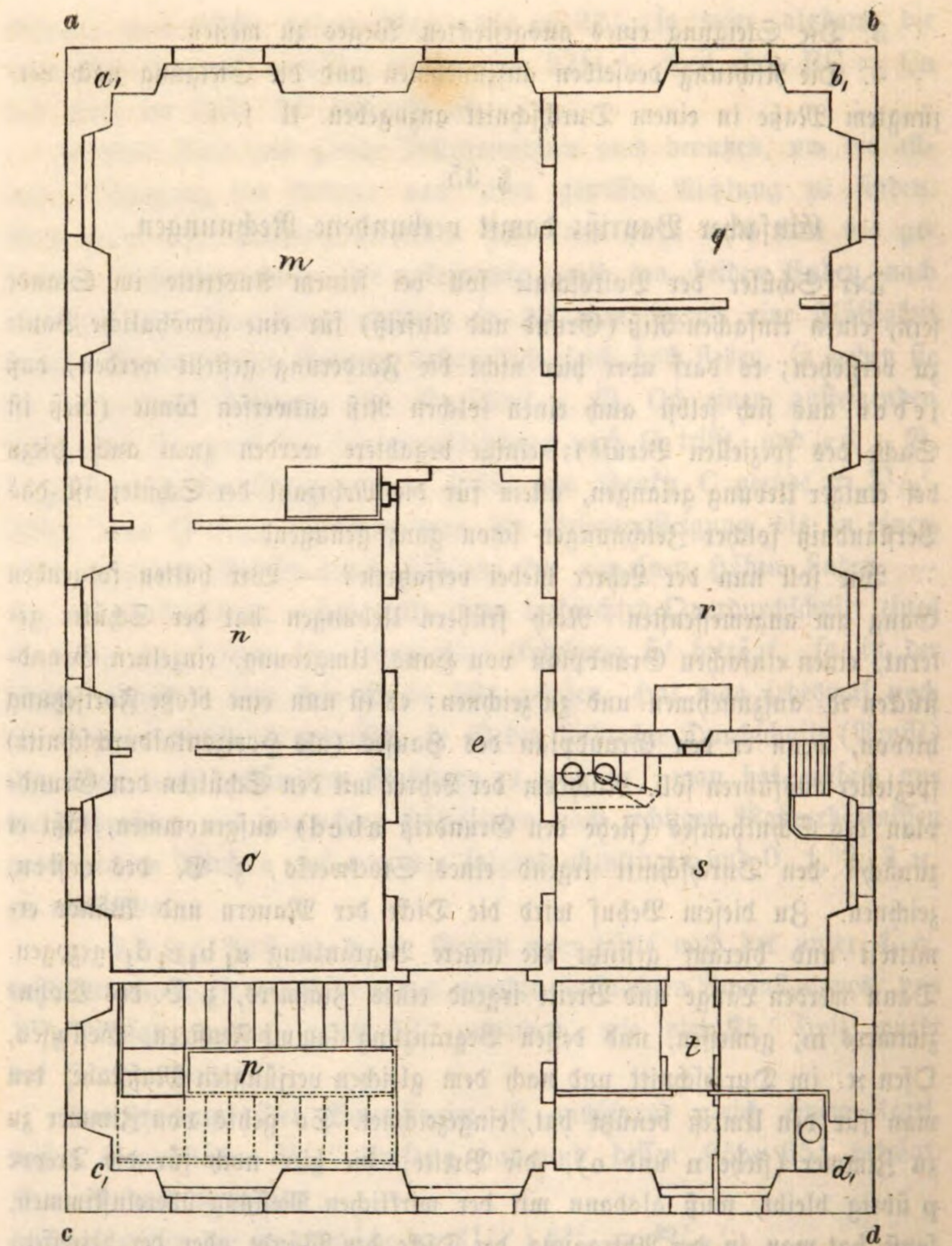
4. Die Richtung desselben aufzunehmen und die Steigung nach verjüngtem Maße in einem Durchschnitt anzugeben. U. s. f.

§ 35.

Einfacher Bauriß; damit verbundene Rechnungen.

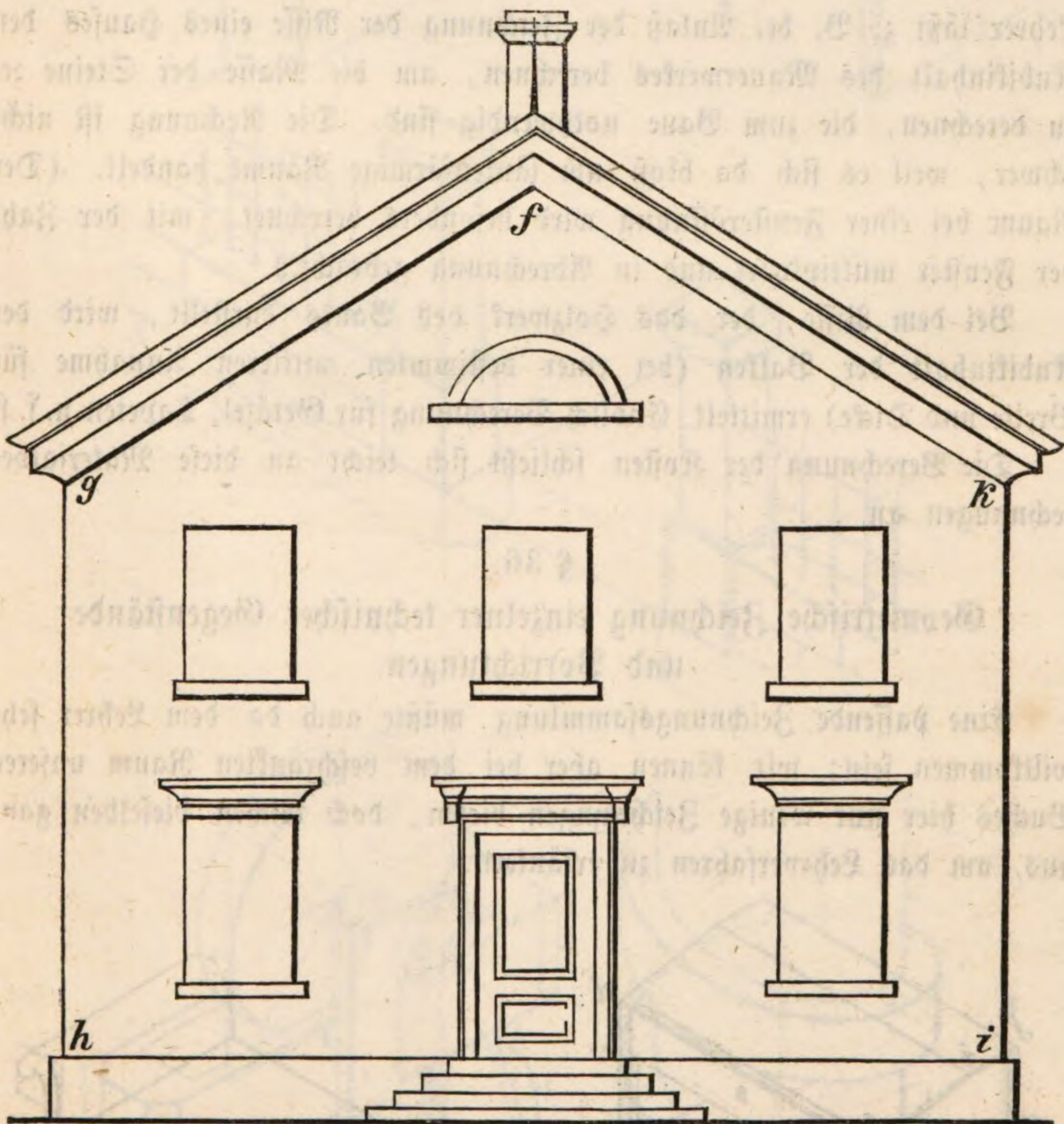
Der Schüler der Volksschule soll bei seinem Austritte im Stande sein, einen einfachen Riß (Grund und Aufriß) für eine gewöhnliche Baute zu verstehen; es darf aber hier nicht die Forderung gestellt werden, daß jeder aus sich selbst auch einen solchen Riß entwerfen könne (dieß ist Sache des speziellen Berufs); einige begabtere werden zwar auch hiezu bei einiger Uebung gelangen, allein für die Mehrzahl der Schüler ist das Verständniß solcher Zeichnungen schon ganz genügend.

Wie soll nun der Lehrer hiebei verfahren? — Wir halten folgenden Gang am angemessensten. Nach frühern Uebungen hat der Schüler gelernt, einen einfachen Grundplan von Haus, Umgebung, einzelnen Grundstücken 2c. aufzunehmen und zu zeichnen; es ist nun eine bloße Fortsetzung hievon, wenn er den Grundplan des Hauses (als Horizontaldurchschnitt) spezieller ausführen soll. Nachdem der Lehrer mit den Schülern den Grundplan des Schulhauses (siehe den Grundriß abcd) aufgenommen, läßt er zunächst den Durchschnitt irgend eines Stockwerks, z. B. des ersten, zeichnen. Zu diesem Behuf wird die Dicke der Mauern und Wände ermittelt und hierauf gestützt die innere Begränzung $a_1 b_1 c_1 d_1$ gezogen. Dann werden Länge und Breite irgend eines Zimmers, z. B. des Wohnzimmers m, gemessen, und dessen Begränzung sammt Fenstern, Gesimsen, Ofen 2c. im Durchschnitt und nach dem gleichen verjüngten Maßstabe, den man für den Umriß benützt hat, eingezeichnet. So gehts von Zimmer zu Zimmer (siehe n und o), die Breite, die hier noch für die Treppe p übrig bleibt, muß alsdann mit der wirklichen Messung übereinstimmen, sonst hat man in der Abtragung der Dicke der Wände oder der betreffenden Ausdehnung der Zimmer gefehlt. In gleicher Weise werden der durch eine Thüre geschlossene Gang e, die Zimmer q und r und die Küche s gezeichnet. Der Lehrer muß hier die Art, wie Einzelnes zu zeichnen ist, besonders erläutern, z. B. bedeuten die punktirten Linien bei p den Theil der Treppe, der ins Erdgeschoß hinabführt, während der andere Theil, durch den man gerade ins erste Stockwerk hinaufgelangt, durch ausgezogene Linien dargestellt ist; ferner bedeuten die punktirten Linien beim



Herd in der Küche den nach oben sich verengenden Rauchfang, bei welchem der oberste Durchschnitt durch das Rechteckchen mit der punktirten Linie angedeutet ist. Aehnlich die Zeichnung des Gießsteins mit dem Rinnbrett, die Zeichnung der Ofenöffnungen und Einmündungen. Zuletzt folgt die Zeichnung der kleinern Räumlichkeiten bei t, und so ist der Riß des ersten Stockwerks fertig. Auf eine ganz ähnliche Weise würde das Erdgeschoß u. s. f. gezeichnet.

Noch leichter ist die Zeichnung einer Seitenansicht (siehe z. B. die vordere Fagade fghik). Nachdem die Höhe vom Giebel bis zum Boden, sowie diejenige von den Punkten g und k bis zum Boden gemessen sind (diese Messung mag direkte mit der Meßlatte oder Meßkette oder auf die in § 34, 4 angegebene Weise gemacht werden), wird zuerst das Fünfeck fghik und alsdann in dasselbe jeder der übrigen Theile wie Fenster, Thüren zc. nach richtigem Maße gezeichnet. Das Uebrige ist hier noch leichter als beim Grundriß.



Die Darstellung einer Längen-Fagade macht sich eben so leicht; um den Raum zu sparen, unterlassen wir es, die betreffende Zeichnung, die der Lehrer ganz aus dem Grundriß und der Vorder-Fagade entnehmen kann, mitzugeben.

Der Fortgang wäre nun der, daß der Lehrer schon entworfene Risse den Schülern vorlegt. Hier wäre eine Sammlung solcher Zeichnungsvor-

lagen am Platze. Der Lehrer kann sich indessen auch eine Anzahl passender Risse bei einem Baumeister erbeten. Dieselben werden alsdann prüfend durchgangen, z. B. Was ist durch die Zeichnung bei p dargestellt; wie muß man sich dieß denken u. s. f. Wenn sich der Lehrer auf diesem Wege überzeugt hat, daß die Schüler einen vorgelegten Riß richtig verstehen, dann lasse er sie denselben nach irgend einem veränderten Maßstabe richtig zeichnen. U. s. f.

Endlich werden hieran verschiedene Rechnungsaufgaben geknüpft. Der Lehrer läßt z. B. bei Anlaß der Zeichnung der Risse eines Hauses den Kubikinhalt des Mauerwerkes berechnen, um die Masse der Steine zc. zu berechnen, die zum Baue nothwendig sind. Die Rechnung ist nicht schwer, weil es sich da bloß um säulenförmige Räume handelt. (Der Raum bei einer Fensteröffnung wird besonders berechnet, mit der Zahl der Fenster multipliziert und in Abrechnung gebracht.)

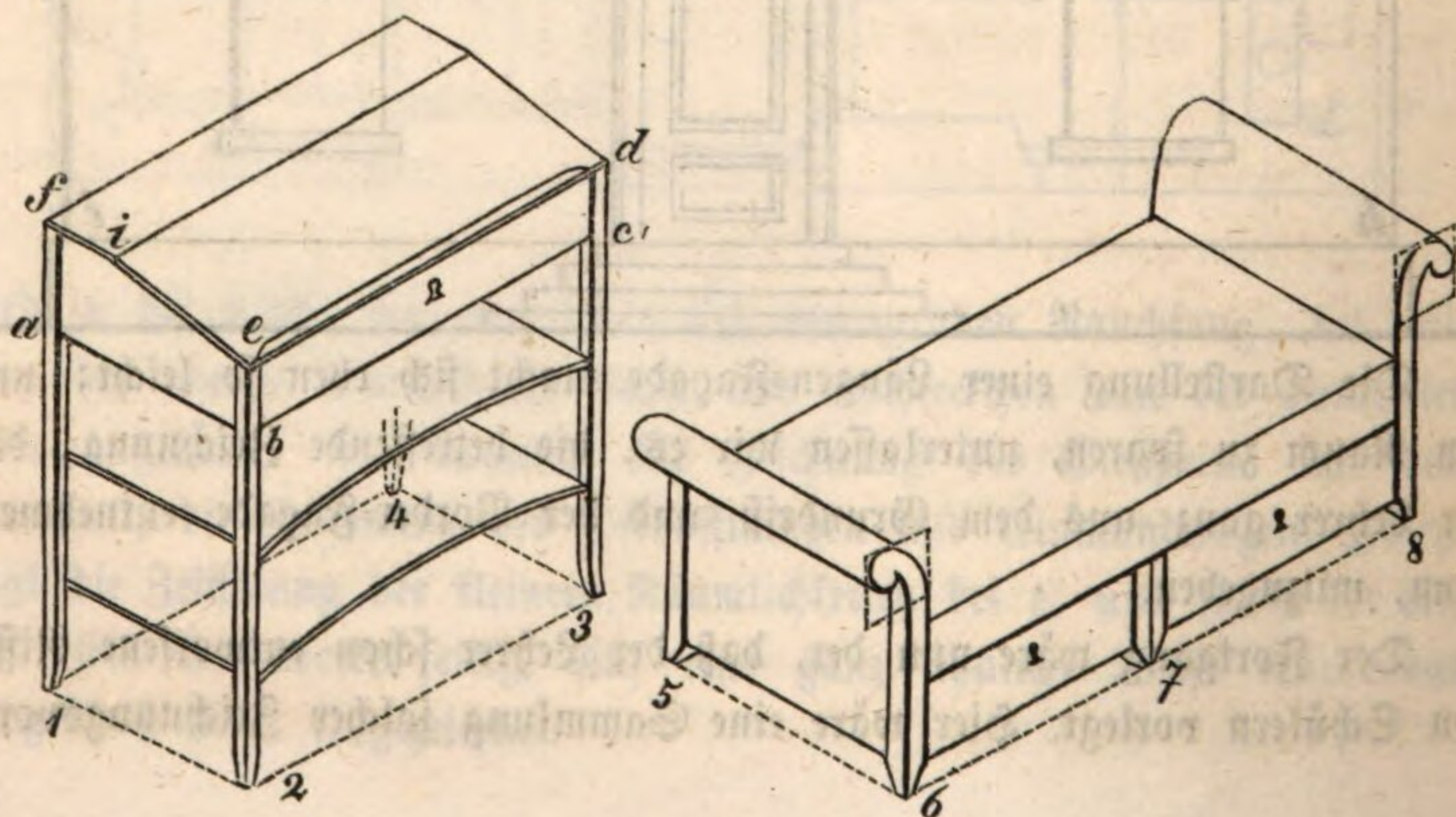
Bei dem Risse, der das Holzwerk des Baues darstellt, wird der Kubikinhalt der Balken (bei einer bestimmten mittleren Annahme für Breite und Dicke) ermittelt. Endlich Berechnung für Getäfel, Tapeten u. s. f.

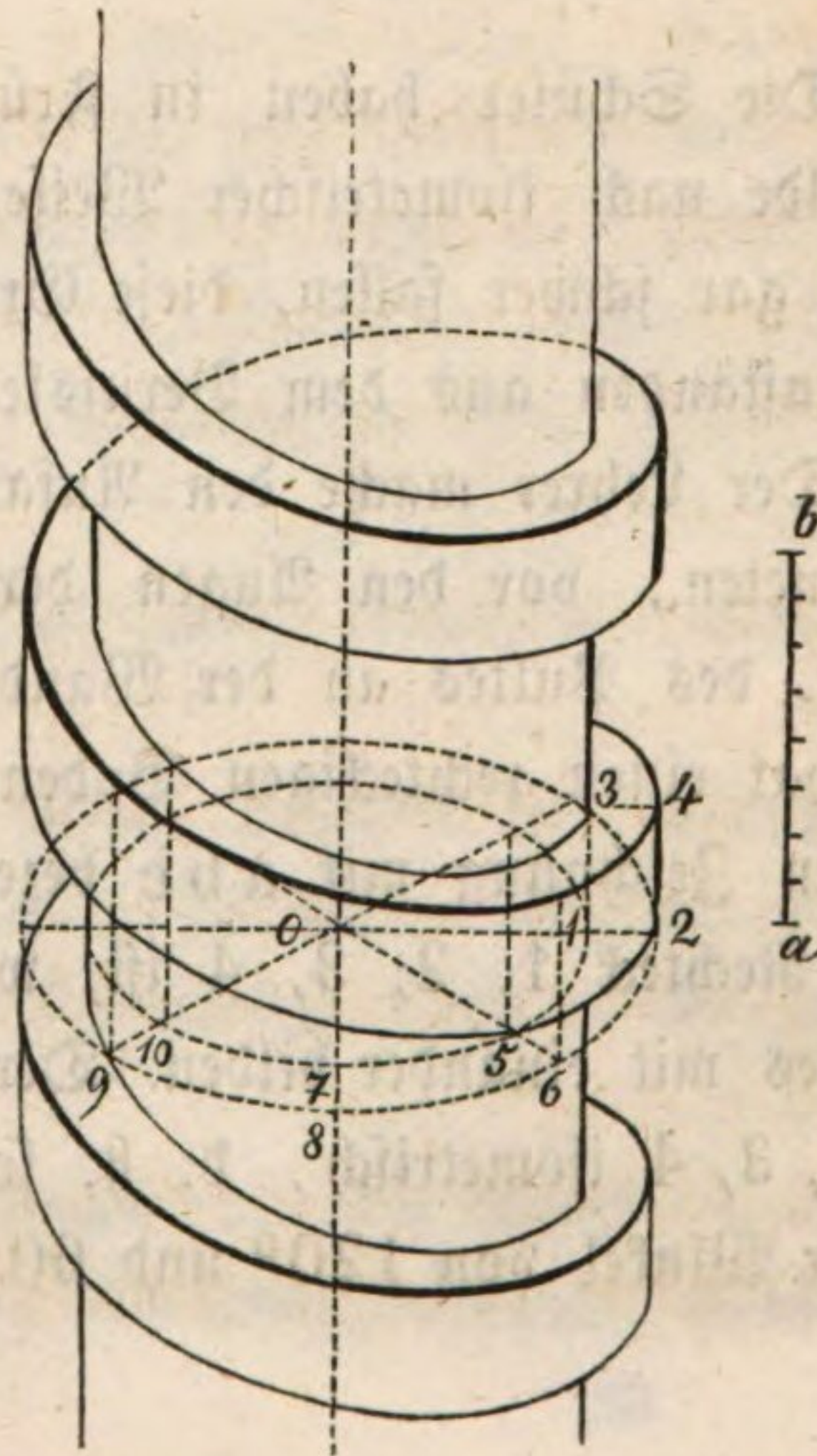
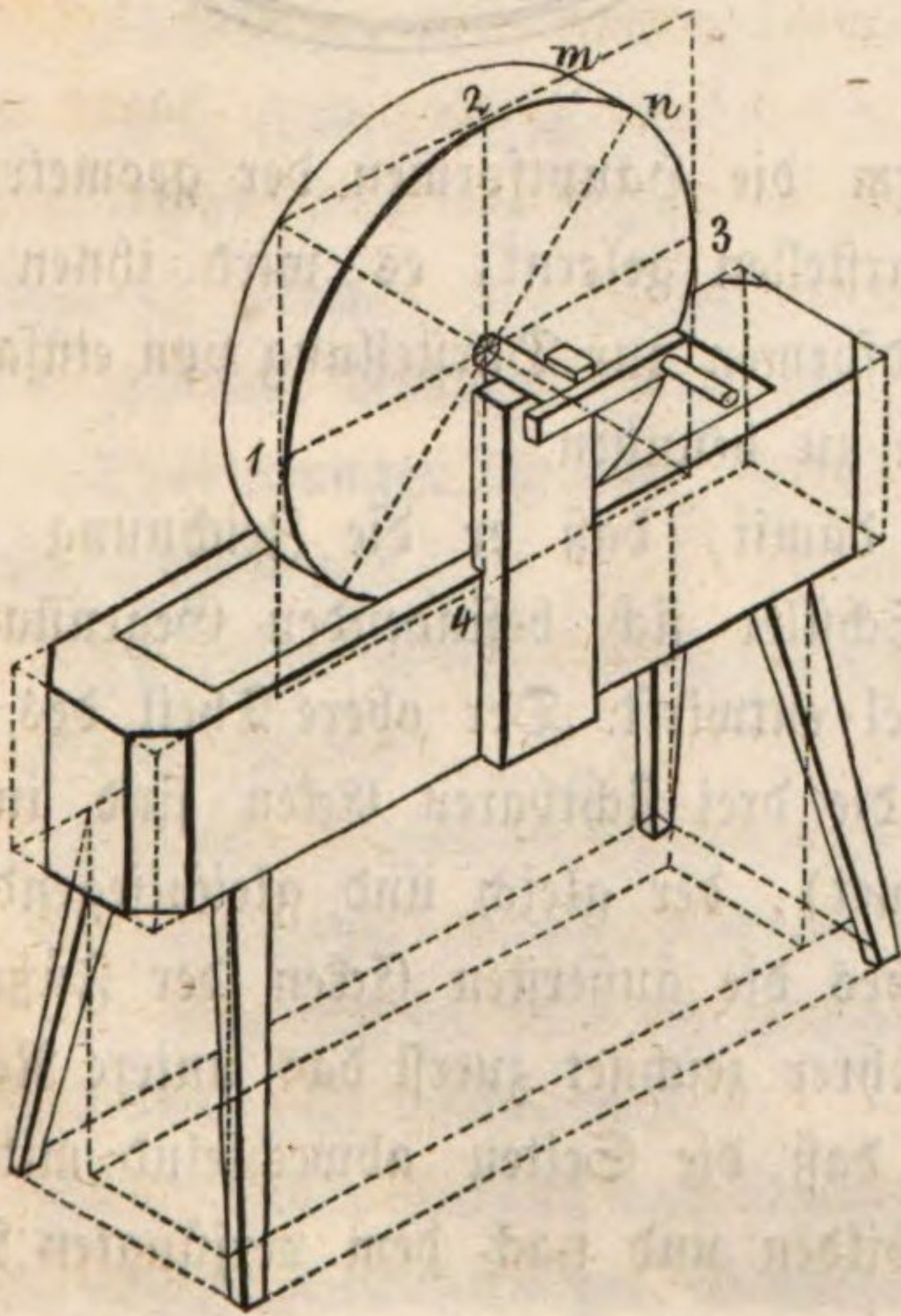
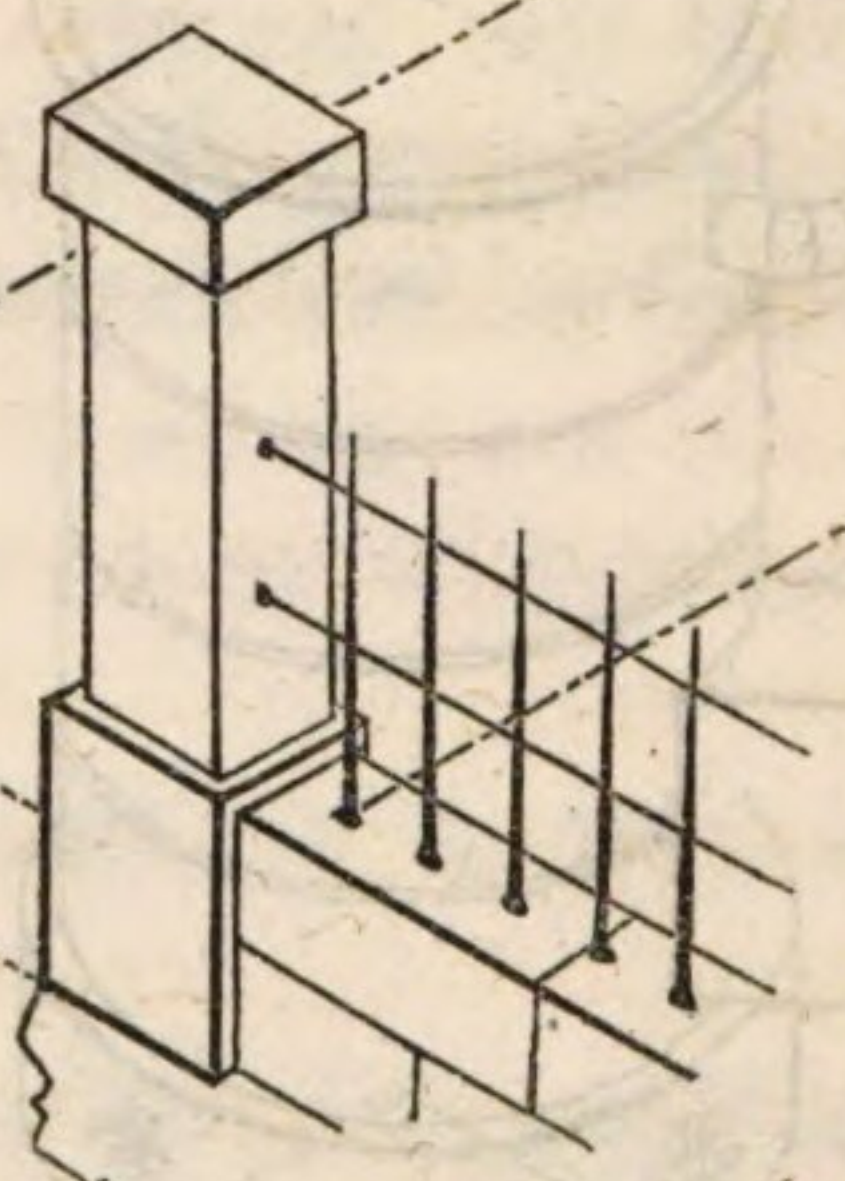
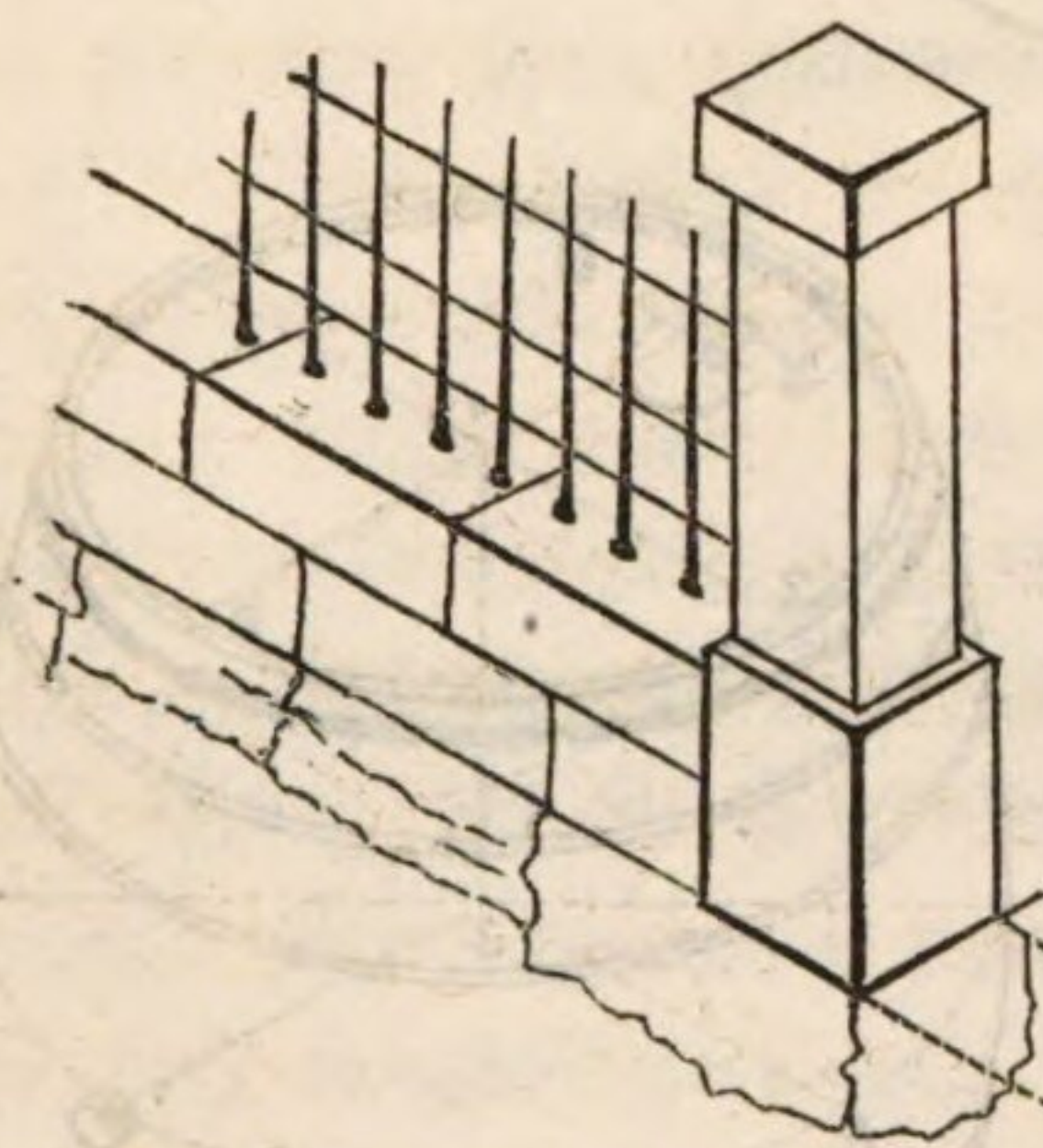
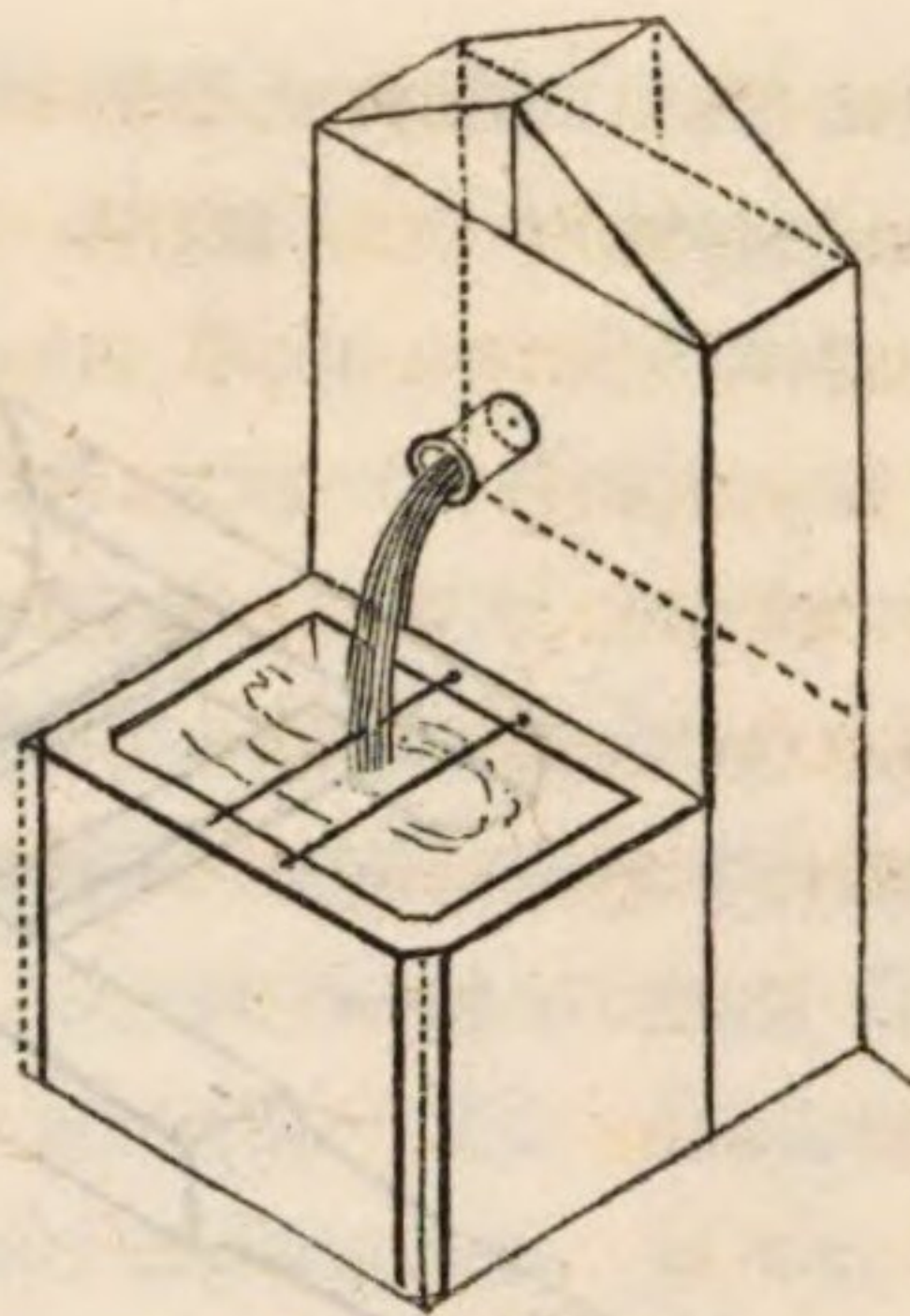
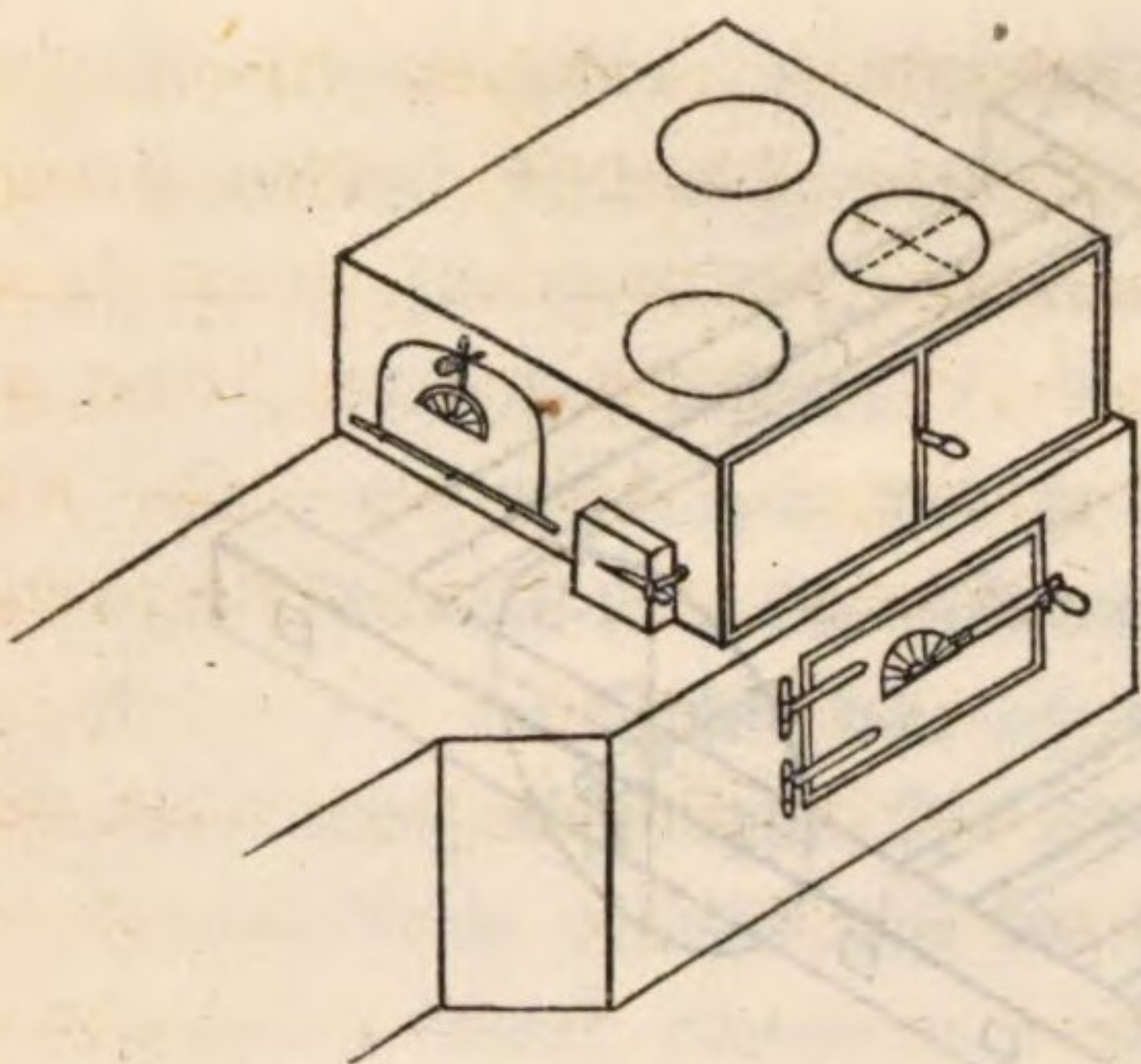
Die Berechnung der Kosten schließt sich leicht an diese Materialberechnungen an.

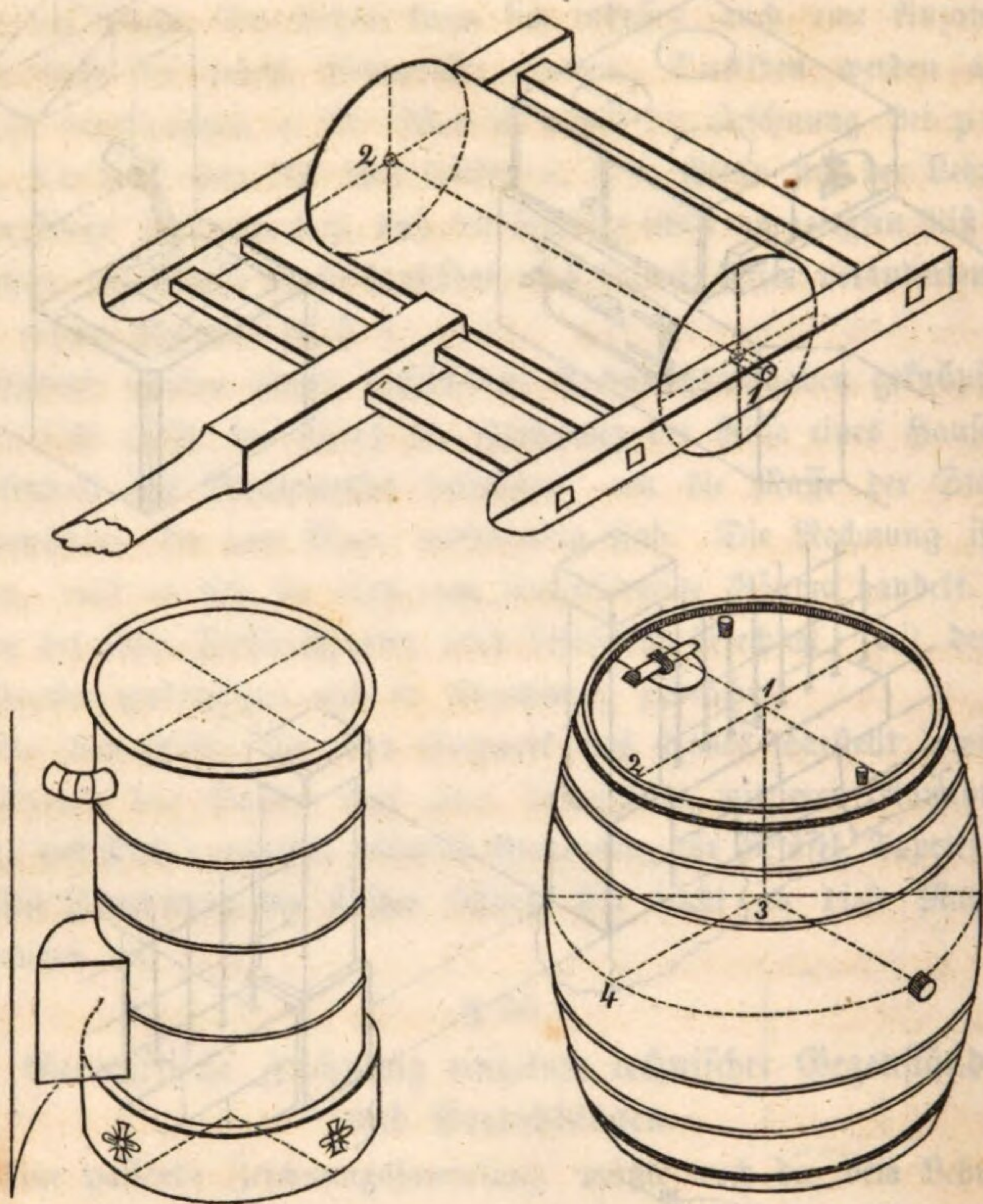
§ 36.

Geometrische Zeichnung einzelner technischer Gegenstände und Vorrichtungen.

Eine passende Zeichnungssammlung müßte auch da dem Lehrer sehr willkommen sein; wir können aber bei dem beschränkten Raum unseres Buches hier nur wenige Zeichnungen bieten, doch reichen dieselben ganz aus, um das Lehrverfahren zu erläutern.







Die Schüler haben in Früherm die Hauptformen der geometrischen Gebilde nach isometrischer Weise darstellen gelernt; es wird ihnen nun nicht gar schwer fallen, diese Grundformen zur Darstellung von einfachen Gegenständen aus dem Berufsleben zu benutzen.

Der Lehrer mache den Anfang damit, daß er die Zeichnung eines geeigneten, vor den Augen der Schüler sich befindenden Gegenstandes, z. B. des Pultes an der Wandtafel entwirft. Der obere Theil des Pultes hat einen rechteckigen Boden (die drei sichtbaren Ecken sind in der obigen Zeichnung mit *a b c* bezeichnet), der gleich und gleichliegend mit dem Rechteck 1, 2, 3, 4 ist, welches die äußersten Ecken der Füße des Pultes mit einander bilden. Der Lehrer zeichnet zuerst das untere Rechteck 1, 2, 3, 4 isometrisch, d. h. so, daß die Seiten abwechselnd mit einander Winkel von 120° und 60° bilden und nach dem verjüngten Maß-

stabe so viel messen als in Wirklichkeit. Diese Seiten werden also wirklich gemessen und dann abgetragen. Der verjüngte Maßstab wird beigezeichnet; hier ist er bei allen diesen Zeichnungen nur um Platz zu ersparen weggelassen. Aus den Punkten 1, 2 und 3 werden nun die Richtungen 1 a, 2 b und 3 c so gezogen, daß sie mit den punktierten Linien, welche Länge und Breite vorstellen, die entsprechenden Winkel von 60° bilden. Zuletzt werden noch die Stücke be, cd und af gemessen und als entsprechende Verlängerung abgetragen. Die Breite fi des oberen Randes wird in der richtigen Größe parallel mit der Breite ab gezogen. Die übrigen begrenzenden Linien können nun leicht gefunden werden, da je eine derselben mit einer schon bestimmten parallel geht. Endlich ergibt sich eben so leicht, wie die Kanten der Füße (Beine) sowie die parallel mit dem Boden eingeschobenen Bretter zu zeichnen sind. Die fertige Zeichnung stellt dann unser Pult so dar, daß Längen-, Breiten- und Höhenrichtungen desselben gleiche Winkel (von 60° und 120°) mit einander bilden, wobei die einzelnen Linien dieser Richtungen nach dem verjüngten Maßstabe so viel messen, als in Wirklichkeit. Es kann also aus der vorliegenden Zeichnung alles entnommen werden, was sich auf Gestalt und Größe des dargestellten Gegenstandes bezieht.

Die Schüler zeichnen hierauf in gleicher Weise Tisch- und Schulbänke zc.

Das Sopha (siehe 5, 6, 7, 8) ist ebenfalls nicht gar schwer zu zeichnen. Die bestimmende Grundlage bildet wieder ein Rechteck (siehe 5, 6, 8), das zuerst ganz auszuzeichnen ist. Die geraden Höhen-, Längen- und Breitenlinien sind nun leicht zu ziehen. Wie die ausgeschweiften Seitenränder zu zeichnen sind, zeigen die isometrisch gezeichneten Quadrätchen. (Die wirkliche Krümmung könnte z. B. der Schreiner finden, wenn er diese Ausbiegungen in die wirklichen Quadrätchen statt in die verschobenen einzeichnete.)

Nach diesem Beispiel können die Schüler Sessel, Kommoden, Schränke zc. isometrisch zeichnen.

Die drei folgenden Zeichnungen: Heerd, Brunnen und Gartenportal machen nur ganz geringe Schwierigkeiten, da außer den mehr zur Verzierung angebrachten kleineren Figuren, beinahe nur Längen-, Breiten- und Höhenrichtungen vorkommen.

Die Schüler zeichnen nach eigener Anschauung und Messung Defen (von rechtwinklig säulenförmiger Grundform) Brunnen, Treppen, Geländer zc.

Schon schwieriger sind die beiden folgenden Zeichnungen: Schleifstein und Schraube, wo statt der rechtwinkligen Säulenform der Zylinder vorherrscht. Man mag hier zuerst die vordere Kreisfläche des Schleifsteins zeichnen, indem man den Höhendurchmesser 2 4 und dann den Längendurchmesser 1 3 zieht, die elliptische Form wird dann ausgeführt wie früher beim Zylinder (Seite 224). Ein umschließendes Quadrat erleichtert die Ausführung. Hierauf wird die Dicke des Steins m n und dann gleich wie die vordere, so auch die hintere Kreisfläche des Steins bestimmt, von welcher nur die halbe Begränzung sichtbar ist. Das Folgende ist nun leichter, indem die Grundform des tragenden Gestells durch punktirte Linien als rechtwinklige Säule dargestellt ist. Die Ausspreizung der Füße ist ebenfalls durch ein punktirtes Rechteck unten bestimmt.

Bei der Schraube stellt die punktirte innere Ellipse den Kreisdurchschnitt des Zylinders dar, um den sich der Schraubenkörper windet; die Schraubenweite ist durch a b dargestellt, d. h. bei einem ganzen Umgange muß jeder Punkt der Schraubenwindung um a b steigen, bei einem Stel des Umgangs also auch um $\frac{1}{8}$ von a b. Nun wird ein Rechteckchen, dessen Grundlinie 5 6 (oder 9 10) und dessen Höhe 1 3 (oder 2 4) ist, an der Zylinderfläche so umgedreht, daß 1 3 immer in diese Fläche fällt, und die Richtung des Rechteckchens durch die Axe geht und daß zugleich für jeden Punkt des Rechteckchens eine stetige Steigung von a b auf die ganze Umdrehung Statt findet. Zu diesem Behuf theile man die Umdrehung in eine größere Anzahl gleiche Theile (hier sind deren 8 genommen) und merke die Theilungspunkte auf der isometrischen Zeichnung der innern und äußern Kreislinie an (siehe hier die Punkte 1, 5, 7 u. s. f.). Der Punkt 2 muß nun bei $\frac{1}{8}$ der Umdrehung um $\frac{1}{8}$ a b steigen, sein dießfälliger Ort wird gefunden, wenn man vom Punkte 6 um $\frac{1}{8}$ a b in der punktirten Höhenlinie aufwärts steigt, da trifft man in die vom Punkt 2 beschriebene und ausgezogene Schraubenlinie. Geht man noch um die Höhe des Rechteckchens weiter hinauf, so trifft man in die vom Punkt 4 beschriebene Schraubenlinie. Geht man von 5 an um $\frac{1}{8}$ a b mehr die Höhe des Rechteckchens aufwärts, so trifft man in die von 3 auf der Zylinderfläche beschriebene Schraubenlinie und so geht es fort: z. B. bei 8 muß man um $\frac{2}{8}$ a b steigen, um in die untere, und um $\frac{2}{8}$ a b mehr die Rechteckhöhe, um in die nächst obere Schraubenlinie zu gelangen. Bei 7 ähnlich u. s. f. Die vom Punkt 1 beschriebene Schraubenlinie ist hier verdeckt und darum nicht ausgezogen. Werden die auf die vorhin ange-

deutete Weise bestimmten Punkte der einzelnen Schraubenlinien, beschrieben von 1, 2, 3, 4, für mehrere Umgänge der Steigung gemäß verbunden, so erhält man das ganze Schraubengewinde, wie es die Zeichnung darstellt.

Die folgende Zeichnung, eine Ackerwalze (Kleerolle) darstellend, ist nun leichter auszuführen. Wenn die Walze nach der Längenrichtung gezeichnet ist, so sind an dem einfassenden Gestelle beinahe nur Richtungen auszuführen, die mit Länge oder Breite oder Höhe parallel sind. Man hat Sorge zu tragen, daß die Zapfen bei 1 und bei 2, um welche sich die Walze drehen soll, schön in die Mitte der innern Seitenflächen der Längsbalken treffen.

Die beiden letzten Zeichnungen bieten ebenfalls nicht gar viele Schwierigkeiten. Die erste stellt einen Zylinderofen dar, der in eine Nische zu stehen kommt. Die Radien des Zylinders und der steinernen Unterlage sind durch punktirte Linien angedeutet, die Höhe kann aus der Seitenlinie entnommen werden. Die Einmündung in den Ofen von Seite der Nische links und das Ausgangsrohr ebendahin, sind nicht schwer in der Zeichnung anzubringen.

Bei der letzten Zeichnung (ein Faß) ist der Radius der beiden Boden durch 1 2, der Radius des Bauches oder die halbe Spundtiefe durch 3 4, und die halbe Entfernung der beiden Faßboden durch 1 3 angedeutet. Es ist leicht einzusehen, daß hier nur parallele, nach den Seitenlinien sich erweiternde und wieder verengernde Kreise isometrisch zu zeichnen sind, um die Hauptform des Fasses darzustellen. Man kann also zuerst die beiden parallel liegenden Kreise der Halbmesser 1 2 und 3 4 isometrisch zeichnen und alsdann durch die beiden gebogenen Seitenlinien die Bauung des Fasses andeuten, so, wie man sie haben will; dann ist die Hälfte der Hauptform des Fasses bestimmt. Die andere Hälfte wird umgekehrt an den Kreis vom Halbmesser 3 4 angezeichnet u. s. f.

§ 37.

Vermischte praktische Schlufsaufgaben.

1. Jemand will eine Landanlage am Seeufer machen, auf einem rechteckigen Stück, das 285' lang und 93' breit ist. Nun muß er diesen Raum durchschnittlich $4\frac{1}{2}$ ' hoch mit Erde ausfüllen; wie viele Kb.' oder Abkflstr. Erde bedarf er? Dann hat er nach drei Seiten eine Schutzmauer zu errichten, die nach ihrer äußern mit dem Ufer parallelen Länge 285' und auf jeder der beiden gegen das Ufer reichenden Seiten 93' mißt;

dabei soll sie $1\frac{3}{4}'$ dick, auf der längern Seite im See $5\frac{3}{4}'$ hoch, auf den beiden andern Seiten im Durchschnitt $4\frac{1}{2}'$ hoch sein; wie viele Ab. Steine sind hiezu nothwendig? Jeder Schüler macht nun eine Kostenberechnung nach ihm passend scheinenden Bedingungen.

2. Jemand läßt das Fundament zu einem Hause graben und zwar für eine Länge von 95' und eine Breite von 50', die Tiefe soll 13' Fuß betragen, da ein geräumiger Keller gemacht werden soll. Wie hoch werden sich bloß die Kosten der Ausgrabung belaufen, wenn der Ab. auf $2\frac{1}{4}$ Rappen kommt? Die Schüler können überdieß einen annähernden Plan für den Bau und die Kostenberechnung nach eigener Idee versuchen.

3. Eine Mauer ist auszuführen von 400' Länge, 10' Höhe, 18'' Dicke unten und bei allmäliger Abnahme 12'' Dicke oben; wie viele Steine sind hiezu erforderlich? Wie viel macht dieß in Fudern à 30 Ztr. (das Fuder für 2 Pferde berechnet), wenn das Gewicht der Steine zu 1,05 Ztr. auf den Ab. berechnet wird?

4. Ein Sandsteinblock, durchschnittlich 4' breit, 3' dick und 10' lang, soll auf dem Wagen weggeführt werden; wie viele Pferde wären nöthig, wenn man einem zirka 15 Ztr. zumuthet? Antw. 8 Pferde.

5. Ein stehender Eichbaum (als Kelter- [Trott-] Baum zu benutzen) mißt unten im Umfang $12\frac{1}{2}'$ und ist auf eine Höhe von 60' bis ans Ende einer noch sehr tragbaren Gabel zu gebrauchen. Vor der Ausgabelung mißt der Baum im Umfang noch $9\frac{1}{2}'$ und da die beiden Gabeln sehr stark sind, so wollen wir zur Berechnung den Baum der Einfachheit wegen als ungetheilt und dessen obern Umfang $9\frac{1}{2}'$ annehmen. Es fragt sich nun: 1) Welches Gewicht wird der Trottbaum haben (1 Ab. zu 40 $\mathcal{L}$ gerechnet) und wie viel Pferdekkräfte braucht man, um den Baum wegzuführen (15 Ztr. auf 1 Pferd gerechnet)? 2) Welchen Druck wird er auf der Presse ausüben, wenn er 8' vom hintern Unterstützungspunkt auf die Preßblöcke zu liegen kommt, und man ihm vorn 55' vom Unterstützungspunkt entfernt, noch einen zylindrischen Stein von 5' Kreisdurchmesser und 4' Höhe anhängt? — Ausrechnung: 1) Wir nehmen für den Baum einen Mittelhalbmesser. Das Mittel der beiden Umfänge beträgt $(12\frac{1}{2} + 9\frac{1}{2})' : 2 = 11'$, also ist der Durchmesser des mittlern Umfangs $= 11' : \frac{22}{7} = 7\frac{1}{2}'$ und der Halbmesser $= 7\frac{1}{4}'$, daher der Kreis desselben $= 7\frac{1}{4} \cdot 7\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \square'$, folglich der Inhalt des Baumes $= 7\frac{1}{4} \cdot 7\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot 60$ Ab. und sein Gewicht $= \frac{7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 40}{2} \mathcal{L} = 77 \cdot 300 \mathcal{L} = 231$ Ztr. Also wäre die Kraft von ungefähr 15 Pferden

nöthig, um den Baum wegzuschaffen. 2) Das Gewicht des anzuhängenden Steins beträgt $5\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot 4 \cdot 1,05$ Ztr. $= 5 \cdot 5 \cdot 22 \cdot 0,15$ Ztr. $= 22 \cdot 15\frac{1}{4}$ Ztr. $= 821\frac{1}{2}$ Ztr. Zur Berechnung des Drucks auf der Trotte müssen wir aus der Naturlehre eine Thatsache über die Waage oder den Hebel entlehnen. Man weiß, daß wenn die Waagbalken gleich lang sind, man auch gleich viel Gewicht an den Enden anhängen muß, um die Waage in der Schwebe zu halten. Macht man aber den einen Arm doppelt oder dreifach so lang, so muß man an dessen Ende zum Zwecke des Gleichgewichts nicht doppelt oder dreifach so viel, sondern gerade zwei- oder dreimal weniger anhängen und man sieht, daß man es in diesem Falle mit einer Dreisatzrechnung, wie man sagt, der II. Art oder von verkehrtem Verhältnisse zu thun hat. Wenn aber der Balken an einem Ende unterstützt ist, und wir in einer Entfernung z. B. von 8' (d. h. in unserm Beispiel bei den Preßblöcken) mit einer gewissen Kraft abwärts ziehen, so werden die Blöcke mit dieser ganzen Kraft gedrückt; gehen wir aber wieder 8' weiter und drücken da mit der nämlichen Kraft abwärts, so erleiden die Blöcke auch einen doppelt so starken Druck und man sieht, daß hier in der Wirkung dann das gerade Verhältniß (gerader Dreisatz, d. i. der I. Art) Statt findet. So viel mal 8' wir weiter gehen, mit einer so viel mal stärkern Kraft werden die Blöcke gepreßt. Bei 55' sind wir $\frac{55}{8}$ mal 8' entfernt, also wirkt dort die Kraft von $821\frac{1}{2}$ Ztr. $\frac{55}{8}$ mal so stark auf die Blöcke, also mit einem Gewicht von $\frac{55}{8} \cdot 165\frac{1}{2}$ Ztr. $= 9075$ Ztr. : 16 $= 567\frac{3}{16}$ Ztr. Wir können dieß auf den Trottbäum anwenden, wenn wir zuerst von seinem eigenen Gewichte absehen. Rechnen wir aber dann sein ganzes Gewicht von 231 Zentnern, das ebenfalls noch auf die Blöcke wirkt, dazu, so ergibt sich ein Gesamtdruck von $(567\frac{3}{16} + 231)$ Ztr. $=$ nahe an 800 Ztr., wodurch die armen Träublein, auch wenn sie nicht am besten gerathen sind, doch gewiß tüchtig zusammengepreßt werden (Da man bei dieser Rechnung nur die Hauptpunkte berührt und z. B. das Moment des Schwerpunkts unberücksichtigt läßt, so ist sie natürlich bloß eine angenäherte.)

6. Ein zirka 5 Ztr. schwerer Stein soll mit einem Hebbalken gehoben werden, der Hebel greift $11\frac{1}{2}'$ vom Unterstützungspunkt den Stein an; wie viel hat der Mann zu heben, wenn er 5' vom Unterstützungspunkt einwirkt? Antw. $11\frac{1}{2}$ Zentner.

7. Bei einer ungleicharmigen Waage mit verschiebbarem Gewicht (Schnell- oder Holz-Waage) ist der Aufhängepunkt der Last 4'' vom

Drehungspunkt entfernt. Wenn nun eine Last angehängt wird, welcher der 2 Pfund schwere Gewichtstein 19'' vom Drehungspunkt entfernt, das Gleichgewicht hält, wie viel wiegt dann diese Last?

8. Bei einem gemeinen Flaschenzug mit einer steigenden Rolle muß man, aus Gründen wie beim Hebel, nur die Hälfte der Last ziehen, Nebenumstände abgerechnet (wenn 2 steigende Rollen, an einer Axt, da wären, nur den 4tel, bei dreien nur den 6tel u. s. f.). Wenn nun Zimmerleute mittelst eines Flaschenzugs mit einer steigenden Rolle 3 Balken von Tannenholz auf ein Mal in die Höhe ziehen, von denen jeder 30' lang und durchschnittlich 7'' breit und 7'' dick ist; welche Last haben sie zu heben, falls 1 Kb.' Tannenholz 25 $\mathcal{L}$ wiegt. — u. s. f. ähnliche Aufgaben.

9. Wie viele Saum hält ein Faß, wenn der Durchmesser jedes Bodens 5', die Spundtiefe 6' und die Faßlänge 8' beträgt? (Das Faß werde als Zylinder von $(5+6)/2$ ' Durchmesser genommen.)

Anmerkung für den Lehrer: Wenn der Hohlraum eines Fasses die Form eines beidseitig gleich und senkrecht zur Axt abgestuften Ellipsoids hat, so kann durch eine höhere Summation der Inhalt des Fasses gleich $\frac{2b^2 + r^2}{3} a\pi$ gefunden werden, wobei a die Distanz der beiden Boden von einander, b die halbe Spundtiefe, r den Radius der Faßboden und π die Zahl 3,14159 bezeichnet. Die bekannte Lambert'sche Formel ist $\left(\frac{2b + r}{3}\right)^2 a\pi$.

10. Wie viele Saum faßt eine Stange von 5' Höhe und $(6+7)/2$ ' Mitteldurchmesser?

11. Wie schwer ist eine gußeiserne Kugel von 7'' Durchmesser, wenn das spezif. Gewicht des Eisens 7,207 d. h. 1 Kb.' Eisen 9,207 mal so schwer als 1 Kb.' Wasser ist?

12. Wie viele Maß faßt ein Farbkessel, dessen zu füllender Raum eine Halbkugel von 4' Durchmesser bildet?

13. Eine 12' lange und 5' breite Hürde ist 4' hoch mit Kartoffeln angefüllt, wie viele gehäufte Viertel sind es, wenn 10 bestrichene 7 gehäufte Viertel ausmachen?

14. Wie viel muß man für die Bearbeitung einer steinernen Ackerwalze zahlen, wenn diese 8' 8'' lang und von $3\frac{1}{5}$ ' Durchmesser sein soll, und jeder □' der Oberfläche 80 Rappen kostet? Wie schwer wäre diese Walze?

Inhalt des zweiten Theiles der Mathematik der Volksschule.

Erste Abtheilung.

Die Geometrie der Volksschule.

	Seite.
§ 1. Einleitung	1
§ 2. Ueber die Nothwendigkeit des geometrischen Unterrichts in der Volksschule	1
§ 3. Umfang der Geometrie der Volksschule	17
§ 4. Ueber die Methode und die methodische Ausführung des geometrischen Unterrichts in der Volksschule	21
A. Elementarschule	25
B. Realschule	27
C. Realergänzungsschule	47
§ 5. Methodische Gliederung des geometrischen Unterrichtsstoffes nach den einzelnen Schuljahren gemäß der vorangegangenen Entwicklung des gesamten Unterrichts	
I. Schulstufe, Elementarabtheilung	52
II. Schulstufe oder erste Realabtheilung	53
III. Schulstufe oder zweite Realabtheilung (Realergänzungsschule)	54
§ 6. Gränzlinien des geometrischen Unterrichts für Töchter	55
§ 7. Das Übungsbuch für den geometrischen Unterricht, oder die geometrische Aufgabensammlung der Volksschule	58
§ 8. Veranschaulichungsmittel und Werkzeuge für den geometrischen Unterricht in der Volksschule.	
A. Veranschaulichungsmittel	66
B. Werkzeuge	68
§ 9. Vergleichende Blicke auf die verschiedenartige methodische Behandlungsweise des geometrischen Unterrichts in Volksschulen	70

Zweite Abtheilung.

Anschauungsunterricht als geometrischer Vorbereitungsunterricht auf der ersten Schulstufe; Elementarschule.

§ 10. Auffassung von Ort, Form und Größe, zur Unterstützung allgemeiner Unterrichtszwecke, wie z. B. des Schreib-, Zeichnungs- und geometrischen Vorbereitungsunterrichts	83
---	----

Erstes Schuljahr.

A. Allgemeine Vorübungen	86
B. Uebung des Auges und der Hand in Nachbildung der Formelemente	94

Zweites Schuljahr.

Fortsetzung der Uebungen im Zeichnen	105
--	-----

Drittes Schuljahr.

Fortsetzung der Uebungen im Zeichnen	106
Schlußbemerkung zur zweiten Abtheilung	108

Dritte Abtheilung.

Beginn des geometrischen Unterrichts auf der zweiten Schulstufe,
oder der ersten Realabtheilung.

I. Viertes Schuljahr.

§ 11. Aufgabe	110
§ 12. Die Raumelemente	110
Nr. 1. Körper und Flächen	112
Nr. 2. Aufgaben über Körper und Flächen	115
Nr. 3. Linien, gerade und krumme; Punkt	117
Nr. 4. Aufgaben über Linien und Punkte	119
Nr. 5. Prüfende Fragen und Aufgaben über den ganzen ersten Abschnitt des geometrischen Unterrichts, d. i. über die Auffassung und abbildliche Darstellung der Raumelemente	121
§ 13. Verbindung von Linien durch Messung. Das Messen gerader Linien und die gesetzlichen Längenmaße.	
Nr. 1. Kurzer Inhalt der hierüber zu gebenden Lektionen	122
Nr. 2. Aufgaben übers Längenmessen	125
§ 14. Verbindung von Linien durch Umdrehung. Winkel und damit zusammenhängende Konstruktionen und Messungen.	
Nr. I. Lektionen	129
Nr. II. Anmerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorige Abtheilung, betreffend die Winkel.	136

II. Fünftes Schuljahr.

§ 15. Aufgabe	140
§ 16. Das Dreieck,	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	140
Nr. 2. Spezielle Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über das Dreieck	146
§ 17. Die Parallelen als ein Gränzfall des Dreiecks. Winkelsumme im Dreieck. Anwendung auf regelmäßige und unregelmäßige Vier- und Vielecke.	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	149

Nr. 2. Spezielle Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorausgegangene Abtheilung	154
§ 18. Einleitung zum Flächenmessen: Flächenmaße.	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	158
Nr. 2. Bemerkungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorausgegangene Abtheilung	163
III. Sechstes Schuljahr.	
§ 19. Aufgabe	168
§ 20. Ausmessung beliebiger Rechtecke, rechtwinkliger und schiefwinkliger Dreiecke (Mit Beziehung ganz einfacher Brüche).	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	168
Nr. 2. Hierauf bezügliche Aufgaben	171
§ 21. Ausmessung der aus beliebigen Dreiecken zusammengesetzten Vier- und Vielecke.	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	175
Nr. 2. Bemerkungen und Ausführungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über die vorigen Sätze	178
§ 22. Anfänge in Vermessungen im Freien. Aufnahme und Zeichnung der leichtesten Grundplänen	183
A. Allgemeine Erklärungen durch den Lehrer: Ueber einige geometrische Einrichtungen im Freien (auf dem Felde)	184
B. Hauptaufgaben zu Messübungen im Freien	186
C. Bemerkungen und Ausführungen zu den in der Aufgabensammlung sich findenden Uebungen über Messungen im Freien	190
§ 23. Schlußbemerkung zur dritten Abtheilung mit Rücksicht auf die drei Hefte der Aufgabensammlung dieser Schulstufe	192

Vierte Abtheilung.

Schluß des geometrischen Unterrichts auf der dritten Schulstufe,
oder der zweiten Realabtheilung (Realergänzungsschule).

I. Siebentes Schuljahr.

§ 24. Aufgabe	198
§ 25. Bildung einfacher von Ebenen begränzter geometrischer Körper und Darstellung und Ausmessung ihrer Oberflächen.	
Nr. 1. Hauptinhalt der Lektionen	198
Nr. 2. Aufgaben für die Schüler (theils bei Hause zu lösen)	203
§ 26. Zeichnung der einfachern geometrischen Körper. (Nach isometrischer Darstellungsweise.)	
Hauptinhalt der Lektionen und Aufgaben	204
§ 27. Einleitung zur Ausmessung geometrischer Körper. (Die Körpermaße und Gewichte.)	
Hauptinhalt der Lektionen und Aufgaben	211

II. Achtes Schuljahr.

§ 28.	Aufgabe	216
§ 29.	Bildung geometrischer Körper mit krummen Gränzflächen	216
§ 30.	Nachholung der Messung des Kreises und Anwendung auf die drei runden Körper.	
	I. Ueber den Kreis	218
	II. Anwendung der Kreismessung auf die runden Körper	220
§ 31.	Geometrische Zeichnung von Zylinder und Kegels	223
§ 32.	Ausmessung beliebig geformter Körper Räume	226

III. Neuntes Schuljahr.

§ 33.	Aufgabe	229
§ 34.	Schlußmessungen im Freien	229
§ 35.	Einfacher Bauriß; damit verbundene Rechnungen	235
§ 36.	Geometrische Zeichnung einzelner technischer Gegenstände und Vorrichtungen	238
§ 37.	Vermischte praktische Schlußaufgaben	240

Angabe einzelner Druckfehler.

Seite	31	Zeile	7 von unten	lies „triviales“ statt „trivials“.
„	37	„	14 „ oben	= „fester“ statt „festere“.
„	37	„	16 „ „	= „zu widmen“ statt „widmen“.
„	37	„	13 „ unten	= „Nebenwinkeln“ statt „Nebenwinkel“.
„	39	„	2 „ „	= „die“ statt „alle“.
„	58	„	11 „ „	= „Volkschule“ statt „Volschule“.
„	67	„	16 „ oben	= „polyedrischer“ statt „und polyedrische“.
„	80	„	1 „ unten	setze . statt ?
„	83	„	6 „ oben	= „§ 10“ statt „§ 9“.
„	88	„	4 „ unten	= ? statt .
„	94	„	9 „ „	ist die Klammer gegen „Von“ zu kehren.
„	114	„	9 „ oben	setze „um-“ statt „um“.
„	115	„	3 „ „	statt „oder“ setze „ , einen andern durch einen“.
„	134	„	10 „ unten	setze „BCD“ statt „BCE“.
„	165	„	5 „ „	streiche den letzten „□“.
„	198	„	8 „ „	= Buchstaben A.
„	204	„	17 „ „	= „Nr. 1“.
„	211	„	4 „ oben	= „Nr. 1“.

1. The History of the Church of England	243
2. The History of the Church of Scotland	244
3. The History of the Church of Rome	245
4. The History of the Church of the East	246
5. The History of the Church of the West	247
6. The History of the Church of the South	248
7. The History of the Church of the North	249
8. The History of the Church of the East and West	250
9. The History of the Church of the East and West	251
10. The History of the Church of the East and West	252
11. The History of the Church of the East and West	253
12. The History of the Church of the East and West	254
13. The History of the Church of the East and West	255
14. The History of the Church of the East and West	256
15. The History of the Church of the East and West	257
16. The History of the Church of the East and West	258
17. The History of the Church of the East and West	259
18. The History of the Church of the East and West	260
19. The History of the Church of the East and West	261
20. The History of the Church of the East and West	262

Index of Names and Subjects

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

hinter
unter

rasch
durch
zahlen
ist ein
und

die T
halb

könne
liche

ausp

Ande

Gei

Hug, J. C.

Die Mathematik der Volksschule

Bd.: Th. 2

Zürich 1856

Math.p. 228 s-2

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082072-6